

**UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMÓN
FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA
CARRERA DE INGENIERÍA CIVIL**



MODERNIZACIÓN DE LA ENSEÑANZA APRENDIZAJE EN LA ASIGNATURA DE HIDRÁULICA II (CIV 230)

**TRABAJO DIRIGIDO POR ADSCRIPCIÓN, PRESENTADO PARA OBTENER
EL DIPLOMA ACADÉMICO DE LICENCIATURA EN INGENIERÍA CIVIL**

**Por: HECTOR ERNESTO GÁLVEZ RIBERIN
WILDE ROBERTO CAMACHO SALAZAR**

Tutor: Msc. Ing. Marco Escobar Seleme

COCHABAMBA - BOLIVIA

Mayo, 2006

Escribir un Proyecto de grado demanda bastante tiempo, sacrificio y dedicación.

Tiempo que hay que restarle a los seres queridos que nos rodean.

En reconocimiento a su comprensión, apoyo y sobre todo al cariño mostrado en los momentos más críticos, dedico esta publicación: a mi querida esposa Patricia, y a mi más preciado tesoro, mi hijo Eduardo.

No pueden quedar fuera de esta dedicatoria, mis padres Ruth y Arturo, mi hermana Diana y mi querido Tío Eduardo, a quienes debo lo que soy.

Héctor

Dedicado a:

Mi Padre Guillermo, al que le debo lo que soy, que siempre fue el ejemplo a seguir, siendo una fuente interminable de enseñanzas.

Mi Madre Alcira, por el apoyo, comprensión y colaboración que siempre me brinda.

Mis hermanos Milton, Ronald, Silvia, Tania y Dennis que siempre están apoyándome en todo.

Mis sobrinos que son la alegría de nuestras vidas: Mauricio, Bruno y Helen.

Wilde

Un Agradecimiento muy Especial:

Al Ing. Msc. Galo Muñoz Vásquez por su apoyo constante y colaboración desinteresada que siempre nos ha brindado.

Al Ing. Guido León Clavijo por su cooperación y contribuciones importantes que le dio a este proyecto.

Al Ing. Msc. Armando Escalera Vásquez por su interés y sus consejos para que este proyecto sea el justo reflejo de todo el esfuerzo que le dedicamos.

También agradecer a todas las personas que directa o indirectamente cooperaron en la culminación de este trabajo.

FICHA RESUMEN

El presente trabajo pretende mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura de **Hidráulica II** de la **Carrera de Ingeniería Civil**, a través de la implementación de instrumentos de modernización académica que permitan al estudiante como elemento central del proceso, poder adquirir conocimientos en aula bajo la supervisión del docente, aún fuera de ella, incentivando así a ampliar sus conocimientos de manera autodidacta.

A continuación se presentan los instrumentos implementados:

A. Plan Global de la Asignatura

B. Plan De clase de la Asignatura

C. Texto Guía de uso del Estudiante, desarrollado en un lenguaje adecuado al nivel de formación del estudiante, preparado para facilitar la labor del docente y brindar al estudiante un instrumento de orientación y consulta. Está constituido por once capítulos: I Introducción al flujo a superficie libre, II. Flujo en Canales Abiertos y su Clasificación, III. Canales Abiertos y sus Propiedades, IV. Aforos, V. Energía, Momentum y Fenómenos Locales, VI. Flujo Crítico, VII. Flujo Uniforme, VIII. Flujo Gradualmente Variado, IX. Flujo Espacialmente Variado, X. Transiciones, Cambios de Dirección y Bifurcaciones, XI. Compuertas, Orificios y Vertederos. Presentando para cada tema los respectivos ejercicios resueltos y propuestos.

D. Texto del Docente

E. Programas Computacionales, (incluidos en la pagina Web de la asignatura alojada en la Plataforma Académica Virtual del LHUMSS) se presentan con fines académicos: dos programas; HCANALES para su aplicación en canales artificiales, HEC-RAS para la aplicación a canales naturales, cada uno con su respectivo manual básico de uso y ejemplos de aplicación, además planillas EXCEL como herramientas de apoyo.

F. Diapositivas (Ayudas Visuales) para uso del docente; que comprenden todos los temas del texto guía.

G. Guía de Laboratorio, (alojada en la Plataforma Académica Virtual del LHUMSS).

OBJETIVOS

OBJETIVO GENERAL

El objetivo general del presente proyecto es modernizar la enseñanza - aprendizaje en la materia de Hidráulica II, dotando de instrumentos de orientación y consulta.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Los objetivos específicos del proyecto son los siguientes:

- Elaboración de un Plan Global Actualizado para la materia de Hidráulica II.
- Elaboración de un Plan de Clase para la materia de Hidráulica II.
- Elaboración de un Texto Guía de la materia de Hidráulica II para uso del Estudiante
- Elaboración de un conjunto de problemas solucionados para cada capítulo de la asignatura.
- Elaboración de un conjunto de problemas propuestos para cada capítulo de la asignatura.
- Elaboración de un Texto de uso del Docente para la materia de Hidráulica II.
- Elaboración de manuales básicos para el manejo de los Programas HCANALES, HEC-RAS.
- Elaboración de Ayudas Visuales para la materia de Hidráulica II.
- Elaboración de un texto Guía de Laboratorio para la materia de Hidráulica II.

ÍNDICE

<u>Dedicatoria</u>	<u>i</u>
<u>Agradecimientos</u>	<u>ii</u>
<u>Ficha Resumen</u>	<u>iii</u>
<u>Objetivos</u>	<u>iv</u>
<u>Índice General</u>	<u>v</u>
<u>Índice de Figuras</u>	<u>xiv</u>
<u>Índice de Tablas</u>	<u>xxi</u>

ÍNDICE GENERAL

Página

CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN AL FLUJO A SUPERFICIE LIBRE

1.1	GENERALIDADES	1
1.2	RESUMEN HISTÓRICO GENERAL	2
1.3	CANALES REPRESENTATIVOS DEL MUNDO	3
1.4	SITUACIÓN DEL RIEGO EN BOLIVIA	5
1.5	DATOS HIDROGRÁFICOS DE BOLIVIA	7

CAPÍTULO 2 FLUJO EN CANALES ABIERTOS Y SU CLASIFICACIÓN

2.1	INTRODUCCIÓN	10
2.2	COMPARACIÓN ENTRE FLUJO EN TUBERIAS Y FLUJO EN CANALES ABIERTOS	10
2.3	FUNDAMENTOS DEL FLUJO DE FLUIDOS	12
2.3.1	TRAYECTORIA DE UNA PARTÍCULA LÍQUIDA	12
2.3.2	LÍNEAS DE CORRIENTE	12
2.3.3	TUBOS DE CORRIENTE	13
2.3.4	RED DE CORRIENTE	14
2.3.5	ECUACIÓN DE CONTINUIDAD	14
2.3.6	ECUACIÓN DE LA ENERGÍA O ECUACIÓN DE BERNOULLI	15
2.3.7	ECUACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO O MOMENTUM	17
2.4	CLASIFICACIÓN DEL FLUJO EN CANALES ABIERTOS	18
2.4.1	FLUJO PERMANENTE Y FLUJO NO PERMANENTE	19
2.4.2	FLUJO UNIFORME Y FLUJO VARIADO	19
2.5	ESTADOS DE FLUJO	22

2.5.1	EFECTO DE VISCOSIDAD	22
2.5.2	EFECTO DE LA GRAVEDAD	25
2.6	REGÍMENES DE FLUJO	27
2.7	PROBLEMAS RESUELTOS	27
2.8	PROBLEMAS PROPUESTOS	33
2.9	PREGUNTAS CONCEPTUALES	34

CAPÍTULO 3 CANALES ABIERTOS Y SUS PROPIEDADES

3.1	DEFINICIÓN	36
3.2	CLASES DE CANALES	36
3.2.1	CANALES NATURALES	36
3.2.2	CANALES ARTIFICIALES	37
3.3	GEOMETRÍA DEL CANAL	39
3.3.1	SECCIONES ABIERTAS	39
3.3.2	SECCIONES CERRADAS	39
3.4	ELEMENTOS GEOMÉTRICOS DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL DE UN CANAL	40
3.4.1	RELACIONES GEOMÉTRICAS DE LAS SECCIONES TRANSVERSALES MÁS FRECUENTES	42
3.4.2	CÁLCULO DE LAS RELACIONES GEOMÉTRICAS PARA UNA SECCIÓN CIRCULAR Y DE HERRADURA	42
3.5	DISTRIBUCIÓN DE VELOCIDADES EN UNA SECCIÓN DE CANAL	49
3.5.1	RELACIONES PARA LA VELOCIDAD MEDIA	51
3.6	DISTRIBUCIÓN DE LA VELOCIDAD EN CANALES ABIERTOS ANCHOS	52
3.7	COEFICIENTES DE DISTRIBUCIÓN DE VELOCIDAD	52
3.7.1	COEFICIENTE DE CORIOLIS	52
3.7.2	COEFICIENTE DE BOUSSINESQ	53
3.8	DISTRIBUCIÓN DE PRESIÓN EN UNA SECCIÓN DE CANAL	55
3.9	EFECTO DE LA PENDIENTE EN LA DISTRIBUCIÓN DE PRESIONES	58
3.10	PROBLEMAS RESUELTOS	61
3.11	PROBLEMAS PROPUESTOS	80

CAPÍTULO 4 AFOROS

4.1	INTRODUCCIÓN	83
4.2	MÉTODOS PARA EL AFORO DE CAUDALES	84
4.3	CLASIFICACIÓN DE LOS MÉTODOS DE AFORO	84
4.3.1	MÉTODOS DE AFORO DIRECTO	85

4.3.1.1	AFORO VOLUMÉTRICO	85
4.3.1.2	AFORO GRAVIMÉTRICO	85
4.3.1.3	AFORO QUÍMICO O DEL TRAZADOR	86
4.3.2	MÉTODOS DE ÁREA – VELOCIDAD	90
4.3.2.1	MÉTODO DEL FLOTADOR	91
4.3.2.2	MÉTODO DEL MOLINETE HIDROMÉTRICO	96
4.3.2.3	MÉTODO DEL TUBO PITOT	102
4.3.2.4	AFORO DE LA DESCARGA LIBRE EN TUBERÍAS, POR EL METODO DE LA TRAYECTORIA	103
4.3.3	MÉTODOS QUE UTILIZAN CONTRACCIONES	106
4.4	MEDIDORES DE MÁXIMA PRESIÓN	106
4.5	PROBLEMAS RESUELTOS	107
4.6	PROBLEMAS PROPUESTOS	112

CAPÍTULO 5 ENERGÍA, MOMENTUM Y FENÓMENOS LOCALES

5.1	ENERGÍA DEL FLUJO EN CANALES ABIERTOS	115
5.2	ENERGÍA ESPECÍFICA	120
5.3	MOMENTUM DEL FLUJO EN CANALES ABIERTOS	123
5.4	FENÓMENOS LOCALES	127
5.4.1	CAÍDA HIDRÁULICA	128
5.4.2	CAÍDA LIBRE	128
5.4.3	RESALTO HIDRÁULICO	130
5.4.3.1	ECUACIÓN GENERAL DEL RESALTO HIDRÁULICO	133
5.4.3.2	FUERZA ESPECÍFICA	135
5.4.3.3	CONDICION PARA FUERZA ESPECÍFICA MÍNIMA	137
5.4.3.4	ECUACIONES DEL RESALTO HIDRÁULICO PARA DIFERENTES FORMAS DE SECCIÓN	139
5.4.3.4.1	SECCIÓN RECTANGULAR	139
5.4.3.4.2	SECCIÓN TRAPEZOIDAL	140
5.4.3.4.3	SECCIÓN PARABÓLICA	140
5.4.3.4.4	SECCIÓN CIRCULAR	141
5.4.3.5	FORMAS DE RESALTO EN CANALES CON PENDIENTE CASI HORIZONTAL	142
5.4.3.6	ESTABILIDAD DEL RESALTO HIDRÁULICO	145
5.4.3.7	LONGITUD DEL RESALTO	147
5.4.3.8	UBICACIÓN DEL RESALTO HIDRÁULICO	150

5.5	PROBLEMAS RESUELTOS	152
5.6	PROBLEMAS PROPUESTOS	166

CAPÍTULO 6 FLUJO CRÍTICO

6.1	CRITERIO PARA EL ESTADO CRÍTICO DEL FLUJO	168
6.1.1	CAUDAL CRÍTICO	170
6.1.2	TIRANTE CRÍTICO	170
6.1.3	VELOCIDAD CRÍTICA	170
6.1.4	PENDIENTE CRÍTICA	171
6.1.5	RÉGIMEN SUBCRÍTICO	171
6.1.6	RÉGIMEN SUPERCRÍTICO	171
6.2	EL FACTOR DE SECCIÓN PARA EL CÁLCULO DE FLUJO CRÍTICO	172
6.3	EL EXPONENTE HIDRÁULICO PARA EL CÁLCULO DEL FLUJO CRÍTICO	176
6.4	ECUACIÓN DEL RÉGIMEN CRÍTICO	179
6.4.1	CONDICIÓN PARA LA ENERGÍA ESPECÍFICA MÍNIMA (Q CONSTANTE)	179
6.4.2	CONDICIÓN PARA EL CAUDAL MÁXIMO (E CONSTANTE)	180
6.4.3	RELACIONES ENTRE LOS PARÁMETROS PARA UN RÉGIMEN CRÍTICO	183
6.4.3.1	SECCIÓN RECTANGULAR	183
6.4.3.2	SECCIÓN TRIANGULAR	185
6.4.3.3	SECCIÓN TRAPEZOIDAL	186
6.5	CÁLCULO DEL FLUJO CRÍTICO	187
6.6	CONTROL DE FLUJO	189
6.7	MEDIDORES DEL REGIMEN CRÍTICO – MEDIDORES PARSHALL	192
6.7.1	VENTAJAS DE LOS MEDIDORES DE REGIMEN CRÍTICO	192
6.7.2	MEDIDOR PARSHALL	192
6.7.3	USOS Y APLICACIONES	195
6.7.4	CONDICIONES DE DESCARGA	196
6.7.5	SELECCIÓN DEL TAMAÑO	197
6.7.6	PUNTOS DE MEDICIÓN	199
6.7.7	VENTAJAS DE LOS MEDIDORES PARSHALL	200
6.7.8	FORMULAS Y TABLAS	200
6.7.9	LOCALIZACION DE LOS MEDIDORES PARSHALL	202
6.7.10	MEDIDORES AHOGADOS	202
6.8	PROBLEMAS RESUELTOS	204
6.9	PROBLEMAS PROPUESTOS	211

CAPÍTULO 7 FLUJO UNIFORME

7.1	DESARROLLO DEL FLUJO UNIFORME Y DE SUS ECUACIONES	212
7.1.1	CARACTERÍSTICAS DEL FLUJO UNIFORME	212
7.1.2	ESTABLECIMIENTO DEL FLUJO UNIFORME	212
7.1.3	EXPRESIÓN DE LA VELOCIDAD EN FLUJO UNIFORME	214
7.1.4	LA ECUACIÓN DE CHEZY	215
7.1.5	CÁLCULO DEL FACTOR DE RESISTENCIA DE CHEZY	217
7.1.6	LA ECUACIÓN DE MANNING	221
7.1.7	SELECCIÓN DEL COEFICIENTE DE RUGOSIDAD DE MANNING	223
	7.1.7.1 FACTORES QUE AFECTAN EL COEFICIENTE DE RUGOSIDAD DE MANNING	224
	7.1.7.2 TABLA DEL COEFICIENTE DE RUGOSIDAD DE MANNING	230
	7.1.7.3 ILUSTRACIONES DE CANALES CON DIFERENTES RUGOSIDADES	230
	7.1.7.4 DETERMINACIÓN DEL VALOR DE n MEDIANTE MÉTODOS EMPÍRICOS	235
7.2	CÁLCULO DE FLUJO UNIFORME	236
7.2.1	CONDUCTIVIDAD DE UNA SECCIÓN DE CANAL	236
7.2.2	EL FACTOR DE SECCIÓN PARA EL CÁLCULO DE FLUJO UNIFORME	237
7.2.3	EL EXPONENTE HIDRÁULICO PARA EL CÁLCULO DEL FLUJO UNIFORME	240
7.2.4	CARACTERÍSTICAS DEL FLUJO A SUPERFICIE LIBRE EN UN CONDUCTO CERRADO	244
7.2.5	FLUJO EN UNA SECCIÓN DE CANAL CON RUGOSIDAD COMPUESTA	246
	7.2.5.1 RUGOSIDAD DE CANALES CUBIERTOS DE HIELO	247
	7.2.5.2 CANALES DE SECCIÓN COMPUESTA	248
7.2.6	CÁLCULO DE LA PROFUNDIDAD NORMAL Y DE LA VELOCIDAD NORMA	249
7.2.7	CÁLCULO DE LAS PENDIENTES NORMAL Y CRÍTICA	250
7.2.8	PROBLEMAS DE CÁLCULO DE FLUJO UNIFORME	250
7.3	DISEÑO DE CANALES CON FLUJO UNIFORME	251
7.3.1	CANALES NO EROSIONABLES	252
	7.3.1.1 CANAL NO EROSIONABLE	252
	7.3.1.2 MATERIAL Y REVESTIMIENTO NO EROSIONABLE	252
	7.3.1.3 VELOCIDAD MÍNIMA PERMISIBLE	253
	7.3.1.4 PENDIENTES DE CANAL	253
	7.3.1.5 BORDE LIBRE	254
	7.3.1.6 SECCIONES DE MÁXIMA EFICIENCIA HIDRÁULICA	256
	7.3.1.6.1 RELACIONES GEOMÉTRICAS	257
	7.3.1.7 FÓRMULAS QUE PROPORCIONAN UN MÁXIMO CAUDAL Y UNA MÁXIMA	

	VELOCIDAD EN CONDUCTOS ABOVEDADOS	261
	7.3.1.7.1 FÓRMULA GENERAL QUE PRODUCE UNA MÁXIMA VELOCIDAD	261
	7.3.1.7.2 FÓRMULA GENERAL QUE PRODUCE UN MÁXIMO CAUDAL	262
	7.3.1.8 SECCIONES DE MÍNIMA INFILTRACION	263
	7.3.1.9 CÁLCULO DE LAS DIMENSIONES DE LA SECCIÓN	266
7.3.2	CANALES EROSIONABLES QUE SE SOCAVAN PERO NO SE SEDIMENTAN	268
	7.3.2.1 MÉTODOS DE APROXIMACIÓN	268
	7.3.2.2 VELOCIDAD MÁXIMA PERMISIBLE	268
	7.3.2.3 MÉTODO DE LA VELOCIDAD PERMISIBLE	271
	7.3.2.4 FUERZA TRACTIVA	271
	7.3.2.5 RELACIÓN DE FUERZA TRACTIVA	273
	7.3.2.6 FUERZA TRACTIVA PERMISIBLE	276
	7.3.2.7 MÉTODO DE LA FUERZA TRACTIVA	278
	7.3.2.8 LA SECCIÓN HIDRÁULICA ESTABLE	279
7.3.3	DISEÑO DE CANALES REVESTIDOS CON PASTO	282
7.4	PROBLEMAS RESUELTOS	287
7.5	PROBLEMAS PROPUESTOS	296

CAPÍTULO 8 FLUJO GRADUALMENTE VARIADO

8.1	DEFINICIÓN	298
8.2	CONSIDERACIONES FUNDAMENTALES	298
8.3	ECUACIÓN DINÁMICA DE FLUJO GRADUALMENTE VARIADO	299
8.4	CURVAS DE REMANSO	303
	8.4.1 CLASIFICACIÓN Y NOMENCLATURA DE LAS CURVAS DE REMANSO	303
	8.4.1.1 TIPOS DE PENDIENTES DE FONDO (S_o)	303
	8.4.1.2 ZONAS DE GENERACIÓN DE LAS CURVAS DE REMANSO	305
	8.4.2 PROPIEDADES GENERALES DE LAS CURVAS DE REMANSO	306
	8.4.3 EJEMPLOS REALES DE CURVAS DE REMANSO	314
	8.4.4 PROCEDIMIENTO PARA DETERMINAR EL TIPO DE CURVA DE REMANSO	315
	8.4.5 SECCIÓN DE CONTROL	320
8.5	MÉTODOS DE CÁLCULO	321
	8.5.1 MÉTODO DE INTEGRACIÓN GRÁFICA	322
	8.5.1.1 PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO	324
	8.5.2 MÉTODO DE INTEGRACIÓN DIRECTA (BAKHMETEFF)	326
	8.5.2.1 PROCEDIMIENTO DE INTEGRACIÓN	327

8.5.2.2	CÁLCULO DE LAS EXPRESIONES DE LOS EXPONENTES HIDRÁULICOS N Y M	332
8.5.2.3	PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO	336
8.5.3	MÉTODO DE BRESSE	340
8.5.3.1	PROCEDIMIENTO DE INTEGRACIÓN	341
8.5.3.2	PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO	344
8.5.4	MÉTODO NÚMERICO	349
8.5.5	MÉTODO DIRECTO POR TRAMOS	349
8.5.5.1	DEDUCCIÓN DE LA FÓRMULA	349
8.5.5.2	PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO	351
8.5.6	MÉTODO DE TRAMOS FIJOS	353
8.5.6.1	ECUACIÓN DEL MÉTODO	353
8.5.6.2	PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO	354
8.6	EJERCICIOS RESUELTOS	358
8.7	EJERCICIOS PROPUESTOS	386

CAPÍTULO 9 FLUJO ESPACIALMENTE VARIADO

9.1	DEFINICIÓN	388
9.2	FLUJO CON CAUDAL DECRECIENTE	389

CAPÍTULO 10 TRANSICIONES, CAMBIOS DE DIRECCIÓN Y BIFURCACIONES

10.1	TRANSICIONES	392
10.1.1	EN REGIMEN SUBCRÍTICO	392
10.1.1.1	EXPANSIONES Y CONTRACCIONES BRUSCAS	392
10.1.1.2	EXPANSIONES Y CONTRACCIONES GRADUALES	396
10.1.2	EN REGIMEN SUPERCRÍTICO	398
10.1.2.1	CONTRACCIONES GRADUALES	400
10.1.2.2	EXPANSIONES GRADUALES	403
10.2	CAMBIOS DE DIRECCIÓN	404
10.2.1	CURVAS HORIZONTALES	404
10.2.1.1	EN RÉGIMEN SUBCRÍTICO	404
10.2.1.2	EN RÉGIMEN SUPERCRÍTICO	408
10.2.2	CURVAS VERTICALES	411
10.2.2.1	CONVEXAS	411
10.2.2.2	CÓNCavas	412
10.3	BIFURCACIONES	412

10.3.1	COMPORTAMIENTO GENERAL	413
10.3.1.1	EN SEPARACIONES	413
10.3.1.1	EN UNIONES	414
10.3.2	PÉRDIDAS DE ENERGÍA	415
10.3.2.1	EN SEPARACIONES	415
10.3.2.2	EN UNIONES	419
10.3.3	FLUJO EN UN RÍO ALREDEDOR DE UNA ISLA	420

CAPÍTULO 11 ORIFICIOS, COMPUERTAS Y VERTEDEROS

11.1	ORIFICIOS	422
11.1.1	DEFINICIONES	422
11.1.2	CLASIFICACIÓN	423
11.1.3	CÁLCULO DEL CAUDAL EROGADO	423
11.1.4	ORIFICIOS DE PARED DELGADA	426
11.1.5	ORIFICIOS DE PARED GRUESA	433
11.1.6	ORIFICIOS CON TUBO	435
11.1.7	ORIFICIOS CON CARGA CONSTANTE	435
11.1.8	ORIFICIOS CON CARGA VARIABLE	436
11.1.9	ORIFICIOS CON DESCARGA LIBRE	437
11.1.10	ORIFICIOS CON DESCARGA SUMERGIDA	438
11.2	COMPUERTAS	440
11.3	VERTEDEROS	443
11.3.1	VERTEDEROS DE CRESTA AGUDA	444
11.3.1.1	SECCIÓN RECTANGULAR	444
11.3.1.2	SECCIÓN TRIANGULAR	446
11.3.1.3	SECCIÓN TRAPEZOIDAL	447
11.3.2	VERTEDEROS DE CRESTA ANCHA	448
11.3.3	VERTEDEROS AHOGADOS	448

<u>BIBLIOGRAFÍA</u>	450
----------------------------	-----

<u>DIRECCIONES EN INTERNET</u>	451
---------------------------------------	-----

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

CONCLUSIONES	453
RECOMENDACIONES	454

ANEXOS

ANEXO A	455
ANEXO B	457
ANEXO C	465
ANEXO D	467
ANEXO E	477

ÍNDICE DE FIGURAS

	Página
FIGURA 1-1 EL CANAL DE PANAMÁ_____	3
FIGURA 1-2 EL CANAL DE SUEZ_____	4
FIGURA 1-3 EL CANAL DE CASTILLA_____	5
FIGURA 1-4 MAPA HIDROGRÁFICO DE BOLIVIA_____	9
FIGURA 2-1 COMPARACIÓN ENTRE FLUJO EN TUBERÍAS Y FLUJO EN CANALES ABIERTOS_____	11
FIGURA 2-2 TRAYECTORIA DE UNA PARTÍCULA LÍQUIDA_____	12
FIGURA 2-3 LÍNEAS DE CORRIENTE_____	13
FIGURA 2-4 TUBO DE CORRIENTE_____	13
FIGURA 2-5 ENERGÍA TOTAL EN UNA SECCIÓN DE UN CANAL_____	16
FIGURA 2-5 ELEMENTOS DE LA ENERGÍA POR UNIDAD DE PESO_____	16
FIGURA 2-6 ENERGÍA EN LAS SECCIONES 1 Y 2_____	17
FIGURA 2-7 VOLUMEN DE CONTROL PARA DEFINIR LA ECUACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO_____	18
FIGURA 2-8 FLUJO UNIFORME PERMANENTE_____	20
FIGURA 2-9 FLUJO UNIFORME NO PERMANENTE_____	20
FIGURA 2-10 FLUJO RÁPIDAMENTE VARIADO_____	21
FIGURA 2-11 FLUJO GRADUALMENTE VARIADO_____	21
FIGURA 2-12 FLUJO VARIADO_____	21
FIGURA 2-13 FLUJO LAMINAR_____	22
FIGURA 2-14 FLUJO TURBULENTO_____	23
FIGURA 2-15 RELACIÓN PROFUNDIDAD-VELOCIDAD PARA CUATRO REGÍMENES DE FLUJO EN CANALES ABIERTOS_____	26
FIGURA 3-1 CANAL NATURAL_____	37
FIGURA 3-2 CANAL ARTIFICIAL_____	38
FIGURA 3-3 ELEMENTOS GEOMÉTRICOS DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL DE UN CANAL_____	40
FIGURA 3-4 ELEMENTOS GEOMÉTRICOS DE UNA SECCIÓN CIRCULAR_____	48
FIGURA 3-5 SECCIÓN TRANSVERSAL_____	49
FIGURA 3-6 VARIACIÓN DE LAS VELOCIDADES EN LAS VERTICALES (1), (2) Y (3)_____	49
FIGURA 3-7 VARIACIÓN DE LA VELOCIDAD CON LA PROFUNDIDAD_____	50
FIGURA 3-8 PERFILES DE VELOCIDAD EN UN CANAL RECTANGULAR_____	50
FIGURA 3-9 CURVAS COMUNES DE IGUAL VELOCIDAD EN DIFERENTES SECCIONES DE CANAL_____	51
FIGURA 3-10 DISTRIBUCIÓN DE PRESIONES EN CANALES A FLUJO PARALELO_____	55
FIGURA 3-11 DISTRIBUCIÓN DE PRESIONES EN CANALES A FLUJO CONVEXO_____	56
FIGURA 3-12 DISTRIBUCIÓN DE PRESIONES EN CANALES A FLUJO CÓNCAVO_____	57

FIGURA 3-13 DISTRIBUCIÓN DE PRESIONES EN UN FLUJO PARALELO EN CANALES DE PENDIENTE ALTA _____	59
FIGURA 3-14 DISTRIBUCIÓN DE PRESIONES EN FLUJO CURVILÍNEO EN CANALES DE PENDIENTE ALTA _____	60
FIGURA 4-1 AFORO VOLUMÉTRICO _____	85
FIGURA 4-2 PERFIL DE CONCENTRACIONES EN EL RÍO _____	87
FIGURA 4-3 INYECCIÓN A CAUDAL CONSTANTE _____	88
FIGURA 4-4 AFORO QUÍMICO DE UNA CORRIENTE Y TOMA DE MUESTRAS _____	89
FIGURA 4-5 DISTRIBUCIÓN DE VELOCIDADES DE FLUJO A) SECCIÓN TRANSVERSAL B) PERFIL LONGITUDINAL _____	91
FIGURA 4-6 MEDICIÓN DE LA VELOCIDAD POR MEDIO DE FLOTADORES _____	91
FIGURA 4-7 A) FLOTADOR SIMPLE B) FLOTADOR DOBLE C) BASTÓN FLOTADOR _____	92
FIGURA 4-8. LEVANTAMIENTO TOPOGRÁFICO DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL _____	93
FIGURA 4-9 MEDICIÓN DE LA VELOCIDAD POR MEDIO DE FLOTADORES _____	94
FIGURA 4-10 MOLINETE DE EJE VERTICAL O DE CAZOLETAS _____	96
FIGURA 4-11 MOLINETE DE EJE HORIZONTAL O DE HÉLICE _____	97
FIGURA 4-12 MOLINETES DE EJE HORIZONTAL _____	97
FIGURA 4-13 TÍPICA RELACIÓN LINEAL ENTRE VELOCIDAD DE LA CORRIENTE Y LA VELOCIDAD DE GIRO DE LOS MOLINETES _____	98
FIGURA 4-14 SECCIÓN TRANSVERSAL EN EL PUNTO DE AFORO _____	101
FIGURA 4-15 TUBO DE PITOT _____	102
FIGURA 4-16 AFORO DE LA DESCARGA LIBRE EN TUBERÍAS, POR EL MÉTODO DE LA TRAYECTORIA _____	103
FIGURA 4-17 TRAZO AUXILIAR SOBRE LA CIRCUNFERENCIA DE UNA TUBERÍA PARCIALMENTE LLENA PARA CALCULAR EL ÁNGULO θ _____	105
FIGURA 5-1 ENERGÍA TOTAL EN UNA SECCIÓN DE UN CANAL _____	115
FIGURA 5-2 ENERGÍA DE UN FLUJO GRADUALMENTE VARIADO EN CANALES ABIERTOS _____	116
FIGURA 5-3 LÍNEA DE ALTURAS TOTALES, PIEZOMÉTRICAS Y HORIZONTE DE ENERGÍA _____	118
FIGURA 5-4 ENERGÍA EN LAS SECCIONES 1 Y 2 _____	119
FIGURA 5-5 CURVA DE ENERGÍA ESPECÍFICA _____	121
FIGURA 5-6 CURVA DE ENERGÍA ESPECÍFICA _____	122
FIGURA 5-7 VOLUMEN DE CONTROL PARA DEFINIR LA ECUACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO _____	123
FIGURA 5-8 APLICACIÓN DEL PRINCIPIO DE MOMENTUM _____	125
FIGURA 5-9 CAÍDA HIDRÁULICA _____	128
FIGURA 5-10 CAÍDA LIBRE INTERPRETADA MEDIANTE UNA CURVA DE ENERGÍA ESPECÍFICA _____	129

FIGURA 5-11 RESALTO HIDRÁULICO_____	130
FIGURA 5-12 LUGARES APROPIADOS PARA FORMARSE EL RESALTO HIDRÁULICO_____	131
FIGURA 5-13 ELEMENTOS DEL RESALTO HIDRÁULICO_____	132
FIGURA 5-14 VOLUMEN DE CONTROL_____	134
FIGURA 5-15 CURVAS DE FUERZA ESPECÍFICA Y ENERGÍA ESPECÍFICA EN EL RESALTO HIDRÁULICO_____	136
FIGURA 5-16 SECCIÓN TRANSVERSAL DE UN CANAL_____	138
FIGURA 5-17 RESALTO ONDULADO_____	143
FIGURA 5-18 RESALTO DÉBIL_____	143
FIGURA 5-19 RESALTO OSCILANTE_____	144
FIGURA 5-20 RESALTO ESTABLE_____	144
FIGURA 5-21 RESALTO FUERTE_____	144
FIGURA 5-22 ESTABILIDAD DEL RESALTO HIDRÁULICO_____	145
FIGURA 5-23 $E_2 > E_N$ RESALTO BARRIDO_____	146
FIGURA 5-24 $E_2 = E_N$ RESALTO CLARO_____	146
FIGURA 5-25 $E_2 < E_N$ RESALTO AHOGADO_____	147.
FIGURA 5-26 LONGITUD DEL RESALTO_____	147
FIGURA 5-27 LONGITUD DEL RESALTO, EN CANALES DE SECCIÓN RECTANGULAR CON PENDIENTE, SEGÚN EL U.S. BUREAU OF RECLAMATION_____	149
FIGURA 5-28 UBICACIÓN DEL RESALTO HIDRÁULICO_____	150
FIGURA 5-29 RESALTO BARRIDO_____	150
FIGURA 5-30 RESALTO CLARO_____	151
FIGURA 5-31 RESALTO AHOGADO_____	151
FIGURA 6-1 CURVA DE ENERGÍA ESPECÍFICA_____	172
FIGURA 6-2 CURVAS PARA DETERMINAR EL TIRANTE CRÍTICO EN SECCIONES RECTANGULARES, TRAPEZOIDALES Y CIRCULARES_____	174
FIGURA 6-3 CURVAS PARA DETERMINAR EL TIRANTE CRÍTICO, (1) PARA SECCIONES CIRCULARES, (2) HERRADURA, (3) OVOIDE CON PUNTA HACIA ARRIBA Y (4) OVOIDE CON PUNTA HACIA ABAJO_____	175
FIGURA 6-4 CURVAS DE VALORES DE M PARA SECCIONES RECTANGULARES Y TRAPEZOIDALES_____	177
FIGURA 6-5 DETERMINACIÓN GRÁFICA DEL VALOR DE M _____	179
FIGURA 6-6 SECCIÓN TRANSVERSAL DE UN CANAL_____	180
FIGURA 6-7 RELACIÓN ENTRE EL CAUDAL Y TIRANTE_____	181
FIGURA 6-8 CURVA DE y VS. Z PARA UNA SECCIÓN CIRCULAR_____	188
FIGURA 6-9 CONDICIONES DE FLUJO EN UN CANAL PRISMÁTICO LARGO_____	191
FIGURA 6-10 PLANTA, ELEVACIÓN Y DIMENSIONES DE UNA CANALETA PARSHALL_____	194

FIGURA 6-11 PLANTA Y ELEVACIÓN DE UNA CANALETA PARSHALL	197
FIGURA 6-12 PUNTOS DE MEDICIÓN	199
FIGURA 6-13 ÁBACO DE VALORES DE CORRECCIÓN PARA MEDIDORES AHOGADOS	203
FIGURA 7-1 ESTABLECIMIENTO DEL FLUJO UNIFORME EN UN CANAL LARGO	213
FIGURA 7-2 DEDUCCIÓN DE LA ECUACIÓN DE CHÉZY PARA FLUJO UNIFORME EN UN CANAL ABIERTO	216
FIGURA 7-3 CURVAS PARA DETERMINAR LA PROFUNDIDAD NORMAL	239
FIGURA 7-4 CURVAS DE VALORES DE N	242
FIGURA 7-5 DETERMINACIÓN GRÁFICA DE N POR GRAFICACIÓN LOGARÍTMICA	243
FIGURA 7-6 SECCIONES COMUNES DE CANAL CON UNA VARIACIÓN APRECIABLE EN EL VALOR DE N CON RESPECTO A LA PROFUNDIDAD	243
FIGURA 7-7 CARACTERÍSTICAS DEL FLUJO EN UNA SECCIÓN CIRCULAR	245
FIGURA 7-8 UN CANAL COMPUESTO POR UNA SECCIÓN PRINCIPAL Y DOS SECCIONES LATERALES	248
FIGURA 7-9 BORDE LIBRE Y ALTURA DE REVESTIMIENTO, RECOMENDADOS EN CANALES REVESTIDOS	256
FIGURA 7-10 SECCIONES ABOVEDADAS	261
FIGURA 7-11 DIAGRAMA DE INFILTRACIÓN EN LAS PAREDES Y FONDO DEL CANAL	263
FIGURA 7-12 INFILTRACIÓN EN EL FONDO DEL CANAL	264
FIGURA 7-13 INFILTRACIÓN EN LAS PAREDES	264
FIGURA 7-14 CURVAS EMPÍRICAS QUE MUESTRAN EL ANCHO EN EL FONDO Y LA PROFUNDIDAD EN CANALES REVESTIDOS	267
FIGURA 7-15 DISTRIBUCIÓN DE LA FUERZA TRACTIVA EN UNA SECCIÓN TRAPEZOIDAL DE CANAL	272
FIGURA 7-16 FUERZAS TRACTIVAS UNITARIAS MÁXIMAS EN TÉRMINOS DE $\gamma \cdot y \cdot S$ PARA LOS TALUDES	273
FIGURA 7-17 FUERZAS TRACTIVAS UNITARIAS MÁXIMAS PARA EL FONDO DEL CANAL	273
FIGURA 7-18 ANÁLISIS DE LAS FUERZAS QUE ACTÚAN EN UNA PARTÍCULA QUE REPOSA EN LA SUPERFICIE DEL LECHO DE UN CANAL	274
FIGURA 7-19 ÁNGULOS DE REPOSO PARA MATERIALES NO COHESIVOS	276
FIGURA 7-20 FUERZAS TRACTIVAS UNITARIAS PERMISIBLES RECOMENDADAS PARA CANALES EN MATERIALES NO COHESIVOS	277
FIGURA 7-21 FUERZAS TRACTIVAS UNITARIAS PERMISIBLES PARA CANALES EN MATERIALES COHESIVOS CONVERTIDAS DE LOS DATOS DE LA URSS SOBRE VELOCIDADES PERMISIBLES	278
FIGURA 7-22 DEFINICIÓN ESQUEMÁTICA DE LOS PARÁMETROS DE LA SECCIÓN HIDRÁULICA	

ESTABLE_____	280
FIGURA 7-23 CURVAS $n-I/R$ EXPERIMENTALES_____	285
FIGURA 8-1 FLUJO GRADUALMENTE VARIADO_____	298
FIGURA 8-2 DEDUCCIÓN DE LA ECUACIÓN DE FLUJO GRADUALMENTE VARIADO_____	300
FIGURA 8-3 CURVA DE REMANSO EN ZONA 1_____	305
FIGURA 8-4 CURVA DE REMANSO EN ZONA 2_____	305
FIGURA 8-5 CURVA DE REMANSO EN ZONA 3_____	306
FIGURA 8-6 DIBUJO DEL PERFIL LONGITUDINAL_____	316
FIGURA 8-7 UBICACIÓN DE SINGULARIDADES Y TRAMOS_____	316
FIGURA 8-8 CÁLCULO DEL TIRANTE NORMAL DE CADA TRAMO_____	317
FIGURA 8-9 CÁLCULO DEL TIRANTE CRÍTICO DE CADA TRAMO_____	317
FIGURA 8-10 UBICACIÓN DE LAS SECCIONES DE CONTROL_____	318
FIGURA 8-11 ESTABLECIMIENTO DE LAS CONDICIONES DE PENDIENTE_____	318
FIGURA 8-12 ESTABLECIMIENTO DE LAS ZONAS DE GENERACIÓN DE LAS CURVAS_____	319
FIGURA 8-13 ESTABLECIMIENTO DE LOS TIPOS DE CURVA_____	319
FIGURA 8-14 UBICACIÓN DE LOS LUGARES DONDE SE PRODUCEN RESALTOS HIDRÁULICOS_____	319
FIGURA 8-15 EJEMPLO DE UNA SECCIÓN DE CONTROL_____	321
FIGURA 8-16 TRAMO DE UN CANAL_____	322
FIGURA 8-17 ÁREA BAJO LA CURVA_____	323
FIGURA 8-18 CURVAS $f(y)$ PARA DIFERENTES TIPOS DE CURVAS DE REMANSO_____	324
FIGURA 8-19 ÁREA BAJO LA CURVA $f(y)$ _____	324
FIGURA 8-20 EL ÁREA REPRESENTA LA DISTANCIA QUE SEPARA LOS TIRANTES y_1 Y y_2 _____	325
FIGURA 8-21 ACUMULAR DISTANCIAS A PARTIR DE LA SECCIÓN DE CONTROL_____	325
FIGURA 8-22 CURVAS DE VALORES DE N _____	335
FIGURA 8-23 IDENTIFICACIÓN DEL TRAMO A CALCULAR_____	336
FIGURA 8-24 CURVAS DE VALORES DE M _____	338
FIGURA 8-25 ACUMULACIÓN DE LONGITUDES OBTENIDAS PARA CADA TRAMO_____	340
FIGURA 8-26 IDENTIFICACIÓN DEL TRAMO A CALCULAR_____	345
FIGURA 8-27 ACUMULACIÓN DE LONGITUDES OBTENIDAS PARA CADA TRAMO_____	346
FIGURA 8-28 TRAMO CORTO DE UN CANAL PRISMÁTICO_____	350
FIGURA 8-29 IDENTIFICACIÓN DEL TRAMO A CALCULAR_____	354
FIGURA 9-1 DISPOSICIÓN DE VERTEDEROS LATERALES_____	388
FIGURA 9-2 PERFILES DE FLUJO TÍPICOS EN CANALES DE CAUDAL DECRECIENTE_____	390
FIGURA 10-1 TIPOS DE TRANSICIONES BRUSCAS_____	394
FIGURA 10-2 COEFICIENTES DE PÉRDIDA DE ENERGÍA k_f EN CONTRACCIONES DE UN CANAL RECTANGULAR_____	395

FIGURA 10-3 COEFICIENTES DE PÉRDIDA DE ENERGÍA k_e POR ENTRADA A UN CANAL	396
FIGURA 10-4 COEFICIENTES DE PÉRDIDA DE ENERGÍA E EN EXPANSIONES GRADUALES	397
FIGURA 10-5 COEFICIENTES DE PÉRDIDA DE ENERGÍA E EN EXPANSIONES GRADUALES	397
FIGURA 10-6 TIPOS DE CONTRACCIÓN GRADUAL Y COEFICIENTES DE PÉRDIDA DE ENERGÍA	398
FIGURA 10-7 FRENTE DE ONDA OBLICUA ESTACIONARIA	399
FIGURA 10-8 LÍMITE DE ESTRANGULAMIENTO DE UNA CONTRACCIÓN EN RÉGIMEN SUPERCRÍTICO	400
FIGURA 10-9 TIPOS DE GEOMETRÍA EN UNA CONTRACCIÓN DE UN CANAL RECTANGULAR CON RÉGIMEN SUPERCRÍTICO	401
FIGURA 10-10 DISEÑO DE CONTRACCIONES DE TRAZO RECTO Y SIMÉTRICO	402
FIGURA 10-11 CURVAS GENERALIZADAS PARA DISEÑAR LA FRONTERA DE UNA EXPANSIÓN EN RÉGIMEN SUPERCRÍTICO	403
FIGURA 10-12 CORRIENTE SECUNDARIA Y FLUJO HELICOIDAL EN CURVAS HORIZONTALES	404
FIGURA 10-13 SOBREELEVACIÓN DEL FLUJO EN UNA CURVA HORIZONTAL	407
FIGURA 10-14 PERFIL DE FLUJO Y LÍNEAS DE ENERGÍA EN UNA CURVA HORIZONTAL A RÉGIMEN SUBCRÍTICO	408
FIGURA 10-15 CONFIGURACIÓN DE LAS ONDAS OBLICUAS PARA EL FLUJO SUPERCRÍTICO EN UNA CURVA HORIZONTAL	410
FIGURA 10-16 SOBREELEVACIÓN DE UNA CURVA SIMPLE A RÉGIMEN SUPERCRÍTICO	411
FIGURA 10-17 CURVA VERTICAL CONVEXA	412
FIGURA 10-18 PERFILES DE FLUJO EN BIFURCACIONES EN UNA SEPARACIÓN A RÉGIMEN SUBCRÍTICO	413
FIGURA 10-19 PERFILES DE FLUJO EN BIFURCACIONES EN UNA SEPARACIÓN A RÉGIMEN SUPERCRÍTICO	414
FIGURA 10-20 PERFIL DE FLUJO EN UNA UNIÓN, CON TRANSICIÓN DE RÉGIMEN SUBCRÍTICO A SUPERCRÍTICO	415
FIGURA 10-21 GEOMETRÍA DE LA BIFURCACIÓN EN SEPARACIÓN DE CANALES	416
FIGURA 10-22 COEFICIENTE DE PÉRDIDA DE ENERGÍA PARA BIFURCACIONES EN SEPARACIÓN	417
FIGURA 10-23 CORRELACIÓN ENTRE TIRANTES EN BIFURCACIONES EN SEPARACIÓN A 90°	417
FIGURA 10-24 CORRELACIÓN DE CARACTERÍSTICAS HIDRÁULICAS CON SEPARACIÓN A 90°	418
FIGURA 10-25 PARÁMETROS k_B EN FUNCIÓN DE y ; BIFURCACIONES CON SEPARACIÓN A 90°	419
FIGURA 10-26 GEOMETRÍA DE LA BIFURCACIÓN EN UNIÓN DE CANALES	420
FIGURA 10-27 CÁLCULO DE LA REPARTICIÓN DE CAUDALES DE UN RÍO ALREDEDOR DE UNA ISLA	421
FIGURA 11-1 ORIFICIO	422
FIGURA 11-2 TIPOS DE ORIFICIOS SEGÚN EL ESPESOR DE LA PARED	423
FIGURA 11-3 TEOREMA DE TORRICELLI	424

FIGURA 11-4 VALORES EXPERIMENTALES DEL COEFICIENTE DE DESCARGA C_d	425
FIGURA 11-5 ORIFICIOS PRACTICADOS EN EL FONDO	426
FIGURA 11-6 ORIFICIO DE PARED DELGADA	427
FIGURA 11-7 VALORES DE C_d PARA ORIFICIOS CUADRADOS DE LADO “a” EN PARED DELGADA	430
FIGURA 11-8 VALORES DE C_d PARA ORIFICIOS CIRCULARES DE PARED DELGADA VERTICAL	431
FIGURA 11-9 ORIFICIO DE PARED GRUESA	433
FIGURA 11-10 ORIFICIO CON CARGA CONSTANTE	436
FIGURA 11-11 ORIFICIO CON CARGA VARIABLE	437
FIGURA 11-12 ORIFICIO CON DESCARGA LIBRE	437
FIGURA 11-13 ORIFICIO CON DESCARGA SUMERGIDA	438
FIGURA 11-14 ORIFICIOS CON DESCARGA SUMERGIDA	438
FIGURA 11-13 ORIFICIO SUMERGIDO	439
FIGURA 11-16 COMPUERTA PLANA	440
FIGURA 11-17 COEFICIENTE DE DESCARGA DE UNA COMPUERTA PLANA VERTICAL	442
FIGURA 11-18 COEFICIENTE DE DESCARGA PARA COMPUERTAS PLANAS INCLINADAS CON DESCARGA LIBRE	442
FIGURA 11-19 VERTEDERO	443
FIGURA 11-20 VERTEDERO DE CRESTA AGUDA	444
FIGURA 11-21 VERTEDERO DE CRESTA ANCHA	444
FIGURA 11-22 VERTEDERO RECTANGULAR, DE CRESTA AGUDA SIN CONTRACCIONES	445
FIGURA 11-23 PERFIL CREAGER	445
FIGURA 11-24 VERTEDERO RECTANGULAR CON CONTRACCIONES	446
FIGURA 11-25 VERTEDERO TRIANGULAR DE CRESTA AGUDA	447
FIGURA 11-26 VERTEDERO DE CIPOLLETTI	447
FIGURA 11-27 VERTEDERO DE CRESTA ANCHA	448
FIGURA 11-28 VERTEDERO AHOGADO	449

ÍNDICE DE TABLAS

	Página
TABLA 1-1 SISTEMAS DE RIEGO, USUARIOS Y ÁREA REGADA POR DEPARTAMENTO	6
TABLA 1-2 SISTEMAS DE RIEGO, Y ÁREA REGADA POR CATEGORIA	6
TABLA 1-3 SISTEMAS DE RIEGO POR FUENTE AGUA Y ÁREA POR DEPARTAMENTO	7
TABLA 1-4 PROMEDIO ANUAL DE CAUDALES, SEGÚN PUNTO DE CONTROL Y RÍO	8
TABLA 1-5 PROMEDIO ANUAL DE NIVELES, SEGÚN PUNTO DE CONTROL Y RÍO	8
TABLA 3-1 RELACIONES GEOMÉTRICAS DE LAS SECCIONES TRANSVERSALES	
MÁS FRECUENTES	43
TABLA 3-2 RELACIONES GEOMÉTRICAS PARA UNA SECCIÓN TRAPEZOIDAL	
Y TRIANGULAR CON TALUDES DIFERENTES	44
TABLA 3-3 RELACIONES GEOMÉTRICAS PARA SECCIONES CIRCULARES	
PARCIALMENTE LLENAS	45
TABLA 3-4 RELACIONES GEOMÉTRICAS PARA SECCIONES DE HERRADURA	
PARCIALMENTE LLENAS	46
TABLA 3-5 RELACIONES GEOMÉTRICAS DE SECCIONES DE CANALES CIRCULARES	47
TABLA 3-6 VALORES DE COEFICIENTES DE DISTRIBUCION DE VELOCIDAD PARA DIFERENTES	
CANALES	54
TABLA 4-1 ECUACIONES DE CALIBRACIÓN PARA ALGUNOS MODELOS DE MOLINETES	99
TABLA 6-1 SECCIONES CRÍTICAS	187
TABLA 6-2 DIMENSIONES TÍPICAS DE MEDIDORES PARSHALL	195
TABLA 6-3 LÍMITES DE APLICACIÓN EN MEDIDORES PARSHALL CON DESCARGA LIBRE	198
TABLA 6-4 VALORES DEL EXPONENTE n y EL COEFICIENTE K	201
TABLA 6-5 VALORES DEL EXPONENTE n y EL COEFICIENTE K	202
TABLA 7-1 VALORES DE n DADOS POR HORTON PARA SER USADOS	
EN LAS FÓRMULAS DE KUTTER Y DE MANNING	219
TABLA 7-2 VALORES DEL COEFICIENTE m DE RUGOSIDAD USADOS EN LA FÓRMULA DE KUTTER	
PARA PENDIENTES MENORES DE 0.0005	220
TABLA 7-3 VALORES DE ψ PARA LA FÓRMULA DE BAZIN	220
TABLA 7-4 VALORES TENTATIVOS DEL ε DE POWELL	221
TABLA 7-5 VALORES PARA EL CÁLCULO DEL COEFICIENTE DE RUGOSIDAD	
MEDIANTE LA ECUACIÓN (7-22)	228
TABLA 7-6 VALORES DEL COEFICIENTE DE RUGOSIDAD DE n	231
TABLA 7-7 VALORES DE n PARA CANALES DRAGADOS CUBIERTOS DE HIELO	247
TABLA 7-8 ALGUNOS TIPOS DE PROBLEMAS DE CÁLCULO DE FLUJO UNIFORME	251
TABLA 7-9 PENDIENTES LATERALES APROPIADAS PARA CANALES CONSTRUIDOS	

EN DIFERENTES CLASES DE MATERIALES	253
TABLA 7-10 PENDIENTES LATERALES ACONSEJABLES PARA CANALES DEPENDIENDO DEL MATERIAL DE CONSTRUCCIÓN	254
TABLA 7-11 SECCIONES HIDRÁULICAS ÓPTIMAS	260
TABLA 7-12 VELOCIDADES MÁXIMAS PERMISIBLES RECOMENDADAS PARA CANALES RECTOS CON PENDIENTES PEQUEÑAS, DESPUÉS DE ENVEJECIMIENTO Y LOS VALORES CORRESPONDIENTES DE FUERZA TRACTIVA UNITARIA	269
TABLA 7-13 VELOCIDADES MEDIAS NO EROSIVAS PARA SUELOS GRANULARES EN m/s	270
TABLA 7-14 VELOCIDADES MEDIAS NO EROSIVAS PARA SUELOS (m/s)	270
TABLA 7-15 CLASIFICACIÓN DE GRADOS DE RETRASO PARA VARIOS TIPOS DE PASTOS	284
TABLA 7-16 VELOCIDADES PERMISIBLES EN CANALES REVESTIDOS CON PASTO	285
TABLA 7-17 UN PROCEDIMIENTO DE DISEÑO PARA CANALES REVESTIDOS CON PASTO	286
TABLA 8-1 CURVAS DE REMANSO	308
TABLA 8-2 PLANILLA DE CÁLCULO PARA EL MÉTODO DE LA INTEGRACIÓN GRÁFICA	326
TABLA 8-3 VALORES DE N PARA CANALES RECTANGULARES Y TRAPEZOIDALES	334
TABLA 8-4 VALORES DE M PARA CANALES RECTANGULARES Y TRAPEZOIDALES	337
TABLA 8-5 FUNCIONES DE BRESSE PARA CURVAS DE REMANSO	347
TABLA 8-6 TABULACIÓN PARA EL MÉTODO DIRECTO POR TRAMOS	352
TABLA 8-7 TABULACIÓN PARA EL MÉTODO DE LOS TRAMOS FIJOS	357
TABLA 11-1 VALORES DE C_d PARA ORIFICIOS CUADRADOS EN PARED DELGADA	430
TABLA 11-2 VALORES DE C_d PARA ORIFICIOS CIRCULARES EN PARED DELGADA VERTICAL	431
TABLA 11-3 VALORES DE C_d PARA ORIFICIOS RECTANGULARES EN PARED DELGADA VERTICAL	432
TABLA 11-4 VALORES DE C_d EN ORIFICIOS DE 0.6 m DE ANCHO, $e=0.05$ m, Y 0.10 DEL FONDO	434
TABLA 11-5 VALORES DE C_d EN ORIFICIOS DE 0.20 m DE ANCHO, $e=0.27$ m,	435
TABLA 11-6 VALORES DE m PARA ORIFICIOS SUMERGIDOS DE 0.20 m DE ANCHO	440

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN AL FLUJO A SUPERFICIE LIBRE

1.1. GENERALIDADES

Después del aire que respiramos, el agua es el elemento más esencial para el hombre. Sin el agua, la vida animal o vegetal sería imposible. También es un medio eficiente de transferencia de calor y energía y es el solvente más universal que se conoce.

Desde hace por lo menos 5000 años el hombre ha inventado y construido obras para el aprovechamiento del agua; entre las más antiguas están los **CANALES**, usados para llevar el agua de un lugar a otro.

Un canal es un cauce artificial o natural de forma adecuada que sirve para conducir el agua que podrá ser empleada en el consumo humano, en riego, en la generación de energía eléctrica, etc. El agua se mueve por la acción de la gravedad, lo que implica que el canal debe tener un declive en el sentido del avance de la corriente.

El diseño de un canal consiste básicamente en darle un tamaño tal que le permita llevar una cantidad de agua determinada. Las dimensiones dependerán del caudal a transportar, de la pendiente que se le puede dar al canal y de las características físicas, especialmente las relativas a la fricción, factores a tomar en cuenta.

La maestría con que fueron resueltos todos los problemas que se les presentaron a los primeros constructores de canales, miles de años atrás, a pesar de no disponer de la base científica y de las fórmulas de diseño actuales, ha sorprendido a los historiadores. Muchos de ellos han atribuido al empirismo y la intuición el avance logrado por algunas culturas en el campo de la ingeniería hidráulica. Es decir, el desarrollo alcanzado en este tipo de obras se debería únicamente a la experiencia transmitida de generación en generación y a un genio basado en un conocimiento intuitivo de los procesos de la Naturaleza, sin ninguna concepción científica.

1.2. RESUMEN HISTÓRICO GENERAL

El avance de los conceptos de diseño de canales en la cultura occidental corre paralelo al avance teórico logrado en áreas de conocimiento afines, como la hidrodinámica y la Física en general debemos a Chézy, un Ingeniero encargado de dotar de agua a la ciudad de París, en la segunda mitad del siglo XVIII, la primera fórmula práctica de diseño de canales. Su fórmula, basada en el principio de la cantidad de movimiento, se usa ahora aún en el diseño, a través de versiones modificadas, como la de Manning-Strickler. Otros investigadores como Bernoulli, hicieron aportes significativos, pero el gran desarrollo teórico experimental de la Hidrodinámica en general se produce recién en el siglo XX. A esto contribuyeron tanto el avance logrado en la matemática y la solución de ecuaciones diferenciales, como el gran impulso que se dio a la construcción de obras hidráulicas.

En la actualidad se desconoce si culturas como las prehispánicas se basaron exclusivamente en la genialidad de unos cuantos constructores para crear sus canales y otras obras. Algunas investigaciones recientes, efectuadas principalmente en el Perú, parecen indicar lo contrario. Por la forma en que se diseñaron los sistemas de irrigación de Intervale y de Huanchaco, de la cultura Chiú, se concluye que conocían el concepto de "Flujo Crítico", que ha sido desarrollado por Boss recién en 1919, usando para ello el concepto de "Energía Específica", introducido por Backmeteff en 1912. Los sistemas de riego en zonas de alta pendiente, tanto en Perú como en Bolivia, demuestran que los constructores tenían el concepto de "Disipación de Energía" y diseñaban sus obras tomando en cuenta este criterio.

Pero las grandes civilizaciones andinas fueron más allá de desarrollar conceptos que se descubrirían en el siglo XX. Para ellas, el manejo de un recurso básico como el agua estaba ligado a la concepción de la misma sociedad e influía en la tecnología a usar. Es por eso que diseñaron sus sistemas hidráulicos bajo concepciones totalmente diferentes a las de la cultura occidental, que son las que predominan ahora.

Desde el punto de vista imperante en la actualidad, se conoce que las culturas prehispánicas sobredimensionaron los canales, ya que estos funcionaban a toda su capacidad solo durante unos pocos días al año. Pero por otro lado, estos sistemas de irrigación captaban más del 50% del volumen que escurre anualmente por los ríos, frente a menos del 25% de los sistemas actuales.

El uso de caudales grandes que se presentan durante poco tiempo influyen también en los métodos de riego. Antiguamente se usaban métodos por inundación, tales como el sistema de collos (amelgas o pozas artificiales) que podían llenarse durante una crecida, para luego ser sembrados, o en el sistema de camellones de la zona del Lago Titicaca.

Por todas estas razones los que han estado encargados del diseño de sistemas de irrigación modernos en el área andina, se han encontrado con la presencia de canales prehispánicos que regaban una superficie mayor que la del propio proyecto en que estaban trabajando.

El avanzado concepto de conservación del medio que poseían las culturas prehispánicas se patentiza en hechos como el siguiente: al ser la costa peruana predominantemente arenosa y no muy apta para el cultivo, los canales tenían la capacidad de llevar hasta los mismos campos de cultivo, no solo caudales de las grandes crecidas, sino los sedimentos que ellas arrastraban, con lo que año a año se mejora la calidad del suelo. En cambio, los sistemas actuales, que no permiten la entrada de sedimentos y a veces si la de sales, tienden a empeorarla.

1.3. CANALES REPRESENTATIVOS DEL MUNDO

a) El Canal de Panamá



FIGURA 1-1 El canal de Panamá.

- Fecha de Construcción: 1881-1889, 1904-1914.
- 82 kilómetros de largo, 3 grupos de esclusas.
- 13.000 barcos lo cruzan anualmente.
- Costo promedio del recorrido: US\$ 30.000. por navío.

- Demora del recorrido: aproximadamente 9 horas.
- Cada barco asciende y luego desciende 26 metros al cruzar el Canal La "Zona del Canal" incluye además 147.000 hectáreas.
- Por el Canal de Panamá pasa el 4% del comercio mundial.
- La obra consumió 30 años de trabajo. Costó US\$ 400 millones de la época.
- De los 75.000 trabajadores, casi 30.000 murieron en la construcción.

b) El Canal de Suez



FIGURA 1-2 El canal de Suez.

- El 25 de Abril de 1859 se iniciaron las excavaciones, las cuales duraron 10 años.
- Para la construcción se requirió un movimiento de 74 millones de m^3 y al iniciar los trabajos fue necesario excavar más de 160 Km en el desierto sobre 22 m de ancho y 8 m de profundidad.
- Actualmente, el canal mide de 70 a 125 m de ancho en la superficie y de 45 a 100 m en el fondo y su profundidad oscila entre 11 y 12 m.
- Está en toda su extensión a nivel del mar y en su mayor parte pasa a través de arena y arcilla.
- Atraviesa unas pocas colinas de baja altura y para su construcción, fue necesario dragar cuatro lagos poco profundos. Sin embargo, a lo largo de 50 Km., el Canal del Suez atraviesa directamente el desierto.
- El costo original estimado fue de 200 a 300 millones de francos.
- En las obras de construcción, participaron más de 1.5 millones de obreros Egipcios de los cuales más de 125.000 perdieron sus vidas.
- En 1951 se amplió el Canal en un tramo de 11 Km.
- El Canal admite buques de hasta 50.000 ton, con un calado máximo de 10.36 m.
- La travesía dura 15 horas.

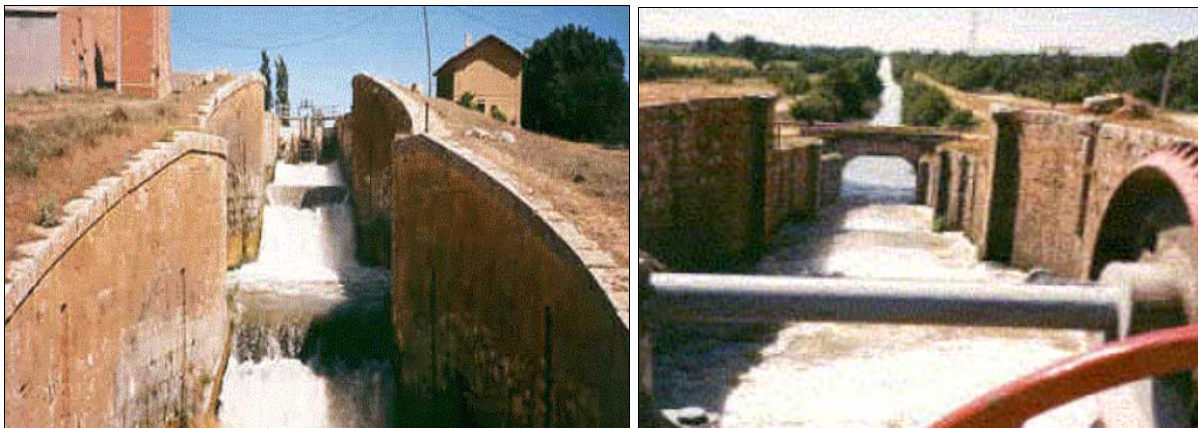
c) El Canal de Castilla

FIGURA 1-3 El canal de Castilla.

- Las obras se inician en 16 de julio de 1753.
- El Canal tiene 207 Km. de longitud en sus tres ramales.
- A lo largo de sus 207 km. se reparten 49 esclusas, que salvan un desnivel máximo de 141,90 m.
- Tiene una anchura y profundidad variable.

1.4. SITUACION DEL RIEGO EN BOLIVIA

Los sistemas de riego son la principal aplicación de la hidráulica de canales abiertos. La agricultura bajo riego es la actividad que provoca el mayor consumo de agua en Bolivia. El riego es una actividad de alto consumo de agua, ya que representa más del 80% y se ubica muy por encima de usos urbanos que incluyen el uso industrial.

El inventario de los sistemas de riego en las zonas áridas y semi-áridas de los departamentos La Paz, Oruro, Potosí, Cochabamba, Chuquisaca, Tarija y Santa Cruz, que representan las zonas caracterizadas por las bajas precipitaciones fluviales y una producción agrícola orientada principalmente a productos básicos, logró identificar 5.459 sistemas de riego en funcionamiento, de los cuales 5.350 son sistemas para uso agrícola y 109 para uso pecuario (Fuente: MAGDR-DGSR-PRONAR, 2000).

Se identificaron sistemas de riego familiares (<2 ha), micro (2-10 ha), pequeños (10-100 ha), medianos (100-500 ha) y grandes (>500 ha) en los 7 departamentos donde se realizó

el levantamiento de información se registraron 4.724 sistemas, 217.975 familias usuarias y un área regada de 226.564 ha.

Los sistemas medianos y grandes representan el 8% del total y 57% del área regada. Estos últimos sistemas también presentan la relación más alta ha/usuario. En la comparación por departamento se observa que la relación ha/usuario es mayor en Santa Cruz (2,6) y Tarija (2,3), y menor en la Paz (0,7) y Potosí (0,5)

TABLA 1-1 Sistemas de riego, usuarios y área regada por departamento.

Departamento	Sistemas		Usuarios		Área Regada	
	Número	%	Familias	%	Hectáreas	%
<i>Chuquisaca</i>	678	14,5	17.718	8,1	21.168	9,4
<i>Cochabamba</i>	1.035	21,9	81.925	37,6	87.534	38,6
<i>La Paz</i>	961	20,3	54.618	25,1	35.993	15,9
<i>Oruro</i>	312	6,6	9.934	4,6	14.039	6,2
<i>Potosí</i>	956	20,2	31.940	14,7	16.240	7,2
<i>Santa Cruz</i>	232	4,9	5.865	2,6	15.239	6,7
<i>Tarija</i>	550	11,6	15.975	7,3	36.351	16,0
Total	4.724	100,0	217.975	100,0	226.564	100,0

Fuente: MAGDR-DGSR-PRONAR (2000)

TABLA 1-2 Sistemas de riego, y área regada por categoría.

Departamento	Micro		Pequeños		Medianos		Grandes		Total	
	Sistemas	Área (Ha)	Sistemas	Área (Ha)	Sistemas	Área (Ha)	Sistemas	Área (Ha)	Sistemas	Área (Ha)
<i>Chuquisaca</i>	275	1653	373	11370	26	4261	4	3884	678	21168
<i>Cochabamba</i>	303	1938	577	22225	128	27403	27	35968	1035	87534
<i>La Paz</i>	263	1703	665	21047	28	6052	5	7192	961	35994
<i>Oruro</i>	172	940	134	3638	3	440	3	9021	312	14039
<i>Potosí</i>	549	3240	392	10146	14	2254	1	600	956	16240
<i>Santa Cruz</i>	42	269	144	5456	44	8434	2	1080	232	15239
<i>Tarija</i>	129	785	331	12755	83	17101	7	5710	550	36351
Total	1733	10528	2616	86638	326	65944	49	63454	4724	226564

Fuente: MAGDR-DGSR-PRONAR (2000)

El mayor número de sistemas de riego tiene como fuente al río; sin embargo, existen grandes diferencias entre departamentos. En Cochabamba, por ejemplo, el riego proviene principalmente del agua de pozos aunque el río y los embalses son también importantes. El riego con aguas de vertiente es muy característico en La Paz y Potosí.

TABLA 1-3 Sistemas de riego por fuente agua y área por departamento.

Fuente	Rios		Vertientes		Pozos		Embalses		Area Total
Departamento	Sistemas	Area (Ha)	Sistemas	Area (Ha)	Sistemas	Area (Ha)	Sistemas	Area (Ha)	
Chuquisaca	615	18059	28	587			5	2522	21168
Cochabamba	415	48979	95	3310	469	13442	56	21270	87001
La Paz	661	23271	258	4166	13	163	29	8393	35993
Oruro	224	8513	84	722	4	107	5	4697	14039
Potosí	735	10840	208	4829	9	68	4	503	16240
Santa Cruz	225	11099	3	25	1	380	3	3735	15239
Tarija	523	33771	26	230			1	2350	36351
Total	3428	154582	702	13869	496	14166	103	43470	226031

Fuente: MAGDR-DGSR-PRONAR (2000)

1.5. DATOS HIDROGRÁFICOS DE BOLIVIA

Los ríos son considerados como canales abiertos naturales, Bolivia participa de dos de los sistemas hídricos mas grandes del Continente Suramericano, estos son del Amazonas y del Plata y tiene un sistema muy especial denominado Cerrado o Lacustre, el cual se encuentra en la parte andina y es compartido con la República del Perú.

Normalmente se indica que Bolivia cuenta con tres grandes Cuencas, estas son:

- La Cuenca del Amazonas
- La Cuenca del Plata
- La Cuenca Cerrada o Lacustre

A continuación se presentan datos de promedio anual de caudales, promedio anual de niveles de los ríos más importantes de Bolivia.

TABLA 1-4 Promedio anual de caudales, según punto de control y río, 1998 - 2003 (m³/s)

PUNTO DE CONTROL	RÍO	1998	1999	2000	2001	2002(p)	2003(p)
Abaroa - Caque	Caquena	2,75	5,51	2,19	6,50	3,87	2,87
Abaroa - Mauri	Mauri	2,17	2,18	3,99	2,42	1,82	3,51
Achacachi	Queca	3,90	7,56	1,95	7,13	4,82	4,76
Achachicala	Kaluyo	1,02	1,66	1,43	2,09	1,54	1,26
Angosto del Bala	Beni	2.194,15	2.487,70	1.852,63	2.533,83		
Angosto Quercano	Mapiri	303,42	335,68	290,08	479,11	508,04	554,40
Cachuela Esperanza	Beni					8.220,50	15.180,00
Calacoto	Desaguadero	5,93	22,11	13,64	52,06	36,92	40,07
Escoma	Suchez	31,20		19,48	24,66	17,22	206,56
Guayaramerín	Mamoré	6.200,68	6.229,65	6.285,83	7.303,67	6.253,33	5.984,25
Humapalca	Miguillas				12,39	10,06	4,62
Miraflores	Madre de Dios	5.285,75	5.044,25	5.159,67		4.568,44	10.070,00
Obrajes	Choqueyapu	3,22	3,35	3,02	3,76	4,86	2,10
Puente Villa Tamanpaya	Tamanpaya	54,26	54,59				36,93
Mamoré	Mamoré	2.559,08	4.636,21				
Puerto Varador	Mamoré	3.487,75	2.641,05	3.132,42	3.672,25	3.116,00	
PuertoVillarroel	Ichilo	558,83	413,12	513,45	591,69	564,24	436,57
Riberalta	Beni	8.562,83	7.615,08	6.963,17	8.474,08	8.037,08	10.827,80
Rurrenabaque	Beni	2.194,15	2.487,70	1.852,63	2.533,83	1.811,15	2.047,32
SantaRita	Coroico	227,49	223,46	208,50	291,31	306,80	323,02
Ulloma	Desaguadero	13,83	8,29	8,28	15,99	14,73	32,49
Viña Quemada	Grande	99,97					203,86

(p): Preliminar

Fuente: SERVICIO NACIONAL DE METEOROLOGÍA E HIDROLOGÍA

TABLA 1-5 Promedio anual de niveles, según punto de control y río, 1998 – 2002 (en cm.)

PUNTO DE CONTROL	RÍO	1998	1999	1999	2000	2001	2002 ^(p)
Abaroa -Caquena	Caquena	42,67	60,00	60,00	38,33	64,17	48,42
Abaroa - Mauri	Mauri	13,36	13,75	13,75	20,00	12,56	6,29
Achacachi	Queca	83,67	58,92	58,92	32,00	30,67	16,83
Achachicala	Kaluyo	24,70	27,83	27,83	30,83	36,60	32,33
Angosto Bala	Beni	400,00	428,17	428,17	374,58	429,83	
Cachuela Esperanza	Beni						668,50
Calacoto	Desaguadero	245,25	247,58	247,58	263,25	280,58	269,92
Escoma	Suchez	120,33	181,75	181,75	157,88	108,92	107,00
Guayaramerín	Mamoré	455,92	455,08	455,08	465,75	504,58	459,67
Humapalca	Miguillas					275,88	271,38
Miraflores	Madre de Dios	551,00	524,17	524,17	545,67		476,67
Obrajes	Choqueyapu	36,25	37,33	37,33	34,33	35,58	40,73
Puente Villa Tamanpaya	Tamanpaya	59,08	57,67	57,67			
Puerto Siles	Mamoré	317,40	568,90	568,90			
Puerto Varador	Mamoré	553,92	408,83	408,83	501,67	588,17	496,33
Puerto Villarroel	Ichilo	292,92	249,08	249,08	310,58	328,33	319,92
Riberalta	Beni	646,17	573,08	573,08	549,67	637,92	617,58
Rurrenabaque	Beni	87,08	136,00	136,00	154,75	185,75	156,60
SantaRita	Coroico	105,42	105,67	105,67	102,58	125,30	140,80
Ulloma	Desaguadero	198,17	254,22	254,22	213,00	265,08	230,10
Viña Quemada	Grande	100,55					
Angosto -Quercano	Mapiri	243,30	261,33	261,33	233,18	322,83	337,11
Huatajata	Lago Titicaca ⁽¹⁾	3.808,10	3.808,02	3.808,10	3.809,22	3.809,56	3.809,93

Fuente: SERVICIO NACIONAL DE METEOROLOGÍA E HIDROLOGÍA

(p): Preliminar

⁽¹⁾ Metros sobre el nivel del mar.

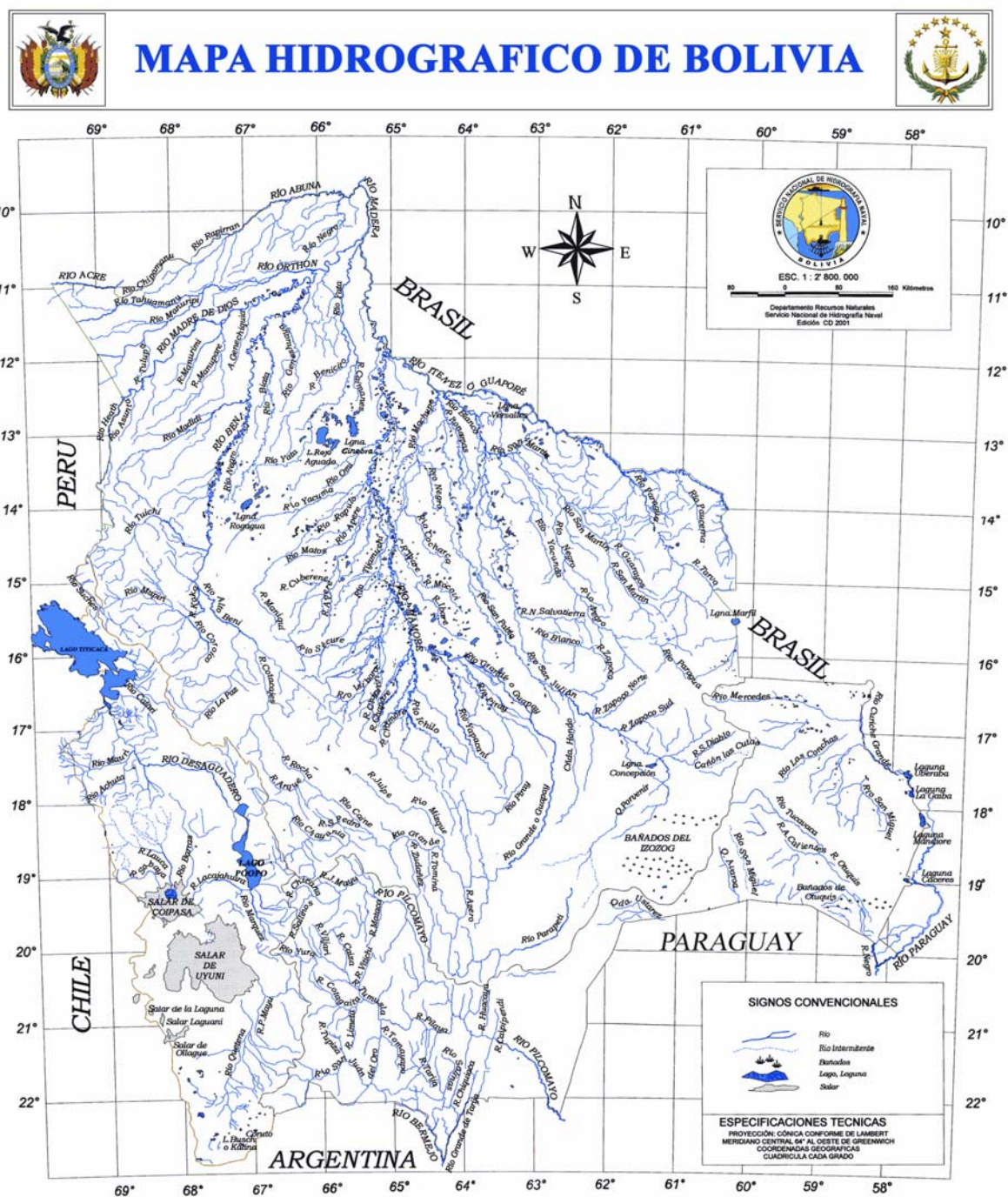


FIGURA 1-4 Mapa hidrográfico de Bolivia.

CAPÍTULO 2

FLUJO EN CANALES ABIERTOS Y SU CLASIFICACIÓN

2.1. INTRODUCCIÓN

El flujo en canales abiertos tiene lugar cuando los líquidos fluyen por la acción de la gravedad y sólo están parcialmente envueltos por un contorno sólido. En el flujo de canales abiertos, el líquido que fluye tiene superficie libre y sobre él no actúa otra presión que la debida a su propio peso y a la presión atmosférica.

El flujo en canales abiertos tiene lugar en la naturaleza en ríos, arroyos, etc. De forma artificial (es decir, construidas por el hombre) tiene lugar en los canales, acequias y canales de desagüe. En la mayoría de los casos, los canales tienen secciones rectas regulares, y suelen ser rectangulares, triangulares o trapezoidales. El flujo en canales abiertos también tiene lugar en el caso de conductos cerrados (como en tuberías de sección recta circular) cuando el flujo no es a conducto lleno. En los sistemas de alcantarillado por lo general, no se presenta el flujo a conducto lleno y su diseño se realiza como canal abierto.

2.2. COMPARACIÓN ENTRE FLUJO EN TUBERIAS Y FLUJO EN CANALES ABIERTOS

El flujo de agua en un conducto puede ser *flujo en canal abierto* o *flujo en tubería*. Estas dos clases de flujo son similares en muchos aspectos pero se diferencian en un aspecto importante. El flujo en canal abierto debe tener una *superficie libre*, en tanto que el flujo en tubería no la tiene, debido a que en este caso el agua debe llenar completamente el conducto.

Una superficie libre está sometida a la presión atmosférica. El flujo en tubería, al estar confinado en un conducto cerrado, no está sometido a la presión atmosférica de manera directa sino sólo a la presión hidráulica.

Las dos clases de flujo se comparan en la Figura 2-1. A la izquierda de ésta se muestra el flujo en tubería. Dos piezómetros se encuentran instalados en las secciones (1) y (2) de la tubería. Los niveles de agua en estos tubos se mantienen por acción de la presión en la tubería en elevaciones representadas por la línea conocida como *línea de gradiente hidráulico*. La presión ejercida por el agua en cada sección del tubo se indica en el tubo piezométrico correspondiente, mediante la altura y de la columna de agua por encima del eje central de la tubería. La energía total del flujo en la sección con referencia a una línea base es la suma de la elevación Z del eje central de la tubería, la altura piezométrica y y la altura de velocidad $V^2/2g$, donde V es la velocidad media del flujo (aquí se supone que la velocidad del canal está uniformemente distribuida a través de la sección del conducto; de otro modo, debería haberse hecho una corrección tal como se describe en la sección 3.7).

En la figura la energía está representada por la línea conocida como *línea de energía*. La pérdida de energía que resulta cuando el agua fluye desde la sección (1) hasta la sección (2) está representada por h_f . Un diagrama similar para el flujo en canal abierto se muestra en la parte derecha de la Figura 2-1.

Con propósitos de simplificación, se supone que el flujo es paralelo y que tiene una distribución de velocidades uniforme y que la pendiente del canal es pequeña. En este caso, la superficie de agua es la línea de gradiente hidráulico, y la profundidad del agua corresponde a la altura piezométrica.

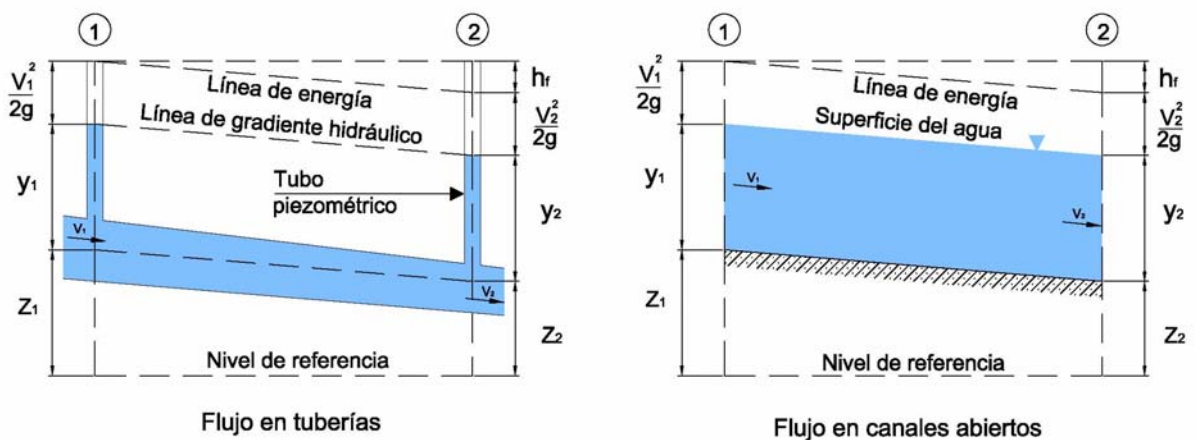


FIGURA 2-1 Comparación Entre Flujo en Tuberías y Flujo en Canales Abiertos.

2.3. FUNDAMENTOS DEL FLUJO DE FLUIDOS

Los tres principios fundamentales que se aplican al flujo de fluidos son:

- El principio de la conservación de la masa, a partir del cual se establece la ecuación de continuidad
- El principio de la energía.
- El principio de la cantidad de movimiento.

2.3.1. TRAYECTORIA DE UNA PARTÍCULA LÍQUIDA

Trayectoria de una partícula líquida, es el lugar geométrico de las posiciones consecutivas que esta ocupa en el transcurso del tiempo. Una trayectoria puede visualizarse insertando en el líquido una partícula reflejada, fotografiándose el flujo con gran tiempo de exposición (Figura 2-2).

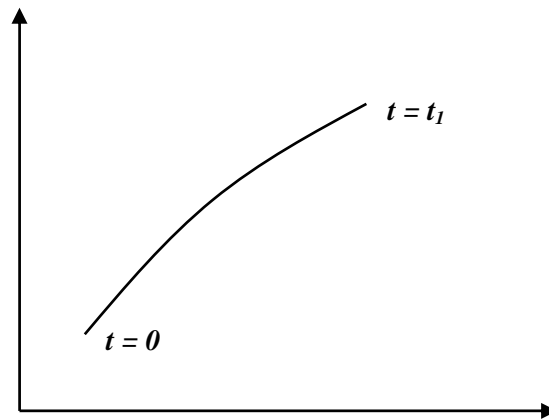


FIGURA 2-2 Trayectoria de una Partícula Líquida.

2.3.2. LÍNEAS DE CORRIENTE

Las líneas de corriente son curvas imaginarias dibujadas a través de un flujo en movimiento y que indican la dirección de éste en los diversos puntos del flujo fluido. La tangente en un punto de la curva representa la dirección instantánea de la velocidad de las partículas fluidas en dicho punto. Las tangentes a las líneas de corriente pueden representar de

esta forma la dirección media de la velocidad. Como la componente de la velocidad normal a la línea de corriente es nula, queda claro que no existe en ninguno de sus puntos flujo perpendicular a la línea de corriente.

Una línea de corriente se puede visualizar cuando se inserta en el líquido una cantidad de partículas reflejadas, fotografiando el flujo con pequeño tiempo de exposición (Figura 2-3).

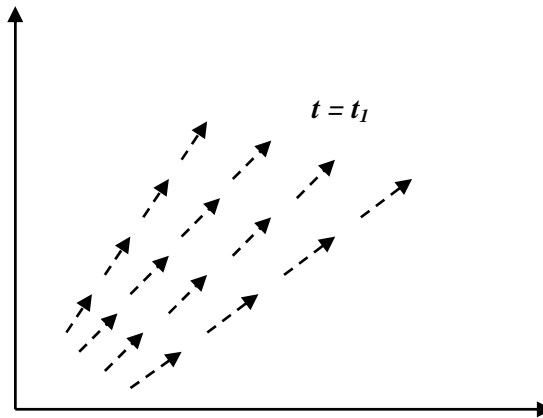


FIGURA 2-3 Líneas de Corriente.

2.3.3. TUBOS DE CORRIENTE

Un tubo de corriente está constituido por una región parcial del flujo fluido delimitada por una familia de líneas de corriente, que lo confinan. Si la sección recta del tubo de corriente es suficientemente pequeña, la velocidad en el punto medio de una sección cualquiera puede considerarse como la velocidad media en dicha sección.

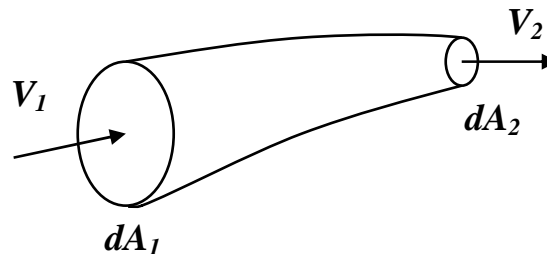


FIGURA 2-4 Tubo de Corriente.

2.3.4. RED DE CORRIENTE

Las redes de corriente se dibujan para representar la configuración del flujo en casos de flujos bidimensionales y en algunos casos también en tridimensionales. La red de corriente está formada por:

- Una familia de líneas de corriente espaciadas de tal forma que el caudal es el mismo entre cada dos pares de líneas.
- Otra familia de curvas ortogonales a las líneas de corriente, y espaciadas de tal forma que la separación entre ellas es igual a la separación entre las líneas de corriente adyacentes.

Para describir completamente un flujo, con condiciones de contorno dadas, se requiere un número infinito de líneas de corriente. Sin embargo el número de líneas de corriente empleadas prácticamente es el mínimo necesario para obtener la precisión deseada.

2.3.5. ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

La ecuación de continuidad es una consecuencia del principio de conservación de la masa. Para un flujo continuo permanente, el caudal que atraviesa cualquier sección de una corriente de fluido, es constante. Esta puede calcularse como sigue:

Considerándose el tramo de un tubo de corriente, indicado en la Figura 2-4, con secciones dA_1 y dA_2 y velocidades respectivas V_1 y V_2 , la cantidad de líquido de peso específico γ_1 que pasa por la primera sección, en unidad de tiempo será:

$$dW_1 = \gamma_1 \cdot V_1 \cdot dA_1 \quad (2-1)$$

Una corriente de dimensiones finitas sería integrada por un gran número de tubos de corriente, de modo que:

$$W_1 = \gamma_1 \int V_1 dA = \gamma_1 \cdot A_1 \cdot V_1 \quad (2-2)$$

donde V_1 es la velocidad media en la sección.

Para la otra sección tendríamos:

$$W_2 = \gamma_2 \cdot A_2 \cdot V_2 \quad (2-3)$$

Tratándose de *movimiento permanente*, la cantidad de líquido que entra en la sección A_1 iguala a la que sale por A_2 ,

$$\gamma_1 \cdot A_1 \cdot V_1 = \gamma_2 \cdot A_2 \cdot V_2 \quad (2-4)$$

si el líquido fuera considerado incompresible:

$$\gamma_1 = \gamma_2 \quad (2-5)$$

$$A_1 \cdot V_1 = A_2 \cdot V_2 \quad (2-6)$$

De un modo general:

$$Q = A_1 \cdot V_1 = A_2 \cdot V_2 = A \cdot V = cte. \quad (2-7)$$

$$Q = A \cdot V \quad (2-8)$$

donde:

Q = caudal (m^3/s)

V = velocidad media en la sección (m/s)

A = área de la sección de flujo (m^2)

Esta es la *ecuación de continuidad* para un flujo continuo permanente. Sin embargo, la ecuación (2-7) obviamente no es válida cuando el caudal de un flujo permanente no es *uniforme* a lo largo del canal, es decir, cuando parte del agua sale o entra a lo largo del curso del flujo. Este tipo de flujo, conocido como *flujo espacialmente variado o discontinuo*, se presenta en cunetas a lo largo de carreteras, en vertederos de canal lateral, en canaletas de agua de lavado de filtros, en canales de efluentes alrededor de tanques de plantas de tratamiento de aguas residuales y en canales principales de riego y drenaje en sistemas de irrigación.

La ley de continuidad para flujo no permanente requiere la consideración del tiempo. Por consiguiente, la ecuación de continuidad para flujo continuo no permanente debe incluir el elemento tiempo como una de sus variables.

2.3.6. ECUACIÓN DE LA ENERGÍA O ECUACIÓN DE BERNOULLI

En cualquier línea de corriente que atraviesa una sección de un canal se define como energía total a la suma de las energías de posición más la de presión y más la de velocidad, es decir:

Energía total = Energía de posición + Energía de presión + Energía de velocidad

Esta relación se muestra en la Figura 2-5

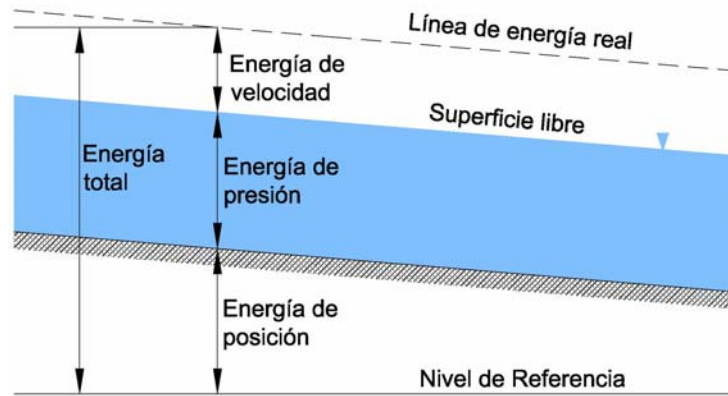


FIGURA 2-5 Energía Total en una Sección de un Canal.

$$E = Z + y + \alpha \frac{V^2}{2 \cdot g} = \text{cte.} \quad (2-9)$$

donde:

E = Es la energía total en la sección

Z = Es la energía de posición o elevación

y = Es el tirante en la sección

V = Es la velocidad media que lleva el flujo en esta sección

α = Es el coeficiente de Coriolis para la sección (ver sección 3.7)

Estos parámetros se muestran en la Figura 2-6

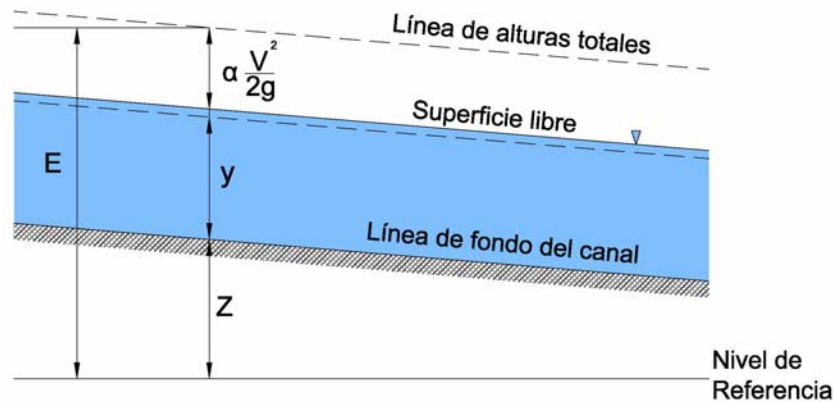


FIGURA 2-6 Elementos de la Energía por Unidad de Peso.

La ecuación de la energía para el tramo (1) y (2) se muestra en la Figura 2-7 y se representa como:

$$Z_1 + y_1 + \alpha \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + y_2 + \alpha \frac{V_2^2}{2g} + h_{f1-2} \quad (2-10)$$

$$E_1 = E_2 + h_{f1-2} \quad (2-11)$$

donde: h_{f1-2} es la disipación de energía entre las secciones (1) y (2).

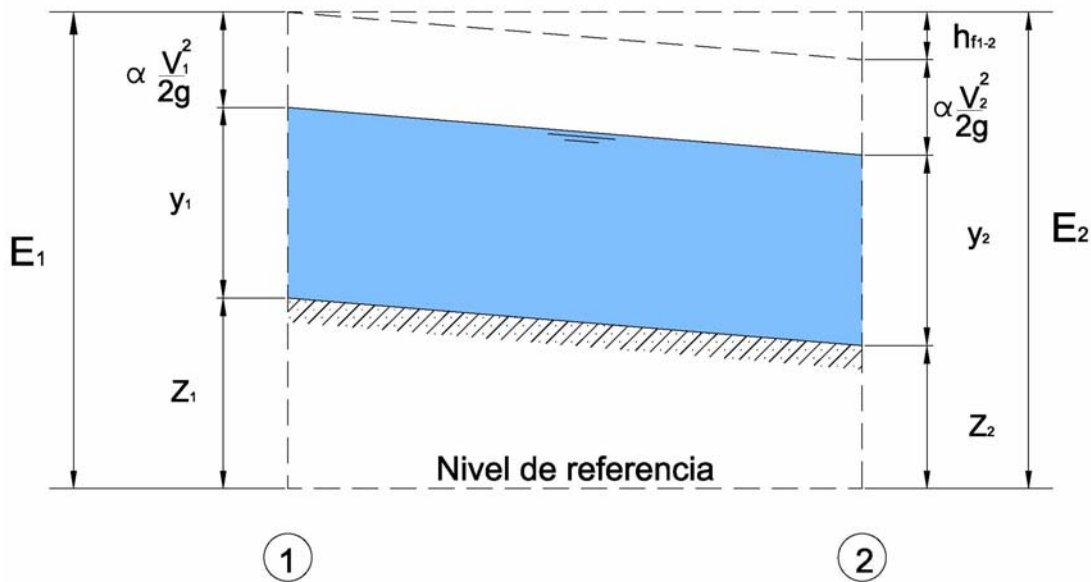


FIGURA 2-7 Energía en las Secciones 1 y 2.

2.3.7. ECUACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO O MOMENTUM

En una sección de un canal, en la cual pasa un caudal Q con una velocidad V , la cantidad de movimiento en la unidad de tiempo, se expresa por:

$$\text{Cantidad de movimiento} = \beta \delta Q V$$

donde:

β = coeficiente de Bussinesq (ver sección 3.7).

V = velocidad media

A = área total

δ = densidad del fluido

Q = caudal

Consideremos un tramo de un canal de sección transversal cualquiera, por ejemplo, donde se produce el resalto hidráulico y el volumen de control limitado por las secciones 1 y 2 (antes y después del resalto), por el piso del canal y por la superficie libre, como se muestra en Figura 2-8.

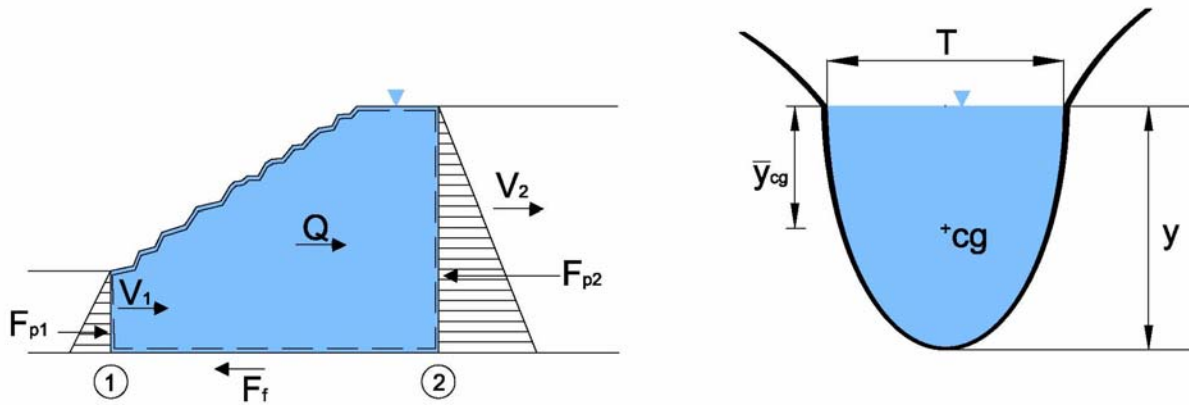


FIGURA 2-8 Volumen de Control Para Definir la Ecuación de la Cantidad de Movimiento.

La variación de la cantidad de movimiento entre las secciones 1 y 2 será:

$$\text{Variación de cantidad de movimiento} = \delta Q(\beta_2 V_2 - \beta_1 V_1)$$

$$\underbrace{\delta Q(\beta_2 V_2 - \beta_1 V_1)}_{\text{cambio cantidad de movimiento}} = \underbrace{F_{p1} - F_{p2} + W \sin \alpha - F_f}_{\sum F \text{ exteriores}} \quad (2-12)$$

donde:

F_{p1} , F_{p2} = fuerza de presión actuando en las dos secciones.

W = peso del fluido ($W \sin \alpha$, peso del fluido en el sentido del movimiento, ver Fig. 5-8)

F_f = fuerza externa total de resistencia que se opone al movimiento.

Esta ecuación es conocida como la ecuación de la cantidad de movimiento o *momentum*.

2.4. CLASIFICACIÓN DEL FLUJO EN CANALES ABIERTOS

El flujo en canales abiertos puede clasificarse en muchos tipos y describirse de varias maneras. La siguiente clasificación se hace de acuerdo con el cambio de los parámetros profundidad, velocidad, área etc. del flujo con respecto al tiempo y al espacio.

La clasificación del flujo en canales abiertos se resume de la siguiente manera:

- A. Flujo permanente
 - 1. Flujo uniforme
 - 2. Flujo variado
 - a. Flujo gradualmente variado
 - b. Flujo rápidamente variado
- B. Flujo no permanente
 - 1. Flujo uniforme no permanente (raro)
 - 2. Flujo variado no permanente
 - a. Flujo gradualmente variado no permanente
 - b. Flujo rápidamente variado no permanente

2.4.1. FLUJO PERMANENTE Y FLUJO NO PERMANENTE

Esta clasificación obedece a la utilización del tiempo como variable. El flujo es permanente si los parámetros (tirante, velocidad, área, etc.), no cambian con respecto al tiempo, es decir, en una sección del canal en todos los tiempos los elementos del flujo permanecen constantes. Matemáticamente se pueden representar:

$$\frac{\partial y}{\partial t} = 0; \quad \frac{\partial v}{\partial t} = 0; \quad \frac{\partial A}{\partial t} = 0; \quad \text{etc.}$$

Si los parámetros cambian con respecto al tiempo el flujo se llama no permanente, es decir:

$$\frac{\partial y}{\partial t} \neq 0; \quad \frac{\partial v}{\partial t} \neq 0; \quad \frac{\partial A}{\partial t} \neq 0; \quad \text{etc.}$$

En la mayor parte de los problemas de canales abiertos es necesario estudiar el comportamiento del flujo solo bajo condiciones permanentes. Sin embargo, si el cambio en la condición del flujo con respecto al tiempo es importante, el flujo debe tratarse como no permanente.

2.4.2. FLUJO UNIFORME Y FLUJO VARIADO

Esta clasificación obedece a la utilización del espacio como variable. El flujo es uniforme si los parámetros (tirante, velocidad, área, etc.), no cambian con respecto al espacio,

es decir, en cualquier sección del canal los elementos del flujo permanecen constantes. Matemáticamente se pueden representar:

$$\frac{\partial y}{\partial L} = 0; \quad \frac{\partial v}{\partial L} = 0; \quad \frac{\partial A}{\partial L} = 0; \quad \text{etc.}$$

Si los parámetros varían de una sección a otra, el flujo se llama no uniforme o variado, es decir:

$$\frac{\partial y}{\partial L} \neq 0; \quad \frac{\partial v}{\partial L} \neq 0; \quad \frac{\partial A}{\partial L} \neq 0; \quad \text{etc.}$$

Un flujo uniforme puede ser permanente o no permanente, según cambie o no la profundidad con respecto al tiempo.

- **Flujo uniforme permanente:** La profundidad del flujo no cambia durante el intervalo de tiempo bajo consideración, es el tipo de flujo fundamental que se considera en la hidráulica de canales abiertos.

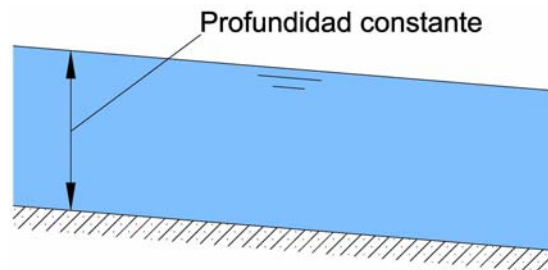


FIGURA 2-9 Flujo Uniforme Permanente.

- **Flujo uniforme no permanente:** El establecimiento de un flujo uniforme no permanente requeriría que la superficie del agua fluctuara de un tiempo a otro pero permaneciendo paralela al fondo del canal, como esta es una condición prácticamente imposible, Flujo uniforme no permanente es poco frecuente (raro).

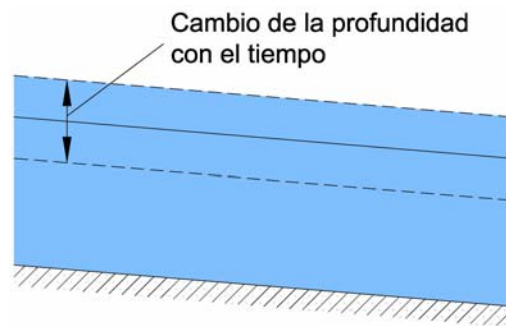


FIGURA 2-10 Flujo Uniforme no Permanente.

El flujo variado puede clasificarse como rápidamente variado o gradualmente variado.

- **Flujo rápidamente variado:** El flujo es rápidamente variado si la profundidad del agua cambia de manera abrupta en distancias comparativamente cortas, como es el caso del resalto hidráulico.

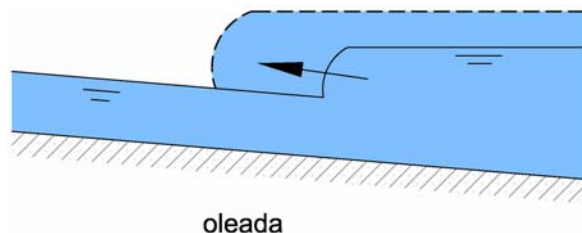


FIGURA 2-11 Flujo Rápidamente Variado.

- **Flujo gradualmente variado:** El flujo gradualmente variado es aquel en el cual los parámetros cambian en forma gradual a lo largo del canal, como es el caso de una curva de remanso.

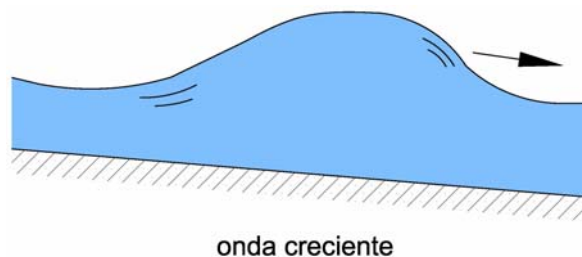


FIGURA 2-12 Flujo Gradualmente Variado.

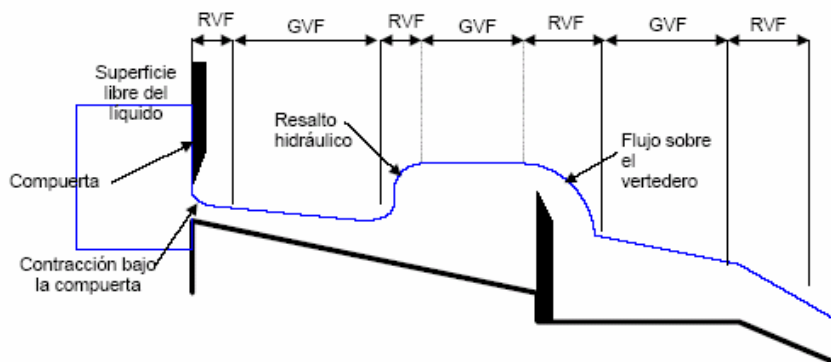


FIGURA 2-13 Flujo Variado.

2.5. ESTADOS DE FLUJO

El estado o comportamiento del flujo en canales abiertos está gobernado básicamente por los efectos de viscosidad y gravedad en relación con las fuerzas inerciales del flujo.

2.5.1. EFECTO DE VISCOSIDAD

El flujo puede ser laminar, turbulento o transicional según el efecto de la viscosidad en relación con la inercia.

- **Flujo laminar:** El flujo es laminar si las fuerzas viscosas son muy fuertes en relación con las fuerzas inerciales, de tal manera que la viscosidad juega un papel importante en determinar el comportamiento del flujo. En el flujo laminar, las partículas de agua se mueven en trayectorias suaves definidas o líneas de corriente, y las capas de fluido con espesor infinitesimal parecen deslizarse sobre capas adyacentes, es decir, el movimiento de las partículas del fluido se produce siguiendo trayectorias bastante regulares, separadas y perfectamente definidas dando la impresión de que se tratara de láminas o capas mas o menos paralelas entre si, las cuales se deslizan suavemente unas sobre otras, sin que exista mezcla macroscópica o intercambio transversal entre ellas.



FIGURA 2-14 Flujo laminar.

- **Flujo turbulento:** Este tipo de flujo es el que mas se presenta en la práctica de ingeniería. El flujo es turbulento si las fuerzas viscosas son débiles en relación con las fuerzas inerciales. En flujo turbulento, las partículas del agua se mueven en trayectorias irregulares, que no son suaves ni fijas, pero que en conjunto todavía representan el movimiento hacia adelante de la corriente entera.

Factores que hacen que un flujo se torne turbulento:

- La alta rugosidad superficial de la superficie de contacto con el flujo, sobre todo cerca del borde de ataque y a altas velocidades, irrumpe en la zona laminar de flujo y lo vuelve turbulento.
- Alta turbulencia en el flujo de entrada. En particular para pruebas en túneles de viento, hace que los resultados nunca sean iguales entre dos túneles diferentes.
- Gradientes de presión adversos como los que se generan en cuerpos gruesos, penetran por atrás el flujo y a medida que se desplazan hacia delante lo "arrancan".
- Calentamiento de la superficie por el fluido, asociado y derivado del concepto de entropía, si la superficie de contacto está muy caliente, transmitirá esa energía al fluido y si esta transferencia es lo suficientemente grande se pasará a flujo turbulento.



FIGURA 2-15 Flujo turbulento.

- Entre los estados de flujo laminar y turbulento existe un estado mixto o transicional.

El efecto de la viscosidad en relación con la inercia puede representarse mediante el **número de Reynolds**, si se usa como longitud característica el radio hidráulico, el número de Reynolds es:

$$Re = \frac{VL}{\nu} = \frac{VR}{\nu} \quad (2-13)$$

donde:

V = velocidad media del flujo, en m/s

L = longitud característica, en m

ν = viscosidad cinemática del agua, en m²/s

y los valores límites son:

Flujo laminar	$Re < 500$
Flujo turbulento	$Re > 1000$
Flujo de transición	$500 < Re < 1000$

Debe aclararse que en experimentos se ha demostrado que el régimen de flujo puede cambiar de laminar a turbulento con valores entre 500 y 12500 cuando se ha trabajado con el radio hidráulico como longitud característica, por lo que algunos aceptan los siguientes límites:

Flujo laminar	$Re < 500$
Flujo turbulento	$Re > 12500^*$
Flujo de transición	$500 < Re < 12500$

*El límite superior no está definido.

Si se usa como longitud característica un valor de cuatro veces el radio hidráulico,
 $L = 4R$:

$$Re = \frac{4 \cdot V \cdot R}{\nu} \quad (2-14)$$

y se aceptan los siguientes límites:

Flujo laminar	$Re < 2000$
Flujo turbulento	$Re > 4000$
Flujo de transición	$2000 < Re < 4000$

El régimen de flujo en canales es usualmente turbulento.

El número de Reynolds es un parámetro adimensional cuyo valor es idéntico independientemente del sistema de unidades, siempre y cuando las unidades utilizadas sean consistentes.

2.5.2. EFECTO DE LA GRAVEDAD

El efecto de la gravedad sobre el estado de flujo se representa por la relación entre las fuerzas inerciales y las fuerzas gravitacionales.

Esta relación está dada por el *número de Froude*, definido como:

$$F = \frac{V}{\sqrt{gL}} = \frac{V}{\sqrt{gD}} = \frac{V}{\sqrt{g \frac{A}{T}}} \quad (2-15)$$

donde:

F = número de Froude

V = velocidad media del flujo, en m/s

g = aceleración de la gravedad, 9.81 m/s²

L = longitud característica de la sección, en m

D = profundidad hidráulica o tirante medio, en m

A = área hidráulica, en m²

T = espejo de agua o ancho superficial, en m

En el flujo en canales abiertos, la longitud característica se hace igual a la profundidad hidráulica D , la cual está definida como el área de la sección transversal del agua perpendicular a la dirección del flujo en el canal dividida por el ancho de la superficie libre.

En relación con el efecto de la gravedad, el flujo puede ser crítico, subcrítico y supercrítico.

Entonces, por el número de Froude, el flujo puede ser:

- Si $F < 1$ Flujo subcrítico
- Si $F = 1$ Flujo crítico
- Si $F > 1$ Flujo supercrítico

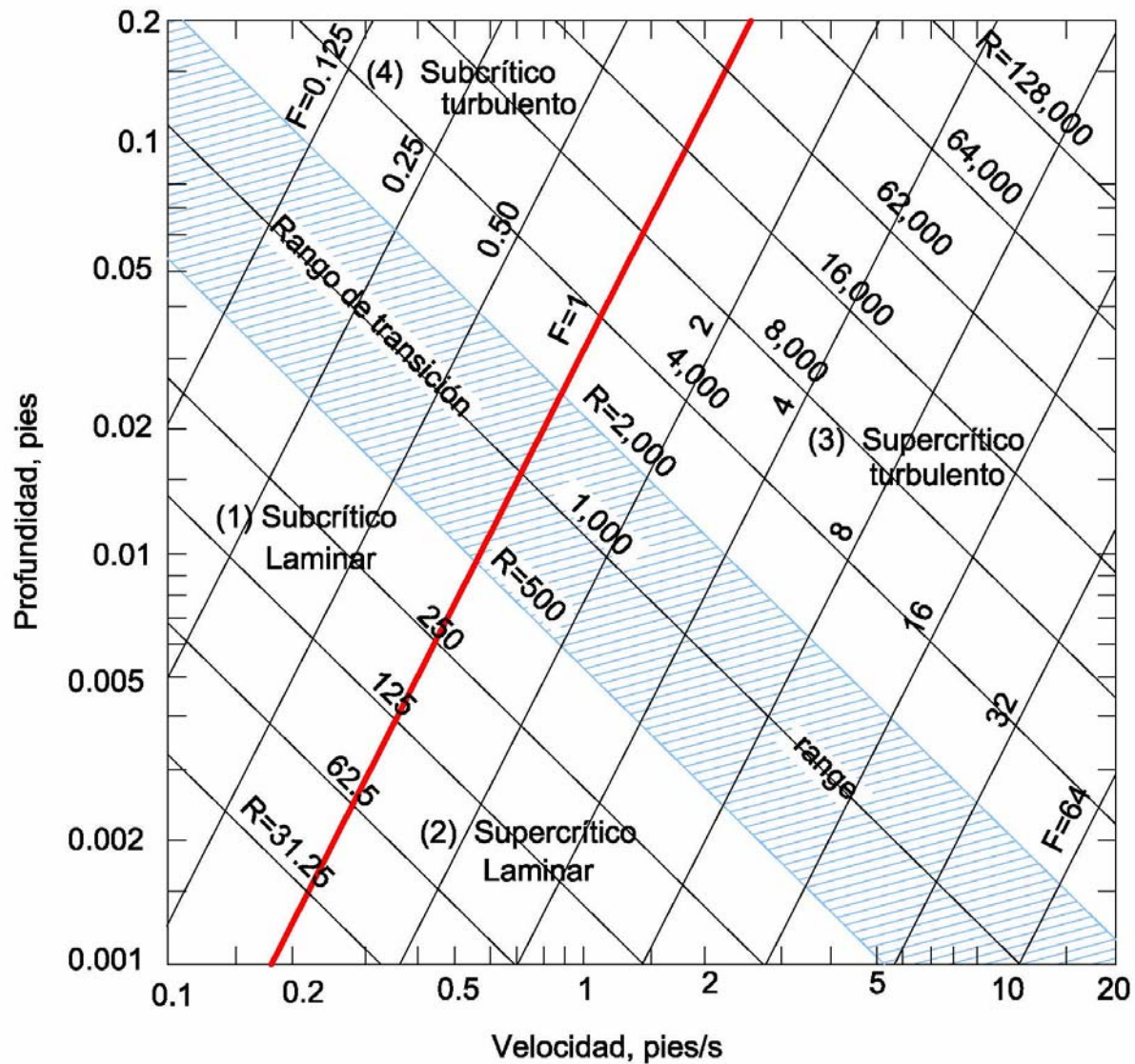


FIGURA 2-16 Relación Profundidad-Velocidad Para Cuatro Regímenes de Flujo en Canales Abiertos.

2.6. REGÍMENES DE FLUJO

En un canal abierto el efecto combinado de la viscosidad y de la gravedad puede producir cualquiera de cuatro *regímenes de flujo*, los cuales son:

- Subcrítico - laminar, cuando F es menor que la unidad y Re está en el rango laminar.
- Supercrítico – laminar, cuando F es mayor que la unidad y Re está en el rango laminar.
- Supercrítico – turbulento, cuando F es mayor que la unidad y Re está en el rango turbulento.
- Subcrítico – turbulento, cuando F es menor que la unidad y Re está en el rango turbulento.

La relación profundidad - velocidad para los cuatro regímenes de flujo en un canal abierto ancho puede ilustrarse mediante una gráfica logarítmica, Figura 2-16

2.7. PROBLEMAS RESUELTOS

2.7.1 A partir de la Figura 2-1, demostrar que el caudal teórico del flujo en canales abiertos puede expresarse mediante:

$$Q = A_2 \sqrt{\frac{2g(\Delta y - h_f)}{1 - (A_2 / A_1)^2}}$$

donde A_1 y A_2 son las áreas de la sección transversal de flujo en las secciones 1 y 2, respectivamente, y Δy es la caída en la superficie del agua entre las secciones.

Solución:

$$\Delta y = (y_1 + Z_1) - (y_2 + Z_2)$$

$$Q = A_1 \cdot V_1 = A_2 \cdot V_2 = cte.$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{A_2 \cdot V_2}{A_1} \quad (1)$$

Aplicando la ecuación de Bernoulli entre las secciones 1 y 2 se tiene:

$$\frac{V_1^2}{2g} + y_1 + Z_1 = h_f + \frac{V_2^2}{2g} + y_2 + Z_2$$

$$\frac{V_1^2}{2g} + (y_1 + Z_1) - (y_2 + Z_2) = h_f + \frac{V_2^2}{2g}$$

Reemplazando Δy :

$$\frac{V_1^2}{2g} + \Delta y = h_f + \frac{V_2^2}{2g}$$

Reemplazando V_1 :

$$\frac{\left(\frac{A_2 \cdot V_2}{A_1}\right)^2}{2g} + \Delta y = h_f + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$\frac{\frac{A_2^2 \cdot V_2^2}{A_1^2}}{2g} + \Delta y = h_f + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$\frac{A_2^2 \cdot V_2^2}{2g \cdot A_1^2} + \Delta y = h_f + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \cdot \left(\frac{V_2^2}{2g}\right) + \Delta y = h_f + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$\frac{V_2^2}{2g} - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \cdot \left(\frac{V_2^2}{2g}\right) + h_f = \Delta y$$

$$\frac{V_2^2}{2g} \left(1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2\right) + h_f = \Delta y$$

$$\frac{V_2^2}{2g} = \frac{\Delta y - h_f}{\left(1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2\right)}$$

$$V_2^2 = \frac{2g(\Delta y - h_f)}{\left(1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2\right)}$$

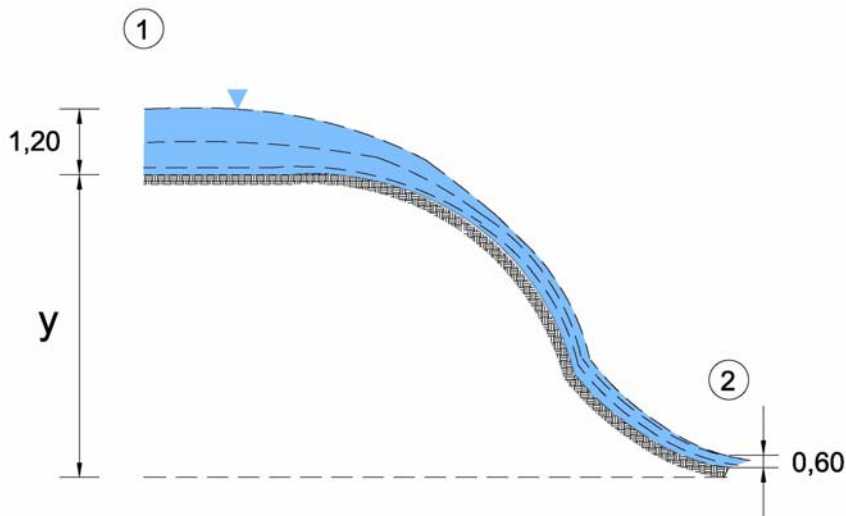
$$V_2 = \sqrt{\frac{2g(\Delta y - h_f)}{\left(1 - \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2\right)}}$$

$$Q = A_2 \cdot V_2$$

$$Q = A_2 \cdot \sqrt{\frac{2g(\Delta y - h_f)}{1 - (A_2 / A_1)^2}}$$

- 2.7.2 En un canal de concreto, el tirante es de 1,20 m y el agua fluye a una velocidad media de 2,40 m/s, hasta un cierto punto, donde, debido a una caída, la velocidad se eleva a 12,00 m/s, reduciéndose el tirante a 0,60 m. Despreciando las posibles pérdidas por fricción, determinar la diferencia de nivel entre las dos partes del canal.

Solución:



Aplicando la ecuación de Bernoulli entre las secciones 1 y 2:

$$\frac{V_1^2}{2g} + y_1 + Z_1 = h_f + \frac{V_2^2}{2g} + y_2 + Z_2$$

Tomando como plano de referencia el de cota cero se tiene:

:

$V_1 = 2,40 \text{ m/s}$	$V_2 = 12,00 \text{ m/s}$
$y_1 = 1,20 \text{ m}$	$y_2 = 0,60 \text{ m}$
$Z_1 = y$	$Z_2 = 0$
$g = 9.81 \text{ m/s}^2$	$h_f = 0$

Reemplazando datos:

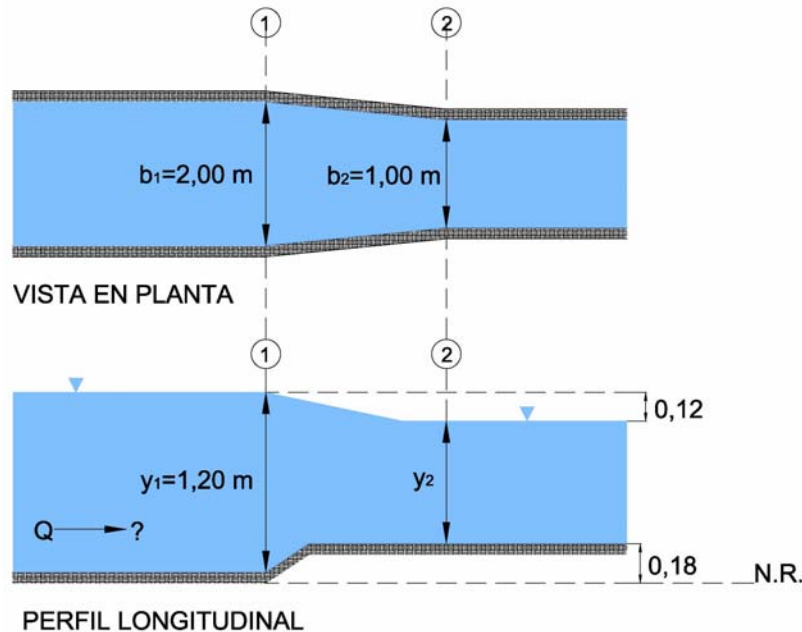
$$\frac{(2,40)^2}{2(9,81)} + 1,20 + y = 0 + \frac{(12,00)^2}{2(9,81)} + 0,60 + 0$$

$$0,30 + 1,20 + y = 7,40 + 0,60$$

$$y = 8,00 - 1,50$$

$$y = 6,50 \text{ m}$$

2.7.3 En un canal rectangular, en cierto tramo de su perfil longitudinal y en la dirección de flujo, se produce una contracción y una elevación del fondo, de tal manera que el ancho de solera se reduce de 2 a 1 m y el fondo se eleva 0,18 m.



Considerando que:

- aguas arriba de la contracción el tirante es de 1,20 m.
- en la zona contraída la superficie libre desciende 0,12 m.
- las pérdidas son despreciables

Calcular el caudal en el canal.

Solución:

Aplicando la ecuación de la energía, con respecto al N.R., entre las secciones 1 y 2 se tiene:

$$Z_1 + y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + y_2 + \frac{V_2^2}{2 \cdot g} + h_{f_{1-2}} \quad (1)$$

donde:

$$Z_1 = 0$$

$$h_{f_{1-2}} = 0$$

$$y_1 = 1,20 \text{ m}$$

$$Z_2 = 0,18 \text{ m}$$

$$y_2 = y_1 - 0,12 = 0,18$$

$$y_2 = 1,20 - 0,30$$

$$y_2 = 0,90 \text{ m}$$

De la ecuación de continuidad:

$$V_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{Q}{b_1 y_1} = \frac{Q}{2 \times 1,2} = \frac{Q}{2,40}$$

$$V_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{Q}{b_2 y_2} = \frac{Q}{1 \times 0,90} = \frac{Q}{0,90}$$

Sustituyendo valores en (1), resulta:

$$1,20 + \frac{Q^2}{19,62(2,40)^2} = 0,18 + 0,90 + \frac{Q^2}{19,62(0,90)^2}$$

$$1,20 - 0,18 - 0,90 = \frac{Q^2}{19,62(0,81)} - \frac{Q^2}{19,62(5,76)}$$

$$0,12 = \frac{Q^2}{19,62} \left(\frac{1}{0,81} - \frac{1}{5,76} \right)$$

$$0,12 = \frac{Q^2}{19,62} \left(\frac{5,76 - 0,81}{0,81 \times 5,76} \right)$$

$$0,12 = \frac{Q^2}{19,62} \left(\frac{4,95}{0,81 \times 5,76} \right)$$

de donde:

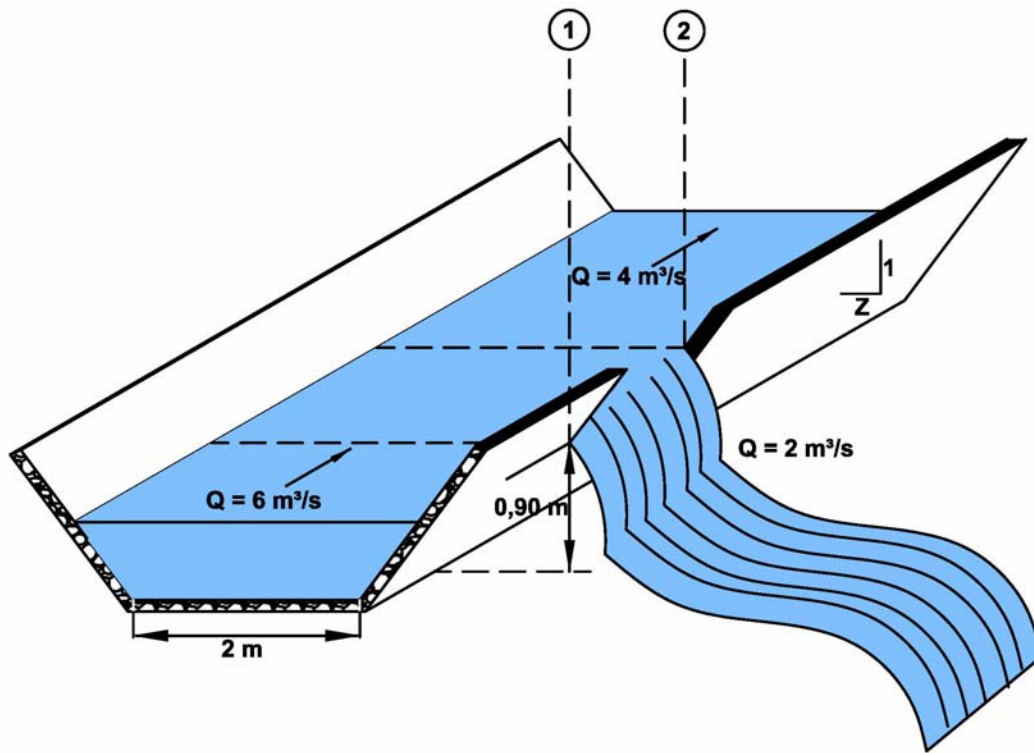
$$Q = \sqrt{\frac{0,12 \times 19,62 \times 0,81 \times 5,76}{4,95}}$$

$$Q = 1,49 \text{ m}^3 / \text{s}$$

2.7.4 En cierto tramo del perfil longitudinal de un canal de sección trapezoidal, como se muestra en la figura, se construye un vertedero lateral.

El vertedero está diseñado en flujo subcrítico, para evacuar un caudal de $2 \text{ m}^3/\text{s}$. Antes del vertedero el canal conduce un caudal de $6 \text{ m}^3/\text{s}$ y después de él $4 \text{ m}^3/\text{s}$.

Sabiendo que el ancho de solera es $b = 2 \text{ m}$, el talud $Z = 1$, el tirante normal en la sección (2) es $1,235 \text{ m}$, las pérdidas a lo largo del vertedero se consideran despreciables y que no existen diferencias de cotas significativas, entre las secciones (1) y (2), determinar la velocidad en la sección (1).



Solución:

- Un canal que conduce flujo subcrítico tiene la singularidad de causar efectos aguas arriba. El vertedero lateral constituye una singularidad, por lo que en la sección (b), se tiene tirante normal.
- Aplicando la ecuación de Bernoulli entre las secciones (a) y (b), se tiene:

$$Z_1 + y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + y_2 + \frac{V_2^2}{2 \cdot g} + h_{f_{1-2}} \quad (1)$$

donde:

$$Z_1 = Z_2 \quad (\text{debido a que no hay diferencia significativa de cotas})$$

$$h_{f_{1-2}} = 0 \quad (\text{pérdida de energía despreciable})$$

$$y_2 = 1,235 \text{ m} \quad (\text{tirante normal})$$

$$V_2 = \frac{Q_2}{A_2} = \frac{4}{(2 + 1,235) \cdot 1,235} = 1,0012$$

$$V_1 = \frac{Q_1}{A_1} = \frac{6}{(2 + y_1) \cdot y_1} \quad (2)$$

- Reemplazando valores en la ecuación (1), se tiene:

$$y_1 + \frac{36}{19,62 \cdot [(2 + y_1) \cdot y_1]^2} = 1,235 + \frac{1,0012^2}{19,62}$$

- Resolviendo la ecuación se tendrá:

$$y_1 = 1,14438 \text{ m}$$

- Reemplazando el valor de y_1 obtenido en la ecuación (2), se tiene:

$$V_1 = \frac{6}{(2 + 1,14438) \cdot 1,14438}$$

$$V_1 = 1,6674 \text{ m/s}$$

2.8. PROBLEMAS PROPUESTOS

- 2.8.1 Se tiene un repartidor de flujo como se muestra en la figura. Para todos los cálculos no tome en cuenta pérdidas por fricción, considere que el flujo es uniforme en todo momento. La pendiente del canal es cero, se pide determinar los tirantes de agua en los puntos A, B, C, D y E indicados en la figura.

Datos adicionales:

Elevación solera en el punto “F” es 95,44 m

Tirante de agua en el punto “F” es 0,41 m

Las pérdidas como factores de energía cinética son:

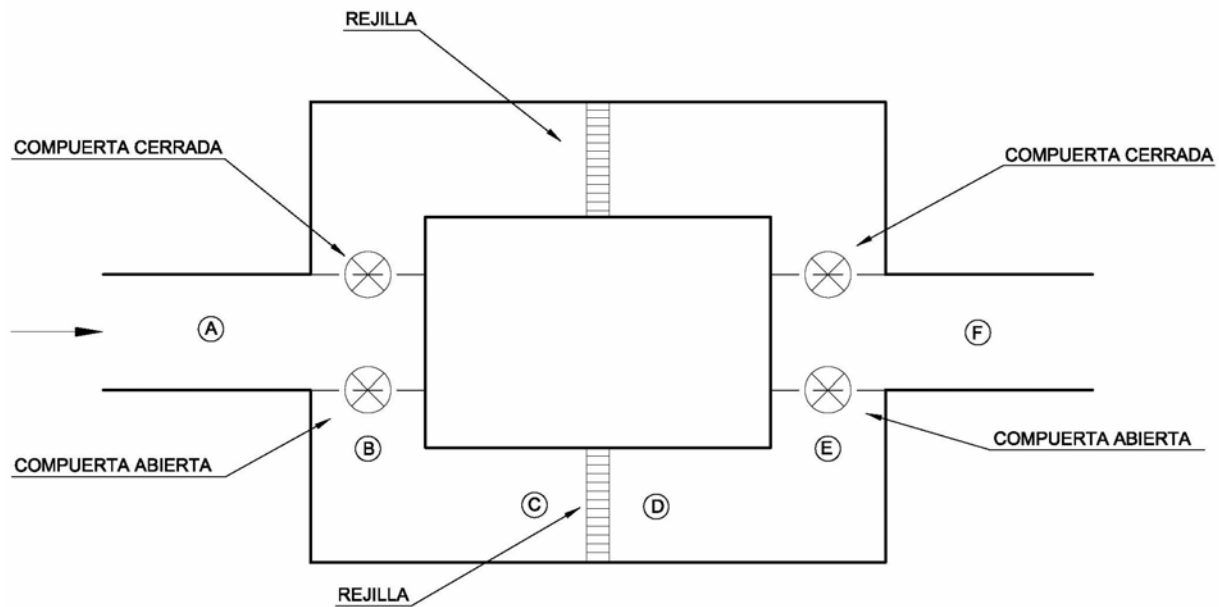
$$K_{g0} = 0,20$$

$$K_{compuerta} = 0,30$$

$$K_{rejilla} = 0,10$$

Ancho constante = 1,22 m

Caudal pico = 700 l/s



VISTA EN PLANTA

2.8.2 A partir de la Figura 2-7, demostrar que la disipación de energía (h_f) entre las secciones (1) y (2) puede expresarse como:

$$h_f = \Delta y - \alpha \cdot \frac{V_2^2}{2g} \left(1 - \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 \right)$$

2.9. PREGUNTAS CONCEPTUALES

2.9.1 A pesar de la similitud que existe entre estos dos tipos de flujo es mucho mas difícil resolver problemas de flujo en canales abiertos que en tuberías a presión porque:

- Por el hecho de que la posición de la superficie libre puede cambiar con el tiempo y con el espacio.
- Por el hecho de que la posición de la superficie libre puede cambiar con el tiempo y con el espacio y también por el hecho que la profundidad del flujo, el caudal y las pendientes del fondo del canal y de la superficie libre son interdependientes.
- Por el hecho de que se necesita de otras disciplinas como la geomorfología, la hidrología y la mecánica del transporte de sedimentos.

2.9.2 En el flujo a través de canales abiertos:

- a) La línea de cargas piezométricas es siempre paralela a la línea de cargas totales.
- b) La línea de cargas totales coincide con la superficie libre del líquido.
- c) Las líneas de carga piezométricas y de cargas totales coinciden.
- d) La línea de cargas piezométricas coincide con la superficie libre del líquido.

2.9.3 La Ecuación de la cantidad de movimiento es una ecuación

- a) Unidimensional
- b) Vectorial
- c) Escalar
- d) Adimensional

2.9.4 Explicar la clasificación del flujo en canales abiertos dando un ejemplo de cada uno de ellos.

2.9.5 Para flujo uniforme y flujo variado el criterio es:

- a) El tiempo
- b) El espacio
- c) El fenómeno local.

2.9.6 En los canales abiertos el efecto combinado de la viscosidad y de la gravedad produce cuatro regímenes de flujo. Explique y de un ejemplo de cada uno de ellos.

CAPÍTULO 3

CANALES ABIERTOS Y SUS PROPIEDADES

3.1. DEFINICIÓN

Los canales son conductos en los que el agua circula debido a la acción de la gravedad y sin ninguna presión, pues la superficie libre del líquido esta en contacto con la atmósfera.

3.2. CLASES DE CANALES

De acuerdo con su origen los canales pueden ser naturales (ríos, arroyos etc.) o artificiales (construidos por el hombre). Dentro de estos últimos pueden incluirse aquellos conductos cerrados que trabajen parcialmente llenos.

3.2.1. CANALES NATURALES

Los canales naturales incluyen todos los cursos de agua que existen de manera natural en la Tierra, los cuales varían en tamaño desde pequeños arroyuelos en zonas montañosas, hasta quebradas, arroyos, ríos pequeños y grandes y estuarios de mareas. Las corrientes subterráneas que transportan agua con una superficie libre también son consideradas como canales abiertos naturales.

Las propiedades hidráulicas de un canal natural por lo general son muy irregulares. En algunos casos pueden hacerse suposiciones empíricas razonablemente consistentes con las observaciones y experiencias reales, de tal modo que las condiciones de flujo en estos canales se vuelvan manejables mediante el tratamiento analítico de la hidráulica teórica.

Un estudio completo sobre el comportamiento del flujo en canales naturales requiere el conocimiento de otros campos, como hidrología, transporte de sedimentos, etc. Éste constituye un tema de estudio conocido como hidráulica de ríos.



FIGURA 3-1 Canal natural.

3.2.2. CANALES ARTIFICIALES

Los canales artificiales son aquéllos contruidos o desarrollados mediante el esfuerzo humano, canales de navegación, canales de centrales hidroeléctricas, canales y canaletas de irrigación, cunetas de drenaje, vertederos, canales de desborde, canaletas de madera, cunetas a lo largo de carreteras, etc., así como canales de modelos contruidos en el laboratorio con propósitos experimentales.

Las propiedades hidráulicas de estos canales pueden ser controladas hasta un nivel deseado o diseñadas para cumplir unos requisitos determinados. La aplicación de las teorías hidráulicas a canales artificiales producirá, por tanto, resultados bastante similares a las condiciones reales y, por consiguiente, son razonablemente exactos para propósitos prácticos de diseño.



FIGURA 3-2 Canal artificial.

Bajo diferentes circunstancias en la práctica de ingeniería, los canales abiertos artificiales reciben diferentes nombres, sin embargo, estos nombres se utilizan de una manera más o menos imprecisa y sólo se definen de un modo muy general.

- **El canal artificial** por lo general es un canal largo con pendiente suave construido sobre el suelo, que puede ser no revestido o revestido con piedras, concreto, cemento, madera o materiales bituminosos.
- **La canaleta** es un canal de madera, de metal, de concreto o de mampostería, a menudo soportado en o sobre la superficie del terreno para conducir agua a través de una depresión.
- **La rápida** es un canal que tiene altas pendientes.
- **La caída** es similar a una rápida, pero el cambio en elevación se efectúa en una distancia corta.
- **La alcantarilla**, que fluye parcialmente llena, es un canal cubierto con una longitud comparativamente corta instalado para drenar el agua a través de terraplenes de carreteras o de vías férreas.
- **El túnel** con flujo a superficie libre es un canal cubierto comparativamente largo, utilizado para conducir el agua a través de una colina o cualquier obstrucción del terreno.

3.3. GEOMETRÍA DEL CANAL

La sección transversal de un canal natural es generalmente de forma muy irregular y varia de un lugar a otro, desde aproximadamente una parábola hasta aproximadamente un trapecio.

Los canales artificiales usualmente se diseñan con formas geométricas regulares (prismáticos), un canal construido con una sección transversal invariable y una pendiente de fondo constante se conoce como canal prismático. El término sección de canal se refiere a la sección transversal de un canal tomado en forma perpendicular a la dirección del flujo, las secciones mas comunes son las siguientes:

3.3.1. SECCIONES ABIERTAS

- **Sección trapezoidal:** Se usa en canales de tierra debido a que proveen las pendientes necesarias para estabilidad, y en canales revestidos.
- **Sección rectangular:** Debido a que el rectángulo tiene lados verticales, por lo general se utiliza para canales construidos con materiales estables, acueductos de madera, para canales excavados en roca y para canales revestidos.
- **Sección triangular:** Se usa para cunetas revestidas en las carreteras, también en canales de tierra pequeños, fundamentalmente por facilidad de trazo. También se emplean revestidas, como alcantarillas de las carreteras.
- **Sección parabólica:** Se emplea en algunas ocasiones para canales revestidos y es la forma que toman aproximadamente muchos canales naturales y canales viejos de tierra.

3.3.2. SECCIONES CERRADAS

- **Sección circular:** El círculo es la sección más común para alcantarillados y alcantarillas de tamaños pequeño y mediano.
- **Sección parabólica:** Se usan comúnmente para alcantarillas y estructuras hidráulicas importantes.

3.4. ELEMENTOS GEOMÉTRICOS DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL DE UN CANAL

Los elementos geométricos son propiedades de una sección de canal que pueden ser definidos por completo por la geometría de la sección y la profundidad de flujo. Estos elementos son muy importantes y se utilizan con amplitud en el cálculo de flujo.

Para secciones de canal regulares y simples, los elementos geométricos pueden expresarse matemáticamente en términos de la profundidad de flujo y de otras dimensiones de la sección. Para secciones complicadas y secciones de corrientes naturales, sin embargo, no se puede escribir una ecuación simple para expresar estos elementos, pero pueden prepararse curvas que representen la relación entre estos elementos y la profundidad de flujo para uso en cálculos hidráulicos.

La forma mas conocida de la sección transversal de un canal es la trapezoidal, como la que se muestra en la Figura 3-3.

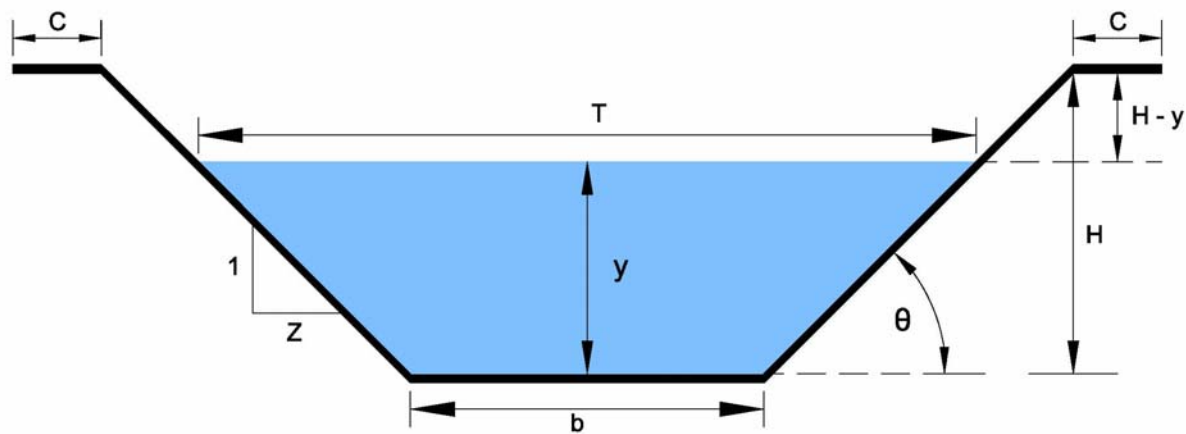


FIGURA 3-3 Elementos geométricos de la sección transversal de un canal.

donde:

y = tirante de agua, altura que el agua adquiere en la sección transversal

b = base del canal o ancho de solera

T = espejo de agua o superficie libre de agua

H = profundidad total del canal

$H-y$ = borde libre

C = ancho de corona

θ = ángulo de inclinación de las paredes laterales con la horizontal

$Z : 1 = \text{talud, Horizontal : Vertical}$

$A = (b + Zy)y$, área hidráulica

$P = b + 2 \cdot y \cdot \sqrt{1 + Z^2}$, perímetro mojado

$R = \frac{A}{P} = \frac{(b + Z \cdot y) \cdot y}{b + 2 \cdot y \cdot \sqrt{1 + Z^2}}$, radio hidráulico

$\bar{y} = \frac{A}{T}$, tirante hidráulico o tirante medio

A continuación se dan las definiciones de varios elementos geométricos de importancia básica.

- **Talud “Z”:** Es la relación de la proyección horizontal a la vertical de la pared lateral (se llama también talud de las paredes laterales del canal). Es decir Z es el valor de la proyección horizontal cuando la vertical es 1, aplicando relaciones trigonométricas según Figura 3-3, se tiene:

$$Z = \text{ctg} \theta \quad (3-1)$$

- **Tirante de agua o profundidad de flujo “y”:** Es la distancia vertical desde el punto más bajo de una sección del canal hasta la superficie libre, es decir la profundidad máxima del agua en el canal.
- **Ancho superficial o espejo de agua “T”:** Es el ancho de la superficie libre del agua.
- **Área mojada o área hidráulica “A”:** Es la superficie ocupada por el líquido en una sección transversal normal cualquiera.
- **Perímetro mojado “P”:** Es la parte del contorno del conducto que está en contacto con el líquido.
- **Radio hidráulico “R”:** Es la relación del área mojada con respecto a su perímetro mojado, el radio hidráulico es la dimensión característica de la sección transversal, hace las funciones del diámetro en tuberías.

$$R = \frac{A}{P} \quad (3-2)$$

- **Profundidad hidráulica “D” o profundidad media “ \bar{y} ”:** Es la relación entre el área hidráulica y el espejo de agua.

$$D = \bar{y} = \frac{A}{T} \quad (3-3)$$

- **Factor de sección para el cálculo de flujo crítico:** Es el producto del área mojada y la raíz cuadrada de la profundidad hidráulica

$$\text{Factor de sección } Z = A\sqrt{D} = A\sqrt{\frac{A}{T}} \quad (3-4)$$

3.4.1. RELACIONES GEOMÉTRICAS DE LAS SECCIONES TRANSVERSALES MÁS FRECUENTES

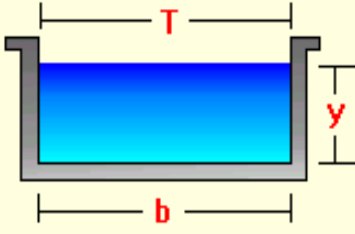
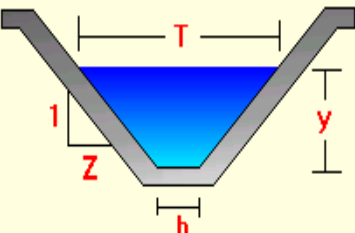
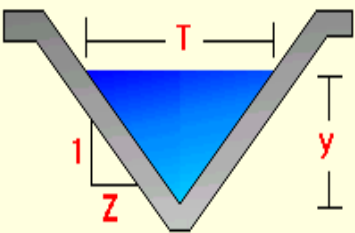
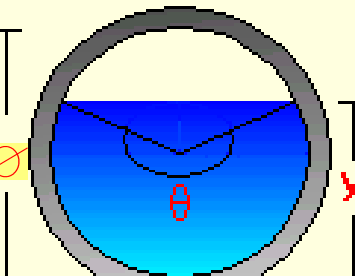
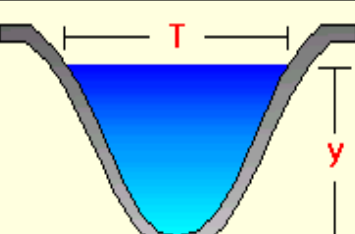
En la Tabla 3-1, se presenta un resumen de las relaciones geométricas de las secciones transversales que frecuentemente se usan en el diseño de canales.

En la Tabla 3-2 se muestran las relaciones geométricas para una sección trapezoidal y triangular con taludes diferentes.

3.4.2. CÁLCULO DE LAS RELACIONES GEOMÉTRICAS PARA UNA SECCIÓN CIRCULAR Y DE HERRADURA

Una forma sencilla de realizar los cálculos del área hidráulica, perímetro mojado y radio hidráulico en una sección circular y de herradura, conocida la relación entre el tirante y el diámetro del conducto, es decir: y / \emptyset , es utilizar las Tablas 3-3 y 3-4.

Tabla 3-1 Relaciones geométricas de las secciones transversales mas frecuentes (Fuente: V.T. Chow)

Sección Rectangular	Area mojada	Perímetro mojado	Radio hidráulico
	by	$b + 2y$	$\frac{by}{b + 2y}$
	Ancho superficial	Profund. hidráulica	Factor de sección
	b	y	$by^{1.5}$
Sección Trapezoidal	Area mojada	Perímetro mojado	Radio hidráulico
	$(b + Zy)y$	$b + 2y\sqrt{1 + Z^2}$	$\frac{(b + Zy)y}{b + 2y\sqrt{1 + Z^2}}$
	Ancho superficial	Profund. hidráulica	Factor de sección
	$b + 2Zy$	$\frac{(b + Zy)y}{b + 2Zy}$	$\frac{[(b + Zy)y]^{1.5}}{\sqrt{b + 2Zy}}$
Sección Triangular	Area mojada	Perímetro mojado	Radio hidráulico
	Zy^2	$2y\sqrt{1 + Z^2}$	$\frac{Zy}{2\sqrt{1 + Z^2}}$
	Ancho superficial	Profund. hidráulica	Factor de sección
	$2Zy$	$\frac{1}{2}y$	$\frac{\sqrt{2}}{2} Zy^{2.5}$
Sección Circular	Area mojada	Perímetro mojado	Radio hidráulico
	$\frac{1}{8}(\theta - \text{sen } \theta)\phi^2$	$\frac{1}{2}\theta \cdot \phi$	$\frac{1}{4}\left(1 - \frac{\text{sen } \theta}{\theta}\right)\phi$
	Ancho superficial	Profund. hidráulica	Factor de sección
	$\left(\text{sen } \frac{1}{2}\theta\right)\phi$ $2\sqrt{y(D - y)}$	$\frac{1}{8}\left(\frac{\theta - \text{sen } \theta}{\text{sen } \frac{1}{2}\theta}\right)\phi$	$\frac{\sqrt{2}}{32}\frac{(\theta - \text{sen } \theta)^{1.5}}{\left(\text{sen } \frac{1}{2}\theta\right)^{0.5}}\phi^{2.5}$
Sección Parabólica	Area mojada	Perímetro mojado	Radio hidráulico
	$\frac{2}{3}Ty$	$T + \frac{8}{3}\frac{y^2}{T} *$	$\frac{2T^2y}{3T^2 + 8y^2} *$
	Ancho superficial	Profund. hidráulica	Factor de sección
	$\frac{3}{2}\frac{A}{y}$	$\frac{2}{3}y$	$\frac{2}{9}\sqrt{6}Ty^{1.5}$

* Aproximacion satisfactoria para el intervalo $0 < x \leq 1$, donde $x = 4y/T$. Cuando $x > 1$, utilice la expresión exacta

$$P = \frac{T}{2} \left[\sqrt{1 + x^2} + \frac{1}{x} \ln \left(x + \sqrt{1 + x^2} \right) \right]$$

TABLA 3-2 Relaciones geométricas para una sección trapezoidal y triangular con taludes diferentes. (Adaptado de: M. Villón)

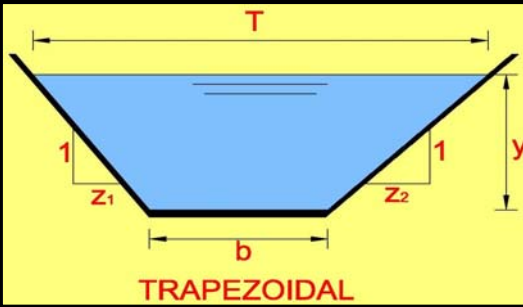
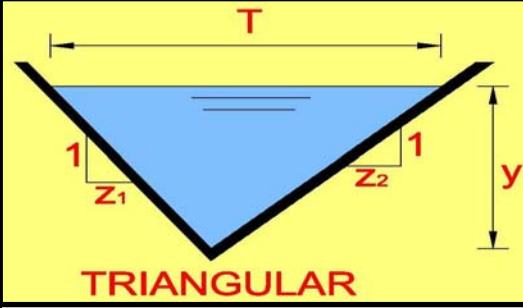
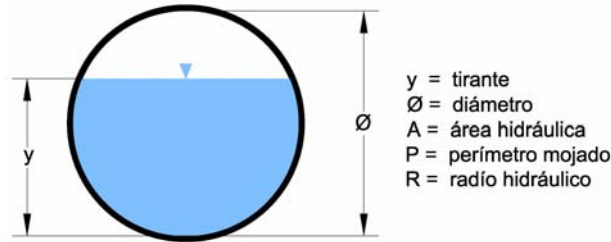
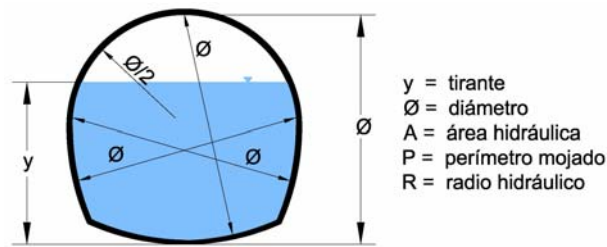
Sección	Área mojada
 <p>TRAPEZOIDAL</p>	$\left(b + \frac{Z_1 + Z_2}{2} y \right) y$
	Perímetro mojado
	$b + \left(\sqrt{1 + Z_1^2} + \sqrt{1 + Z_2^2} \right) y$
Radio hidráulico	Ancho superficial
$\frac{\left(b + \frac{Z_1 + Z_2}{2} y \right) y}{b + \left(\sqrt{1 + Z_1^2} + \sqrt{1 + Z_2^2} \right) y}$	$b + (Z_1 + Z_2) y$
Sección	Área mojada
 <p>TRIANGULAR</p>	$\frac{Z_1 + Z_2}{2} y^2$
	Perímetro mojado
	$\left(\sqrt{1 + Z_1^2} + \sqrt{1 + Z_2^2} \right) y$
Radio hidráulico	Ancho superficial
$\frac{(Z_1 + Z_2) y}{2 \left(\sqrt{1 + Z_1^2} + \sqrt{1 + Z_2^2} \right)}$	$(Z_1 + Z_2) y$

TABLA 3-3 Relaciones geométricas para secciones circulares parcialmente llenas.
(Adaptado de: M. Villón)



$\frac{y}{\phi}$	$\frac{A}{\phi^2}$	$\frac{P}{\phi}$	$\frac{R}{\phi}$	$\frac{y}{\phi}$	$\frac{A}{\phi^2}$	$\frac{P}{\phi}$	$\frac{R}{\phi}$
0,01	0,0013	0,2003	0,0066	0,51	0,4027	1,5908	0,2531
0,02	0,0037	0,2838	0,0132	0,52	0,4127	1,6108	0,2562
0,03	0,0069	0,3482	0,0197	0,53	0,4227	1,6308	0,2592
0,04	0,0105	0,4027	0,0262	0,54	0,4327	1,6509	0,2621
0,05	0,0147	0,4510	0,0326	0,55	0,4426	1,6710	0,2649
0,06	0,0192	0,4949	0,0389	0,56	0,4526	1,6911	0,2676
0,07	0,0242	0,5355	0,0451	0,57	0,4625	1,7113	0,2703
0,08	0,0294	0,5735	0,0513	0,58	0,4724	1,7315	0,2728
0,09	0,0350	0,6094	0,0575	0,59	0,4822	1,7518	0,2753
0,10	0,0409	0,6435	0,0635	0,60	0,4920	1,7722	0,2776
0,11	0,0470	0,6761	0,0695	0,61	0,5018	1,7926	0,2799
0,12	0,0534	0,7075	0,0755	0,62	0,5115	1,8132	0,2821
0,13	0,0600	0,7377	0,0813	0,63	0,5212	1,8338	0,2842
0,14	0,0668	0,7670	0,0871	0,64	0,5308	1,8546	0,2862
0,15	0,0739	0,7954	0,0929	0,65	0,5404	1,8755	0,2881
0,16	0,0811	0,8230	0,0986	0,66	0,5499	1,8965	0,2900
0,17	0,0885	0,8500	0,1042	0,67	0,5594	1,9177	0,2917
0,18	0,0961	0,8763	0,1097	0,68	0,5687	1,9391	0,2933
0,19	0,1039	0,9021	0,1152	0,69	0,5780	1,9606	0,2948
0,20	0,1118	0,9273	0,1206	0,70	0,5872	1,9823	0,2962
0,21	0,1199	0,9521	0,1259	0,71	0,5964	2,0042	0,2975
0,22	0,1281	0,9764	0,1312	0,72	0,6054	2,0264	0,2987
0,23	0,1365	1,0004	0,1364	0,73	0,6143	2,0488	0,2998
0,24	0,1449	1,0239	0,1416	0,74	0,6231	2,0715	0,3008
0,25	0,1535	1,0472	0,1466	0,75	0,6319	2,0944	0,3017
0,26	0,1623	1,0701	0,1516	0,76	0,6405	2,1176	0,3024
0,27	0,1711	1,0928	0,1566	0,77	0,6489	2,1412	0,3031
0,28	0,1800	1,1152	0,1614	0,78	0,6573	2,1652	0,3036
0,29	0,1890	1,1374	0,1662	0,79	0,6655	2,1895	0,3039
0,30	0,1982	1,1593	0,1709	0,80	0,6736	2,2143	0,3042
0,31	0,2074	1,1810	0,1756	0,81	0,6815	2,2395	0,3043
0,32	0,2167	1,2025	0,1802	0,82	0,6893	2,2653	0,3043
0,33	0,2260	1,2239	0,1847	0,83	0,6969	2,2916	0,3041
0,34	0,2355	1,2451	0,1891	0,84	0,7043	2,3186	0,3038
0,35	0,2450	1,2661	0,1935	0,85	0,7115	2,3462	0,3033
0,36	0,2546	1,2870	0,1978	0,86	0,7186	2,3746	0,3026
0,37	0,2642	1,3078	0,2020	0,87	0,7254	2,4039	0,3018
0,38	0,2739	1,3284	0,2062	0,88	0,7320	2,4341	0,3007
0,39	0,2836	1,3490	0,2102	0,89	0,7384	2,4655	0,2995
0,40	0,2934	1,3694	0,2142	0,90	0,7445	2,4981	0,2980
0,41	0,3032	1,3898	0,2182	0,91	0,7504	2,5322	0,2963
0,42	0,3130	1,4101	0,2220	0,92	0,7560	2,5681	0,2944
0,43	0,3229	1,4303	0,2258	0,93	0,7612	2,6061	0,2921
0,44	0,3328	1,4505	0,2295	0,94	0,7662	2,6467	0,2895
0,45	0,3428	1,4706	0,2331	0,95	0,7707	2,6906	0,2865
0,46	0,3527	1,4907	0,2366	0,96	0,7749	2,7389	0,2829
0,47	0,3627	1,5108	0,2401	0,97	0,7785	2,7934	0,2787
0,48	0,3727	1,5308	0,2435	0,98	0,7816	2,8578	0,2735
0,49	0,3827	1,5508	0,2468	0,99	0,7841	2,9413	0,2666
0,50	0,3927	1,5708	0,2500	1,00	0,7854	3,1416	0,2500

TABLA 3-4 Relaciones geométricas para secciones de herradura parcialmente llenas.
(Adaptado de: M. Villón)



$\frac{y}{\phi}$	$\frac{A}{\phi^2}$	$\frac{P}{\phi}$	$\frac{R}{\phi}$	$\frac{y}{\phi}$	$\frac{A}{\phi^2}$	$\frac{P}{\phi}$	$\frac{R}{\phi}$
0,01	0,0019	0,2830	0,0066	0,51	0,4466	1,7162	0,2602
0,02	0,0053	0,4006	0,0132	0,52	0,4566	1,7362	0,2630
0,03	0,0097	0,4911	0,0198	0,53	0,4666	1,7562	0,2657
0,04	0,0150	0,5676	0,0264	0,54	0,4766	1,7763	0,2683
0,05	0,0209	0,6351	0,0329	0,55	0,4865	1,7964	0,2707
0,06	0,0275	0,6963	0,0394	0,56	0,4965	1,8165	0,2733
0,07	0,0346	0,7528	0,0459	0,57	0,5064	1,8367	0,2757
0,08	0,0421	0,8054	0,0524	0,58	0,5163	1,8569	0,2781
0,09	0,0502	0,8513	0,0590	0,59	0,5261	1,8772	0,2804
0,10	0,0585	0,8732	0,0670	0,60	0,5359	1,8976	0,2824
0,11	0,0670	0,8950	0,0748	0,61	0,5457	1,9180	0,2844
0,12	0,0753	0,9166	0,0823	0,62	0,5555	1,9386	0,2861
0,13	0,0839	0,9382	0,0895	0,63	0,5651	1,9592	0,2884
0,14	0,0925	0,9597	0,0964	0,64	0,5748	1,9800	0,2902
0,15	0,1012	0,9811	0,1031	0,65	0,5843	2,0009	0,2920
0,16	0,1100	1,0024	0,1097	0,66	0,5938	2,0219	0,2937
0,17	0,1188	1,0236	0,1161	0,67	0,6033	2,0431	0,2953
0,18	0,1277	1,0448	0,1222	0,68	0,6126	2,0645	0,2967
0,19	0,1367	1,0658	0,1282	0,69	0,6219	2,0860	0,2981
0,20	0,1457	1,0868	0,1341	0,70	0,6312	2,1077	0,2994
0,21	0,1549	1,1078	0,1398	0,71	0,6403	2,1297	0,3006
0,22	0,1640	1,1286	0,1454	0,72	0,6493	2,1518	0,3018
0,23	0,1733	1,1494	0,1508	0,73	0,6582	2,1742	0,3028
0,24	0,1825	1,1702	0,1560	0,74	0,6671	2,1969	0,3036
0,25	0,1919	1,1909	0,1611	0,75	0,6758	2,2198	0,3044
0,26	0,2013	1,2115	0,1662	0,76	0,6844	2,2431	0,3050
0,27	0,2107	1,2321	0,1710	0,77	0,6929	2,2666	0,3055
0,28	0,2202	1,2526	0,1758	0,78	0,7012	2,2906	0,3060
0,29	0,2297	1,2731	0,1804	0,79	0,7094	2,3149	0,3064
0,30	0,2393	1,2935	0,1850	0,80	0,7175	2,3397	0,3067
0,31	0,2489	1,3139	0,1895	0,81	0,7254	2,3650	0,3067
0,32	0,2586	1,3342	0,1938	0,82	0,7332	2,3907	0,3066
0,33	0,2683	1,3546	0,1981	0,83	0,7408	2,4170	0,3064
0,34	0,2780	1,3748	0,2023	0,84	0,7482	2,4440	0,3061
0,35	0,2878	1,3951	0,2063	0,85	0,7554	2,4716	0,3056
0,36	0,2975	1,4153	0,2103	0,86	0,7625	2,5000	0,3050
0,37	0,3074	1,4355	0,2142	0,87	0,7693	2,5292	0,3042
0,38	0,3172	1,4556	0,2181	0,88	0,7759	2,5595	0,3032
0,39	0,3271	1,4758	0,2217	0,89	0,7823	2,5909	0,3020
0,40	0,3370	1,4959	0,2252	0,90	0,7884	2,6235	0,3005
0,41	0,3469	1,5160	0,2287	0,91	0,7943	2,6576	0,2988
0,42	0,3568	1,5360	0,2322	0,92	0,7999	2,6935	0,2969
0,43	0,3667	1,5561	0,2356	0,93	0,8052	2,7315	0,2947
0,44	0,3767	1,5761	0,2390	0,94	0,8101	2,7721	0,2922
0,45	0,3867	1,5962	0,2422	0,95	0,8146	2,8160	0,2893
0,46	0,3966	1,6162	0,2454	0,96	0,8188	2,8643	0,2858
0,47	0,4066	1,6362	0,2484	0,97	0,8224	2,9188	0,2816
0,48	0,4166	1,6562	0,2514	0,98	0,8256	2,9832	0,2766
0,49	0,4266	1,6762	0,2544	0,99	0,8280	3,0667	0,2696
0,50	0,4366	1,6962	0,2574	1,00	0,8293	3,2670	0,2538

Otra forma de determinar los elementos geométricos de una sección circular parcialmente llena es utilizando las curvas de la Figura 3-4 generadas a partir de la Tabla 3-5 (ver tabla completa en el anexo A).

Donde:

$$P_o = \pi \cdot \phi_o = 3,1416 \cdot \phi_o = \text{perímetro mojado a sección llena}$$

$$A_o = \frac{\pi}{4} \cdot \phi^2 = 0,7854 \cdot \phi^2 = \text{área mojada a sección llena}$$

$$R_o = \frac{1}{4} \cdot \phi = 0,2500 \cdot \phi$$

ϕ = diámetro del canal

y = profundidad de flujo

A = área mojada

P = perímetro mojado

R = radio hidráulico

T = ancho superficial

D = profundidad hidráulica

Z = factor de sección para el cálculo de flujo crítico

TABLA 3-5 Elementos geométricos de secciones de canales circulares.

(Adaptado de V.T.Chow)

$\frac{y}{\phi}$	$\frac{A}{\phi^2}$	$\frac{P}{\phi}$	$\frac{R}{\phi}$	$\frac{T}{\phi}$	$\frac{D}{\phi}$	$\frac{Z}{\phi^{2.5}}$	$\frac{A \cdot R^{2/3}}{\phi^{8/3}}$	$\frac{A}{A_o}$	$\frac{P}{P_o}$	$\frac{R}{R_o}$
0,01	0,0013	0,2003	0,0066	0,1990	0,0067	0,0001	0,0000	0,0017	0,0638	0,0265
0,05	0,0147	0,4510	0,0326	0,4359	0,0337	0,0027	0,0015	0,0187	0,1436	0,1302
0,10	0,0409	0,6435	0,0635	0,6000	0,0681	0,0107	0,0065	0,0520	0,2048	0,2541
0,15	0,0739	0,7954	0,0929	0,7141	0,1034	0,0238	0,0152	0,0941	0,2532	0,3715
0,20	0,1118	0,9273	0,1206	0,8000	0,1398	0,0418	0,0273	0,1424	0,2952	0,4824
0,25	0,1535	1,0472	0,1466	0,8660	0,1773	0,0647	0,0427	0,1955	0,3333	0,5865
0,30	0,1982	1,1593	0,1709	0,9165	0,2162	0,0921	0,0610	0,2523	0,3690	0,6838
0,35	0,2450	1,2661	0,1935	0,9539	0,2568	0,1241	0,0820	0,3119	0,4030	0,7740
0,40	0,2934	1,3694	0,2142	0,9798	0,2994	0,1605	0,1050	0,3735	0,4359	0,8569
0,45	0,3428	1,4706	0,2331	0,9950	0,3445	0,2012	0,1298	0,4364	0,4681	0,9323
0,50	0,3927	1,5708	0,2500	1,0000	0,3927	0,2461	0,1558	0,5000	0,5000	1,0000
0,55	0,4426	1,6710	0,2649	0,9950	0,4448	0,2952	0,1826	0,5636	0,5319	1,0595
0,60	0,4920	1,7722	0,2776	0,9798	0,5022	0,3487	0,2094	0,6265	0,5641	1,1106
0,65	0,5404	1,8755	0,2881	0,9539	0,5665	0,4068	0,2358	0,6881	0,5970	1,1526
0,70	0,5872	1,9823	0,2962	0,9165	0,6407	0,4700	0,2610	0,7477	0,6310	1,1849
0,75	0,6319	2,0944	0,3017	0,8660	0,7296	0,5397	0,2842	0,8045	0,6667	1,2067
0,80	0,6736	2,2143	0,3042	0,8000	0,8420	0,6181	0,3047	0,8576	0,7048	1,2168
0,85	0,7115	2,3462	0,3033	0,7141	0,9963	0,7102	0,3212	0,9059	0,7468	1,2131
0,90	0,7445	2,4981	0,2980	0,6000	1,2409	0,8294	0,3322	0,9480	0,7952	1,1921
0,95	0,7707	2,6906	0,2865	0,4359	1,7681	1,0248	0,3349	0,9813	0,8564	1,1458
1,00	0,7854	3,1416	0,2500	0,0000	∞	∞	0,3117	1,0000	1,0000	1,0000

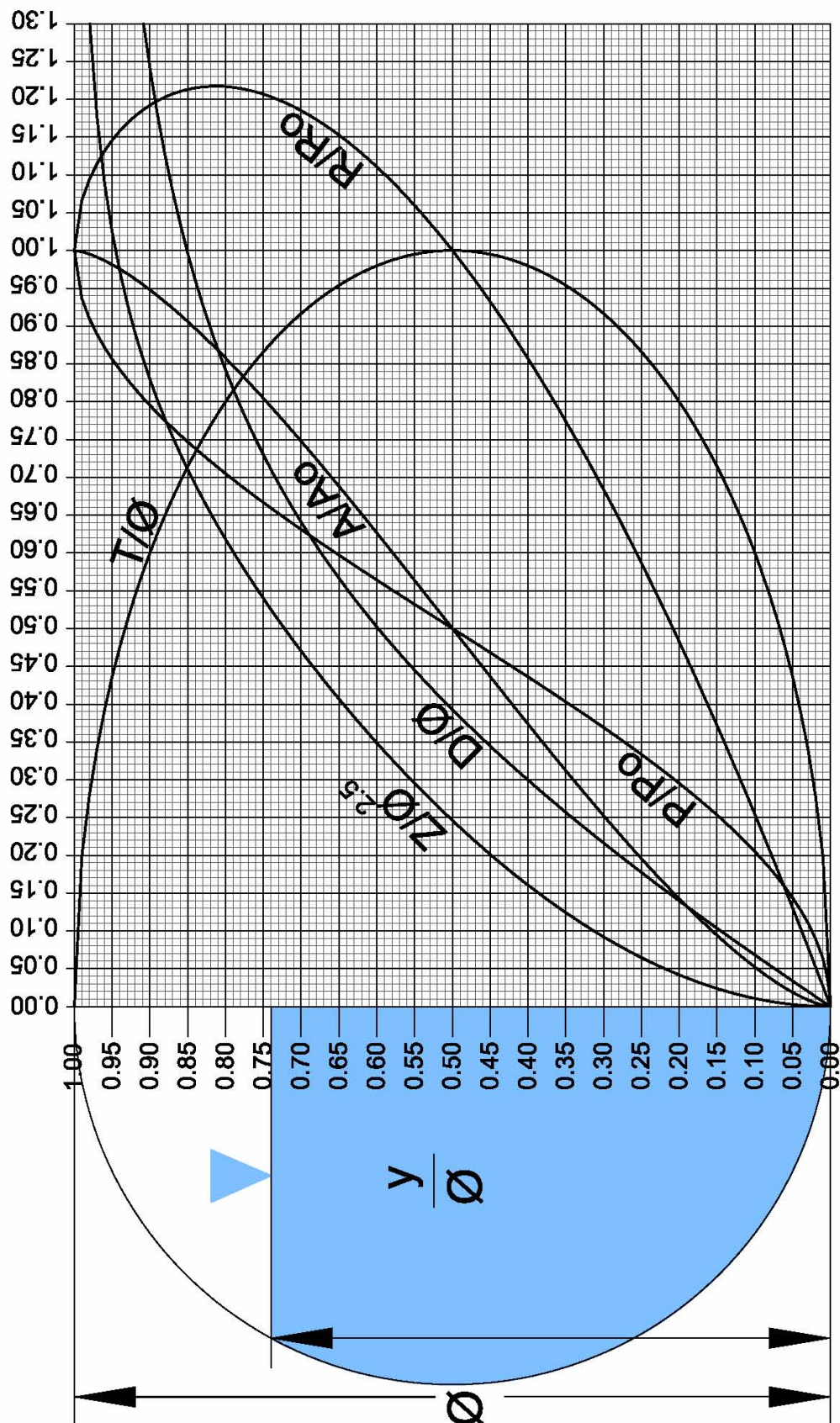


FIGURA 3-4 Elementos geométricos de una sección circular.

3.5. DISTRIBUCIÓN DE VELOCIDADES EN UNA SECCIÓN DE CANAL

Debido a la presencia de la superficie libre y a la fricción a lo largo de las paredes del canal, las velocidades no están uniformemente distribuidas en su sección. Para el estudio de la distribución de las velocidades se consideran dos secciones:

- a) **Sección transversal:** La resistencia ofrecida por las paredes y por el fondo del canal, reduce la velocidad. En la superficie libre, la resistencia ofrecida por la atmósfera y por el viento (aunque este último tiene muy poco efecto) también influye sobre la velocidad. La velocidad máxima medida en canales será encontrada en la vertical (1) (central) Figura 3-5, por debajo de la superficie libre a una distancia de 0.05 a 0.25 de la profundidad.

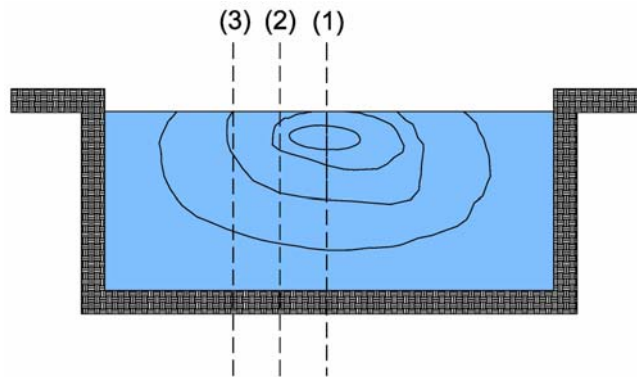


FIGURA 3-5 Sección transversal.

- b) **Sección longitudinal:** En la Figura 3-6 se muestra la variación de la velocidad en las verticales (1), (2) y (3), indicadas anteriormente. Considerándose la velocidad media en determinada sección como igual a 1.0, se puede trazar el diagrama de variación de la velocidad con la profundidad (Figura 3-7).

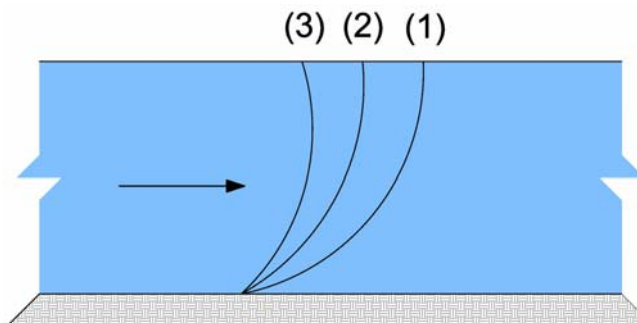


FIGURA 3-6 Variación de las velocidades en las verticales (1), (2) y (3)

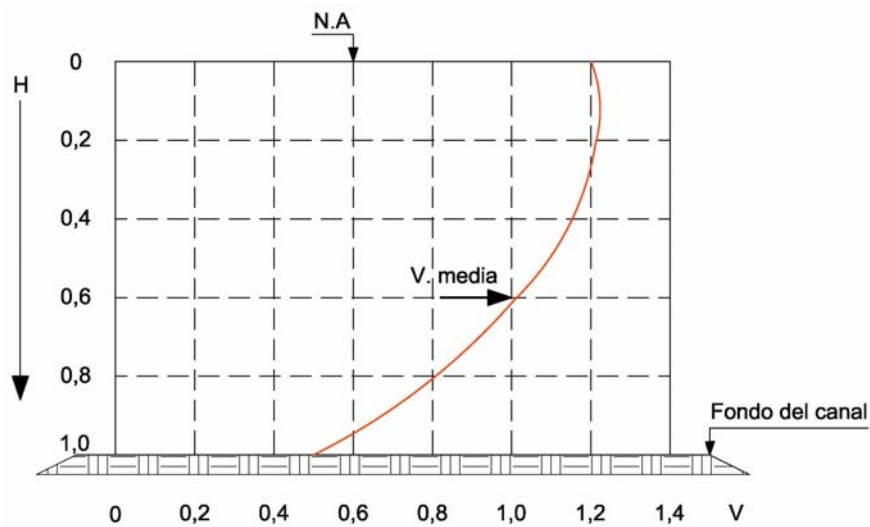


FIGURA 3-7 Variación de la velocidad con la profundidad.

La distribución de velocidades en una sección de canal depende también de otros factores, entre ellos la forma inusual de la sección, la presencia de curvas a lo largo del canal, etc. En una curva, la velocidad se incrementa de manera sustancial en el lado convexo, debido a la acción centrífuga del flujo.

En la Figura 3-8 se muestra el modelo general de la distribución de velocidades para varias secciones horizontales y verticales en un canal con sección rectangular y las curvas de igual velocidad de la sección transversal.

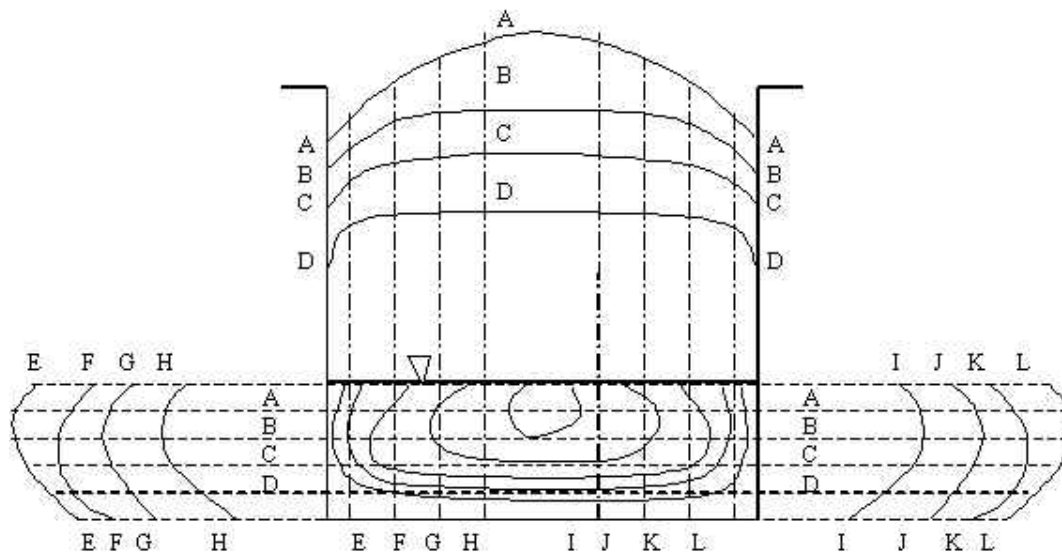


FIGURA 3-8 Perfiles de velocidad en un canal rectangular.

Los modelos generales para la distribución de velocidades en diferentes secciones de canal se muestran en la Figura 3-9.

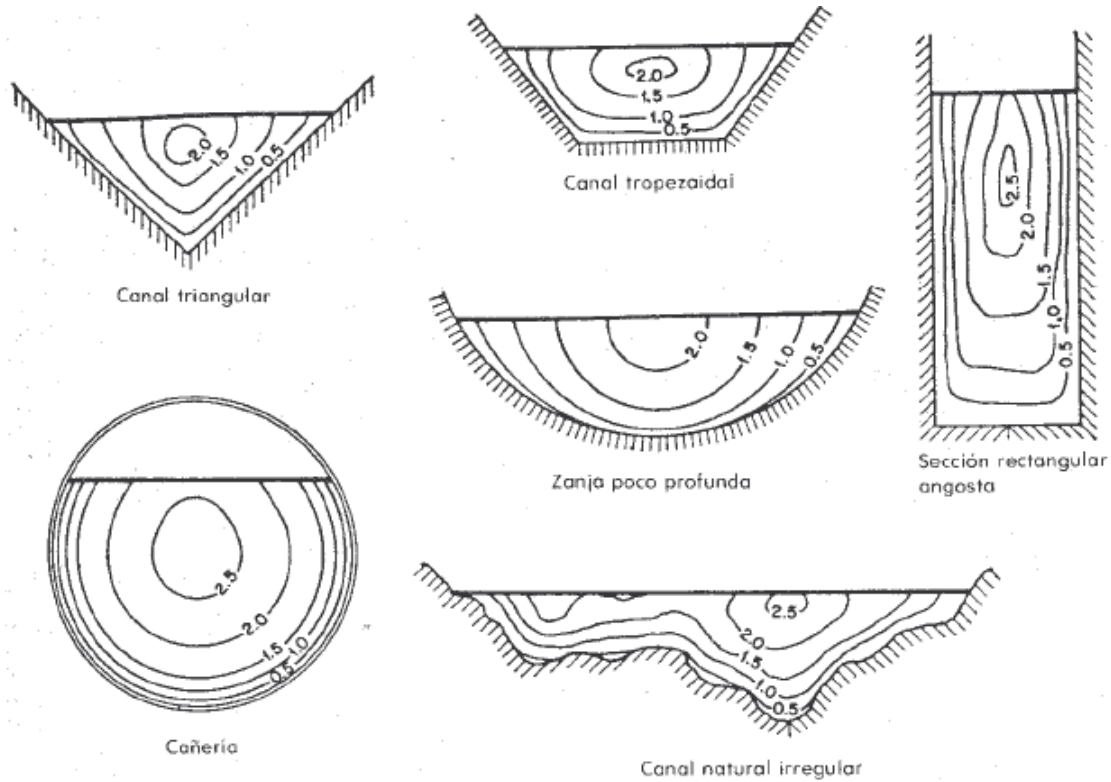


FIGURA 3-9 Curvas comunes de igual velocidad en diferentes secciones de canal.

3.5.1. RELACIONES PARA LA VELOCIDAD MEDIA

El Servicio Geológico de los Estados Unidos (United States Geological Survey) presenta las siguientes relaciones de gran utilidad en las determinaciones y estimativos de caudal.

- a) La velocidad media en una vertical generalmente equivale a 80% a 90% de la velocidad superficial.
- b) La velocidad a los seis décimos de la profundidad, generalmente es la que más se aproxima a la velocidad media.

$$V_{med} \cong V_{0.6} \quad (3-5)$$

c) Con mayor aproximación que la anterior se tiene

$$V_{med} \cong \frac{V_{0.2} + V_{0.8}}{2} \quad (3-6)$$

d) La velocidad media también puede ser obtenida partiéndose de

$$V_{med} \cong \frac{V_{0.2} + V_{0.8} + 2 \cdot V_{0.6}}{4} \quad (3-7)$$

Esta última expresión es más precisa.

3.6. DISTRIBUCIÓN DE LA VELOCIDAD EN CANALES ABIERTOS ANCHOS

Observaciones hechas en canales abiertos muy anchos han demostrado que la distribución de velocidades en la región central de la sección es en esencia la misma que existiría en un canal rectangular de ancho infinito.

En otras palabras, bajo esta condición, los lados del canal no tienen prácticamente ninguna influencia en la distribución de velocidades en la región central y, por consiguiente, el flujo en esta región central puede considerarse como bidimensional en el análisis hidráulico.

Además, experimentos cuidadosos indican que esta región central existe en canales rectangulares solo cuando el ancho es mayor que 5 a 10 veces la profundidad de flujo, según la condición de rugosidad superficial. Luego, un canal abierto ancho puede definirse como un canal rectangular cuyo ancho es mayor que 10 veces la profundidad de flujo. Para propósitos experimentales o analíticos, el flujo en la región central de un canal abierto ancho puede considerarse igual al flujo en un canal rectangular de ancho infinito.

3.7. COEFICIENTES DE DISTRIBUCIÓN DE VELOCIDAD

3.7.1. COEFICIENTE DE CORIOLIS

Como resultado de la distribución no uniforme de velocidades en una sección de canal, la altura de velocidad de un flujo en canales abiertos es por lo general mayor que el valor calculado de acuerdo con la expresión $V^2 / 2g$ donde V es la velocidad media. Cuando se

utiliza el principio de energía en cálculos, la altura de la velocidad real puede expresarse como $\alpha(V^2 / 2g)$.

El coeficiente de Coriolis α que aparece en la expresión de la energía cinética, representa la relación que existe, para una sección dada, entre la energía real y la que se obtendría considerando una distribución uniforme de velocidades. Su valor se calcula con la siguiente ecuación:

$$\alpha = \frac{\int V_h^3 \cdot dA}{V^3 \cdot A} \quad (3-8)$$

donde: V_h = Componente vertical de la velocidad a una profundidad h

dA = Diferencial de área correspondiente a la velocidad V_h

V = Velocidad media

A = Área total

Los ensayos experimentales muestran que α varía entre 1.03 y 1.36 para los canales prismáticos (canales con sección transversal y pendiente del fondo constante).

El uso del coeficiente de Coriolis, depende de la exactitud con que se estén haciendo los cálculos, en muchos casos se justifica considerar: $\alpha = 1$, siendo un valor límite utilizado generalmente en secciones transversales de alineación casi recta y tamaño regular; en este caso la distribución de la velocidad será estrictamente uniforme.

3.7.2. COEFICIENTE DE BOUSSINESQ

La distribución no uniforme de velocidades también afecta el cálculo del momentum en flujo de canales abiertos. A partir del principio de mecánica, el momentum de un fluido que pasa a través de la sección de canal por unidad de tiempo se expresa por $\beta \cdot \delta \cdot Q \cdot V$, donde β es conocido como coeficiente de momentum o coeficiente de Boussinesq, en honor a quien lo propuso por primera vez; δ es la densidad del agua; Q es el caudal; V es la velocidad media. Se ha encontrado que el valor de β para canales prismáticos aproximadamente rectos varía desde 1.01 hasta 1.12.

En muchos casos se justifica considerar: $\beta = 1$, siendo un valor límite utilizado generalmente en secciones transversales de alineación casi recta y tamaño regular; en este caso la distribución de la velocidad será estrictamente uniforme.

El valor de β se determina mediante la siguiente ecuación:

$$\beta = \frac{\int V_h^2 \cdot dA}{V^2 \cdot A} \quad (3-9)$$

donde: V_h = Componente vertical de la velocidad a una profundidad h

dA = Diferencial de área correspondiente a la velocidad V_h

V = Velocidad media

A = Área total

δ = densidad del fluido

Q = caudal

Los dos coeficientes de distribución de velocidades son siempre un poco mayores que el valor límite de la unidad, para el cual la distribución de velocidades es estrictamente uniforme a través de la sección del canal. Para canales de sección transversal regular y alineamiento más o menos recto, el efecto de la distribución no uniforme de velocidades en el cálculo de la altura de velocidad y el momentum es pequeño, especialmente en comparación con otras incertidumbres involucradas en el cálculo. Por consiguiente, a menudo los coeficientes se suponen iguales a la unidad. En la Tabla 3-6 se indican algunos valores que pueden asumirse para los coeficientes α y β dependiendo del tipo de canal.

TABLA 3-6 Valores de coeficientes de distribución de velocidad para diferentes canales

(Fuente: Steponas Kolupaila).

Canales	Valor de α			Valor de β		
	Min.	Prom. Av.	Max.	Min.	Prom. Av.	Max.
Canales regulares, canaletas y vertederos	1.10	1.15	1.20	1.03	1.05	1.07
Corrientes naturales y torrentes	1.15	1.30	1.50	1.05	1.10	1.17
Ríos bajo cubiertas de hielo	1.20	1.50	2.00	1.07	1.17	1.33
Valles de ríos, inundados	1.50	1.75	2.00	1.17	1.25	1.33

3.8. DISTRIBUCIÓN DE PRESIÓN EN UNA SECCIÓN DE CANAL

La presión en cualquier punto de la sección transversal del flujo en un canal con pendiente baja puede medirse por medio de la altura de la columna de agua en un tubo piezométrico instalado en el punto. Al no considerar las pequeñas perturbaciones debidas a la turbulencia, etc., es claro que el agua en esta columna debe subir desde el punto de medición hasta la línea de gradiente hidráulico o superficie de agua. Por consiguiente, la presión en cualquier punto de la sección es directamente proporcional a la profundidad del flujo por debajo de la superficie libre e igual a la presión hidrostática correspondiente a esta profundidad. En otras palabras, la distribución de presiones a lo largo de la sección transversal del canal es igual a la distribución hidrostática de presiones; es decir, la distribución es lineal y puede representarse mediante una línea AB (Figura 3-10). Esto se conoce como “ley hidrostática de distribución de presiones.”

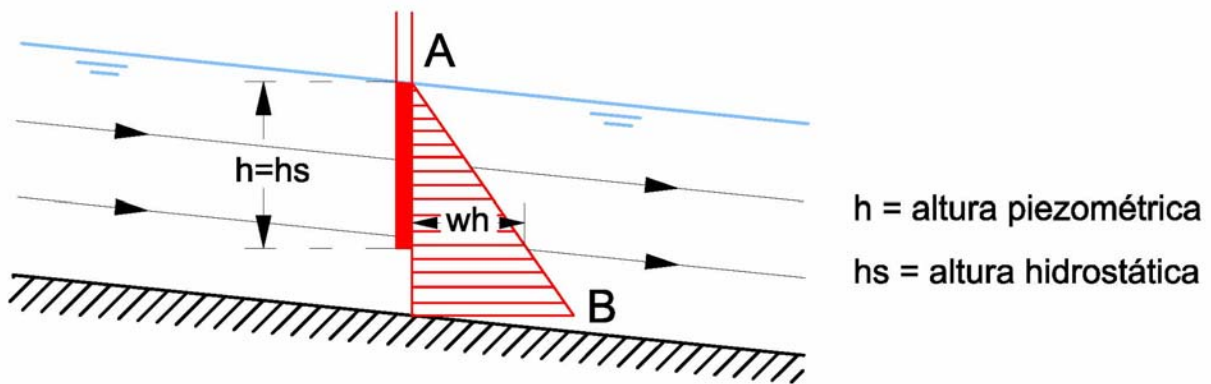


FIGURA 3-10 Distribución de presiones en canales a flujo paralelo.

En efecto, la aplicación de la ley de hidrostática a la distribución de presiones en la sección transversal de un canal es válida solo si los filamentos de flujo no tienen componentes de aceleración en el plano de la sección transversal. Este tipo de flujo se conoce como flujo paralelo, es decir, aquel cuyas líneas de corriente no tienen curvatura sustancial ni divergencia. En consecuencia, no existen componentes de aceleración apreciables normales a la dirección del flujo, las cuales perturbarían la distribución hidrostática de presiones en la sección transversal de un flujo paralelo.

En problemas reales el flujo uniforme es prácticamente un flujo paralelo. El flujo gradualmente variado también puede considerarse como flujo paralelo, debido a que el cambio en la profundidad de flujo es tan suave que las líneas de corriente no tienen curvaturas

apreciables ni divergencia; es decir, la curvatura y la divergencia son tan pequeñas que el efecto de las componentes de aceleración en el plano de la sección transversal es insignificante. Por consiguiente, para propósitos prácticos, la ley hidrostática de distribución de presiones es aplicable tanto al flujo gradualmente variado como al flujo uniforme.

Si la curvatura de las líneas de corriente es sustancial, el flujo es conocido teóricamente como flujo curvilíneo. El efecto de la curvatura es el de producir unas componentes de aceleración apreciables o fuerzas centrífugas perpendiculares a la dirección del flujo. Por consiguiente, la distribución de presiones en la sección transversal se diferencia de la hidrostática si el flujo curvilíneo ocurre en un plano vertical. Este flujo curvilíneo puede ser convexo o cóncavo (Figuras 3-11 y 3-12). En ambos casos la distribución de presiones no lineal se representa por AB' en lugar de la distribución recta AB , que ocurriría si el flujo fuera paralelo.

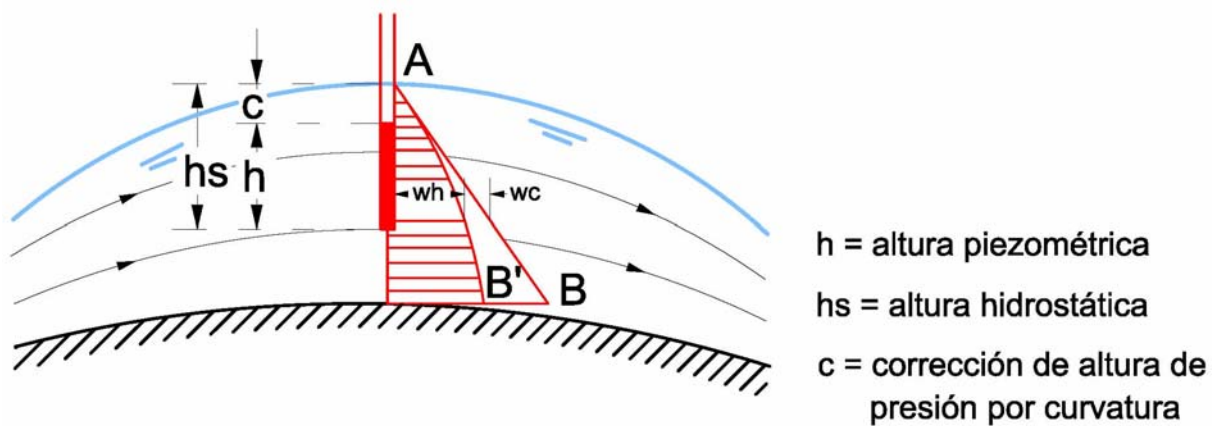


FIGURA 3-11 Distribución de presiones en canales a flujo convexo.

Se supone que todas las líneas de corriente son horizontales en la sección bajo consideración. En el flujo cóncavo las fuerzas centrífugas apuntan hacia abajo reforzando la acción de la gravedad; luego, la presión resultante es mayor que la presión hidrostática de un flujo paralelo. En el flujo convexo las fuerzas centrífugas apuntan hacia arriba en contra de la acción de la gravedad; en consecuencia, la presión resultante es menor que la presión hidrostática de un flujo paralelo. De manera similar, cuando la divergencia de las líneas de corriente es tan grande como para desarrollar componentes de aceleraciones apreciables normales al flujo, la distribución hidrostática de presiones será perturbada consecuentemente.

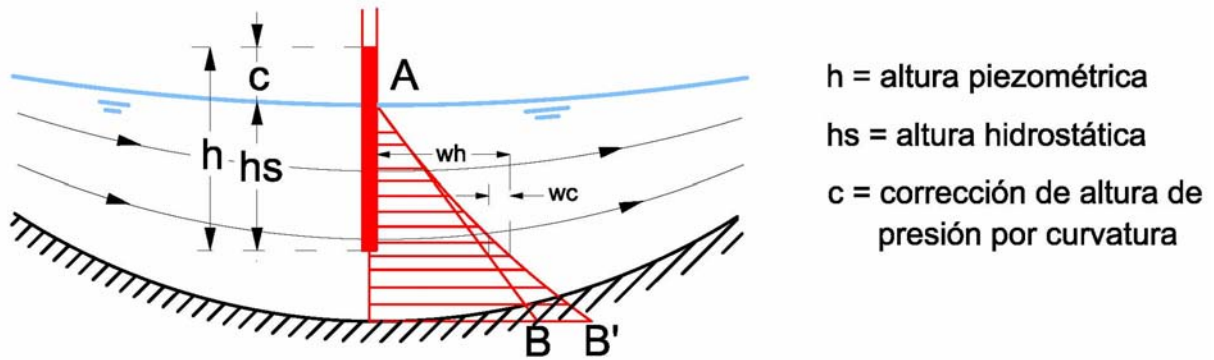


FIGURA 3-12 Distribución de presiones en canales a flujo cóncavo.

Sea c la desviación de una presión hidrostática h_s en un flujo curvilíneo (Figuras 3-11 y 3-12). Luego la presión real o altura piezométrica es $h = h_s + c$.

Si el canal tiene un perfil longitudinal curvo, la presión centrífuga aproximada puede calcularse mediante la ley de aceleración, de Newton, como el producto de la masa del agua que tiene una altura d y un área transversal de 1 pie^2 , es decir, $\gamma \cdot d/g$, y la aceleración centrífuga V^2/r ; o

$$P = \frac{\gamma \cdot d}{g} \cdot \frac{V^2}{r} \quad (3-10)$$

donde:

γ = peso unitario del agua

g = aceleración de la gravedad

V = velocidad del flujo

r = radio de curvatura.

La corrección en la altura de la presión es, por consiguiente:

$$c = \frac{d}{g} \cdot \frac{V^2}{r} \quad (3-11)$$

Para calcular el valor de c en el fondo del canal, r es el radio de curvatura del fondo, d es la profundidad del flujo y, para propósitos prácticos, V puede suponerse igual a la velocidad promedio del flujo. Es claro que c es positivo para el flujo cóncavo, negativo para el flujo convexo y cero para el flujo paralelo.

En un flujo paralelo la presión es hidrostática y la altura de presión puede representarse por la profundidad del flujo y . Para propósitos de simplificación, la altura de presión de un flujo curvilíneo puede representarse por α' y, donde α' es un coeficiente de corrección que tiene en cuenta el efecto de la curvatura. El coeficiente de corrección se conoce como coeficiente de distribución de presiones. Como este coeficiente se aplica a una altura de presión, también puede llamarse específicamente coeficiente de presión. Puede demostrarse que el coeficiente de presión se expresa por:

$$\alpha' = \frac{1}{Q \cdot y} \int_0^A h \cdot V \cdot dA = 1 + \frac{1}{Q \cdot y} \int_0^A c \cdot V \cdot dA \quad (3-12)$$

donde

Q = caudal total.

y = profundidad de flujo.

Con facilidad puede notarse que α' es mayor que 1 para flujo cóncavo, menor que 1 para flujo convexo e igual a 1 para flujo paralelo.

Para perfiles curvilíneos complicados, la distribución de presiones totales puede determinarse de manera aproximada por el método de la red de flujo o, con mayor exactitud, mediante ensayos en modelo.

En el flujo rápidamente variado el cambio de la profundidad de flujo es tan rápido y abrupto que las líneas de corriente poseen una curvatura y una divergencia sustanciales. En consecuencia, la ley hidrostática de distribución de presiones no se aplica de manera estricta para el flujo rápidamente variado.

Generalmente el flujo en estudio es paralelo o gradualmente variado, por consiguiente el efecto de la curvatura de las líneas de corriente no será considerado (es decir que, se supondrá que $\alpha'=1$) a menos que el flujo se describa de manera específica como curvilíneo o rápidamente variado.

3.9. EFECTO DE LA PENDIENTE EN LA DISTRIBUCIÓN DE PRESIONES

En un canal inclinado recto de ancho unitario y ángulo de pendiente θ , el peso del elemento de agua sombreado de longitud dL es igual a $\gamma y \cos \theta \cdot dL$. La presión debida a este peso es $\gamma y \cos^2 \theta \cdot dL$. La presión unitaria es, por consiguiente, igual a $\gamma y \cos^2 \theta$, y la altura es:

$$h = y \cdot \cos^2 \theta \quad (3-13)$$

$$h = d \cdot \cos \theta \quad (3-14)$$

donde $d = y \cdot \cos \theta$, la profundidad de agua medida perpendicularmente desde la superficie. Nótese que a partir de la geometría (Figura 8-2) la ecuación (3-13) no se aplica de manera estricta al caso de flujo variado, en particular cuando θ es muy grande, en tanto que la ecuación (3-14) aún es aplicable. La ecuación (3-13) establece que la altura de la presión en cualquier profundidad vertical es igual a esta profundidad multiplicada por un factor de corrección $\cos^2 \theta$. Obviamente, si el ángulo θ es pequeño, este factor no será muy diferente a la unidad. De hecho, el factor de corrección tiende a disminuir la altura de presión en una cantidad inferior a 1 % en tanto θ sea menor que 6° , o sea, una pendiente de alrededor de 1 en 10.

Como la pendiente de los canales normales es mucho menor que 1 en 10, la corrección por efecto de la pendiente a menudo puede ignorarse con seguridad. Sin embargo, cuando la pendiente del canal es grande y sus efectos se vuelven apreciables, debe hacerse la corrección si se desean cálculos precisos. Un canal de este tipo, es decir aquel con una pendiente mayor que 1 en 10, se llamara de ahora en adelante canal de pendiente alta. A menos que se mencione específicamente, todos los canales descritos de aquí en adelante se consideran canales de pendiente baja, en los cuales el efecto de la pendiente es insignificante.

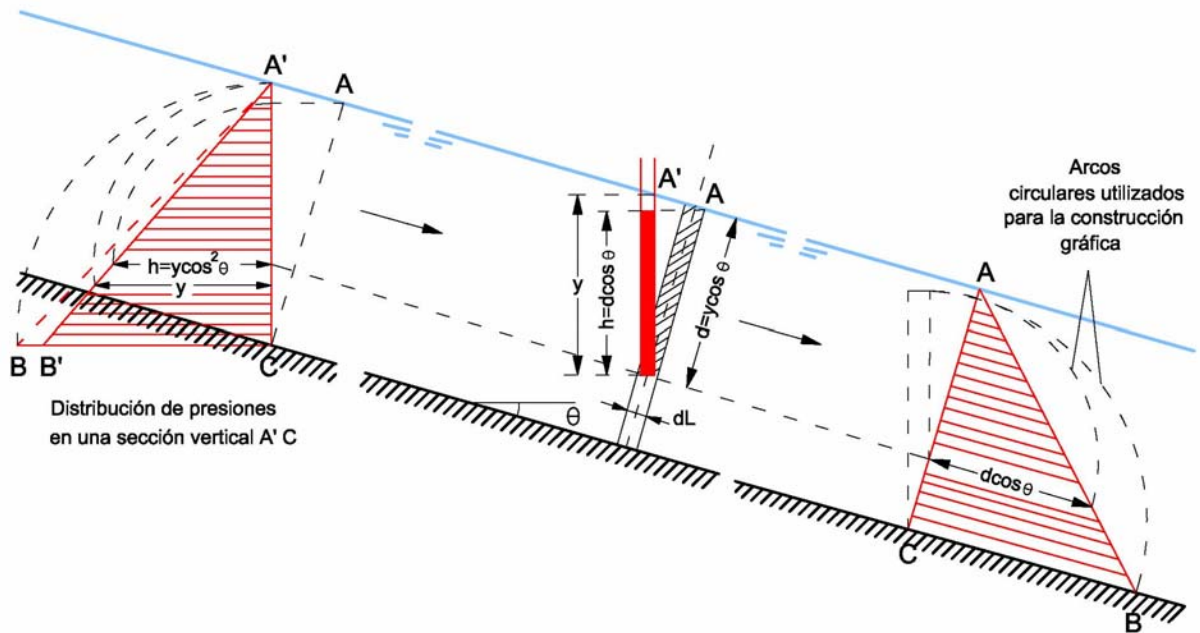


FIGURA 3-13 Distribución de presiones en un flujo paralelo en canales de pendiente alta.

Si un canal de pendiente alta tiene un perfil longitudinal con una curvatura apreciable, la altura de presión debe ser corregida por el efecto de la curvatura de las líneas de corriente. En notación simple, la altura de presión puede expresarse como α' y $\cos^2\theta$, donde α' es el coeficiente de presión.

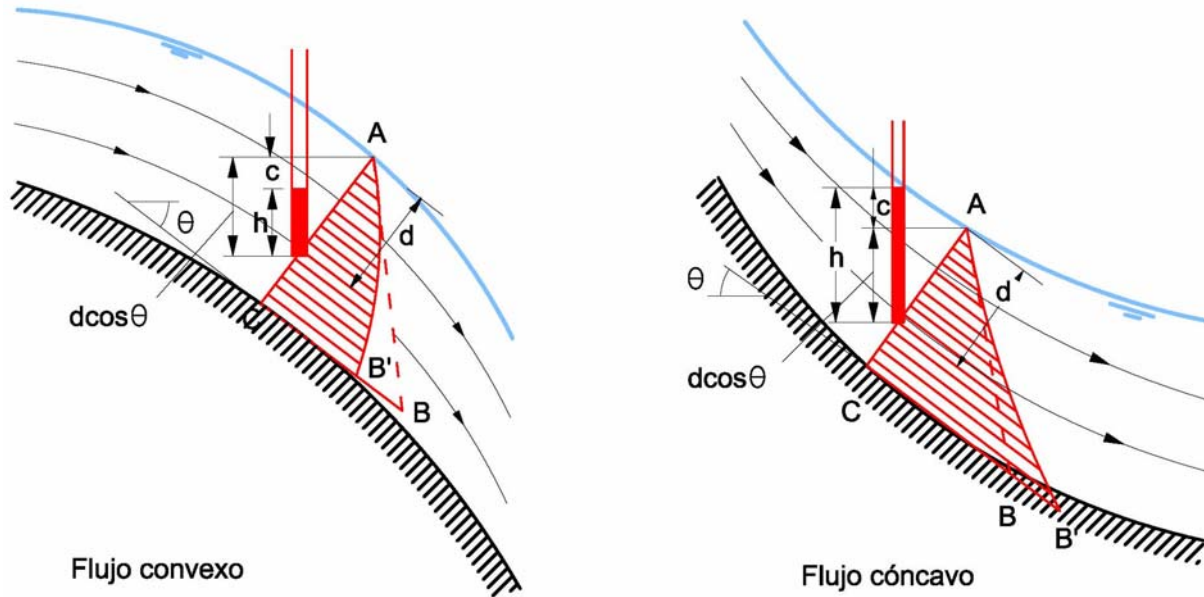


FIGURA 3-14 Distribución de presiones en flujo curvilíneo en canales de pendiente alta.

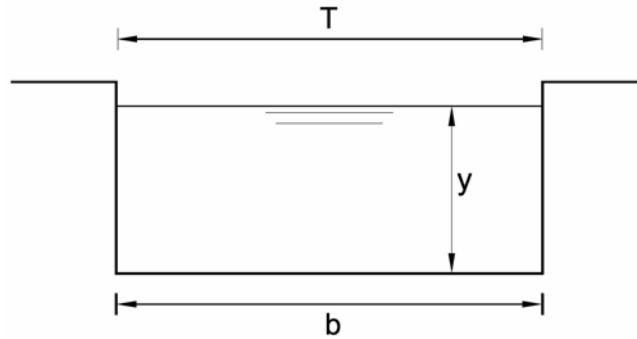
En canales de pendiente alta la velocidad de flujo por lo general es grande y mayor que la velocidad crítica. Cuando esta velocidad alcanza cierta magnitud, el agua atrapa aire, produciendo un hinchamiento de su volumen y un incremento en la profundidad. Por esta razón, la presión calculada mediante las ecuaciones (3-13) o (3-14) en varios casos ha demostrado ser mayor que la presión real medida en modelos físicos. Si la densidad promedio de la mezcla agua-aire es conocida, puede utilizarse para remplazar la densidad de agua pura en el cálculo cuando se espera que exista atrapamiento de aire.

La densidad real de la mezcla varía desde el fondo hasta la superficie del flujo. Sin embargo, para propósitos prácticos, la densidad puede suponerse constante; esta suposición de distribución uniforme del aire en la sección transversal simplifica los cálculos que, aunque con errores, es la más segura.

3.10. PROBLEMAS RESUELTOS

3.10.1 Verificar las ecuaciones para los elementos geométricos de las cinco secciones de canal dadas en la Tabla 3.1

a) Sección rectangular



De la figura se obtiene:

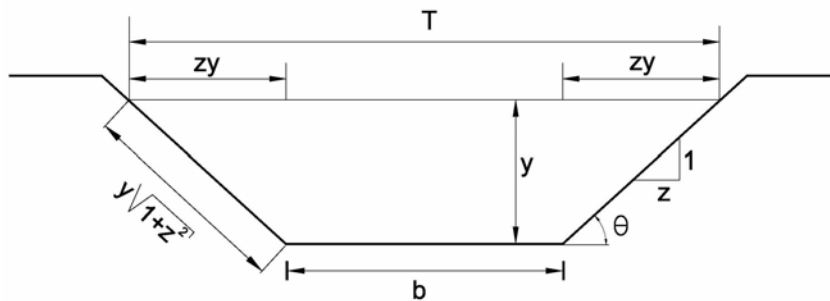
$$T = b$$

$$P = b + 2 \cdot y$$

$$A = b \cdot y$$

$$R = \frac{b \cdot y}{b + 2 \cdot y}$$

b) Sección trapezoidal



De la figura se obtiene:

$$T = b + 2 \cdot z \cdot y$$

$$P = b + 2 \cdot y \sqrt{1 + z^2}$$

$$A = \frac{(T + b)}{2} y$$

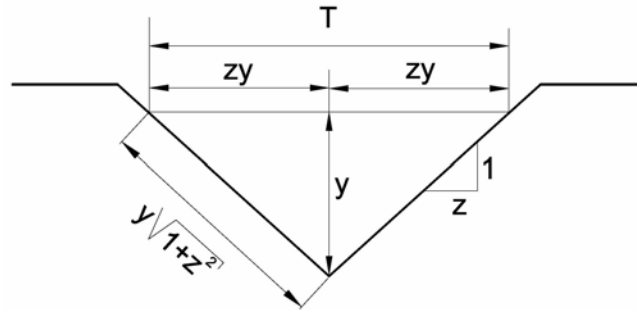
$$A = \frac{(b + 2zy + b)}{2} y$$

$$A = (b + zy)y = by + zy^2$$

$$R = \frac{A}{P}$$

$$R = \frac{by + zy^2}{b + 2y\sqrt{1+z^2}}$$

c) Sección triangular



De la figura se obtiene:

$$T = 2zy$$

$$P = 2y\sqrt{1+z^2}$$

$$A = \frac{T \cdot y}{2}$$

$$A = \frac{(2zy)y}{2}$$

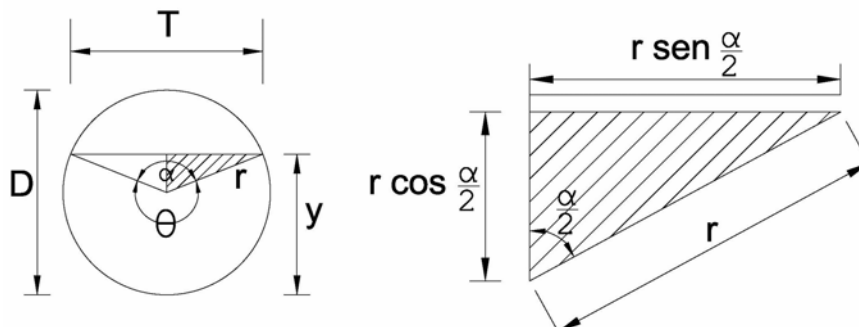
$$A = zy^2$$

$$R = \frac{A}{P}$$

$$R = \frac{zy^2}{2y\sqrt{1+z^2}}$$

$$R = \frac{zy}{2\sqrt{1+z^2}}$$

d) Sección circular



► Cálculo del espejo de agua

De la figura se tiene:

$$T = 2r \cdot \text{sen} \frac{\alpha}{2} = D \times \text{sen} \frac{\alpha}{2} \quad (1)$$

pero:

$$\theta + \alpha = 2\pi$$

$$\alpha = 2\pi - \theta$$

$$\frac{\alpha}{2} = \pi - \frac{\theta}{2}$$

$$\text{sen} \frac{\alpha}{2} = \text{sen} \left(\pi - \frac{\theta}{2} \right) = \text{sen} \frac{\theta}{2}$$

reemplazando en (1) se tiene:

$$T = D \times \text{sen} \frac{\theta}{2}$$

► Cálculo del área hidráulica.

$$A = \text{Círculo} - \text{Semicírculo} = \text{Círculo} - (\text{Sector} - \text{Triángulo})$$

$$A = \text{Círculo} - \text{Sector} + \text{Triángulo}$$

$$\text{Círculo} = \pi \cdot r^2 = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \quad (2)$$

$$\text{Sector} = \frac{\pi \cdot r^2 \alpha}{2\pi} = \frac{r^2 \alpha}{2} = \frac{D^2 \alpha}{8} \quad (\alpha \text{ en radianes})$$

$$\text{Triángulo} = \frac{1}{2} \left(2r \cdot \text{sen} \frac{\alpha}{2} \times r \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \right)$$

$$\text{Triángulo} = \frac{r^2}{2} \left(2 \cdot \text{sen} \frac{\alpha}{2} \times \cos \frac{\alpha}{2} \right)$$

$$\triangle = \frac{r^2}{2} \text{sen} \alpha = \frac{D^2}{8} \text{sen} \alpha$$

Por otro lado, como los ángulos θ y α son complementarios, se tiene:

$$\theta + \alpha = 2\pi$$

$$\alpha = 2\pi - \theta$$

luego:

$$\text{sen} \alpha = \text{sen}(2\pi - \theta) = -\text{sen} \theta$$

entonces:

$$\text{sector} = \frac{D^2 \alpha}{8} = \frac{D^2}{8} (2\pi - \theta) \quad (3)$$

$$\triangle = \frac{D^2}{8} \text{sen} \alpha = -\frac{D^2}{8} \text{sen} \theta \quad (4)$$

sustituyendo (2), (3) y (4) en:

$$A = \text{circulo} - \text{sector} + \triangle$$

$$A = \frac{\pi D^2}{4} - \frac{D^2}{8} (2\pi - \theta) - \frac{D^2}{8} \text{sen} \theta$$

$$A = \frac{D^2}{8} (2\pi - 2\pi + \theta - \text{sen} \theta)$$

$$A = \frac{1}{8} (\theta - \text{sen} \theta) D^2$$

► Cálculo del perímetro mojado:

$$P = \theta \cdot r$$

$$P = \frac{1}{2} \theta \cdot D$$

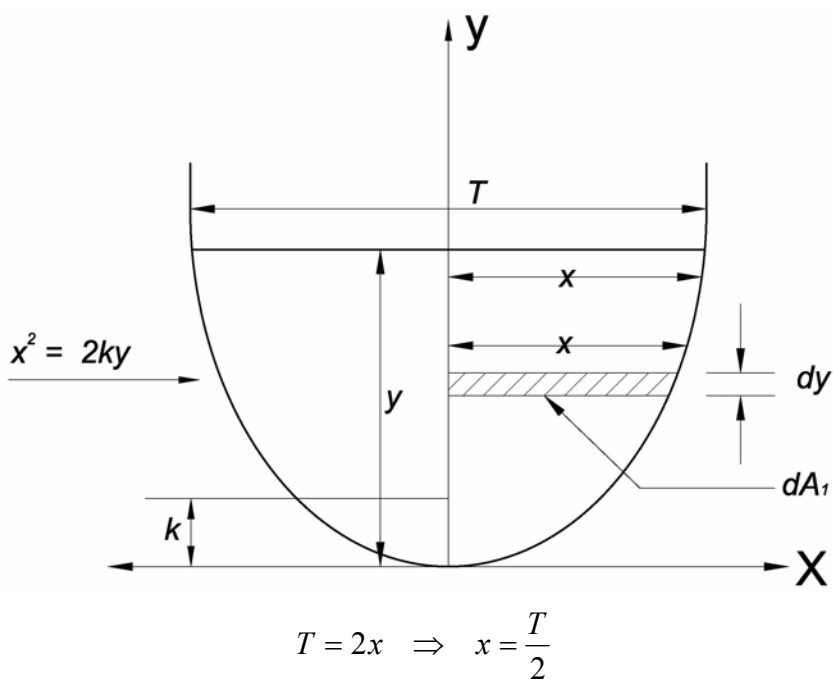
► Cálculo del radio hidráulico:

$$R = \frac{A}{P}$$

$$R = \frac{\frac{1}{8}(\theta - \text{sen}\theta)D^2}{\frac{1}{2}\theta \cdot D}$$

$$R = \frac{1}{4} \left(1 - \frac{\text{sen}\theta}{\theta} \right) D \quad (\theta \text{ en radianes})$$

e) **Sección parabólica**



► Cálculo del área hidráulica:

De la figura se tiene:

$$dA_1 = x \cdot dy \quad (1)$$

además, de la ecuación de la parábola, tenemos:

$$x^2 = 2 \cdot k \cdot y$$

derivando diferenciando miembro a miembro tenemos:

$$2 \cdot x \cdot dx = 2 \cdot k \cdot dy$$

$$\frac{x}{k} dx = dy \quad (2)$$

Sustituyendo (1) en (2):

$$dA_1 = x \frac{x}{k} dx$$

$$\int_0^A dA_1 = \int_0^x \frac{x^2}{k} dx$$

$$A_1 = \frac{x^3}{3k}$$

De la figura observamos que el área de la sección transversal es:

$$A = 2 \cdot A_1$$

$$A = \frac{2}{3k} x^3$$

$$A = \frac{2}{3k} x \cdot x^2$$

pero:

$$x = \frac{T}{2} \quad ; \quad x^2 = 2 \cdot k \cdot y$$

$$A = \frac{2}{3k} \cdot \frac{T}{2} \cdot 2ky$$

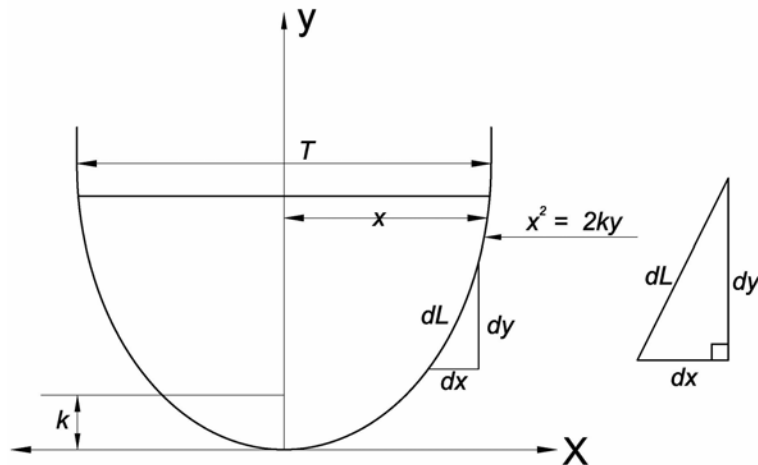
$$A = \frac{2}{3} Ty$$

- Cálculo del espejo de agua:

De la ecuación anterior tenemos:

$$T = \frac{3}{2} \frac{A}{y}$$

- Cálculo del perímetro:



Aplicando el teorema de Pitágoras el triángulo rectángulo de la figura tenemos:

$$dL = \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2}$$

Factorizando dx:

$$dL = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx$$

$$L = \int_0^x \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx \quad (1)$$

$$si \quad x^2 = 2ky \Rightarrow \begin{cases} 2x dx = 2k dy \Rightarrow dt / dx = x / k \\ k = x^2 / 2y \end{cases} \quad (2)$$

$$(3)$$

De (3) en (2), resulta:

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \frac{2yx}{x^2} \\ \frac{dy}{dx} &= \frac{2y}{x} = \frac{2y}{T/2} \\ \frac{dy}{dx} &= \frac{4y}{T} \end{aligned} \quad (4)$$

De (2) = (4), se tiene:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x}{k} = \frac{4y}{T}$$

haciendo un cambio de variable:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x}{k} = \frac{4y}{T} = u \Rightarrow dx = k du \quad (5)$$

sustituyendo (5) en (1), tenemos:

$$L = \int_0^u \sqrt{1 + u^2} k \cdot du$$

$$L = k \int_0^u \sqrt{1 + u^2} du$$

de la figura se observa que el perímetro es:

$$P = 2L$$

$$P = 2k \int_0^u \sqrt{1+u^2} du \quad (6)$$

Solución de la ecuación (6):

i) Para $u = \frac{4y}{T} \leq 1$, se tiene:

$$\begin{aligned} \sqrt{1+u^2} &= (1+u^2)^{1/2} \\ \sqrt{1+u^2} &= 1 + \frac{1}{2}u^2 + \frac{\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}-1\right)}{1 \times 2}u^4 + \frac{\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}-1\right)\left(\frac{1}{2}-2\right)}{1 \times 2 \times 3}u^6 + \dots \\ &= 1 + \frac{1}{2}u^2 - \underbrace{\frac{1}{8}u^4 + \frac{1}{16}u^6 + \dots}_{\approx 0} \end{aligned}$$

luego si $u \leq 1$, se tiene:

$$\sqrt{1+u^2} = 1 + \frac{1}{2}u^2 \quad (7)$$

sustituyendo (7) en (6), resulta:

$$\begin{aligned} P &= 2k \int_0^u \left(1 + \frac{1}{2}u^2\right) du \\ P &= 2k \left(u + \frac{1}{2} \frac{u^3}{3}\right) \Big|_0^u \\ P &= 2k \left(u + \frac{u^3}{6}\right) \end{aligned} \quad (8)$$

donde:

$$k = \frac{x^2}{2y} = \frac{\frac{T^2}{4}}{2y} = \frac{T^2}{8y}$$

además:

$$u = \frac{4y}{T}$$

sustituyendo en (8), se tiene:

$$P = 2 \frac{T^2}{8y} \left(\frac{4y}{T} + \frac{1}{6} \cdot \frac{64y^3}{T^3} \right)$$

$$P = T + \frac{8y^2}{3T}$$

ii) Para $u = \frac{4y}{T} > 1$, la expresión (6) es:

$$P = 2k \int_0^u \sqrt{1+u^2} du$$

se integra, transformándose en:

$$P = 2k \left[\frac{u}{2} \sqrt{1+u^2} + \frac{1}{2} \ln(u + \sqrt{1+u^2}) \right] \quad (9)$$

donde:

$$\frac{x}{k} = u \Rightarrow k = \frac{x}{u} = \frac{T}{2u} \quad (10)$$

Sustituyendo (10) en (9), resulta:

$$P = 2 \frac{T}{2u} \left[\frac{u}{2} \sqrt{1+u^2} + \frac{1}{2} \ln(u + \sqrt{1+u^2}) \right]$$

$$P = \frac{T}{2} \left[\sqrt{1+u^2} + \frac{1}{u} \ln(u + \sqrt{1+u^2}) \right]$$

la cual es una expresión exacta de P para $u = \frac{4y}{T} > 1$.

► Cálculo del radio hidráulico:

$$R = \frac{A}{P}$$

$$R = \frac{\frac{2}{3}Ty}{T + \frac{8y^2}{3T}}$$

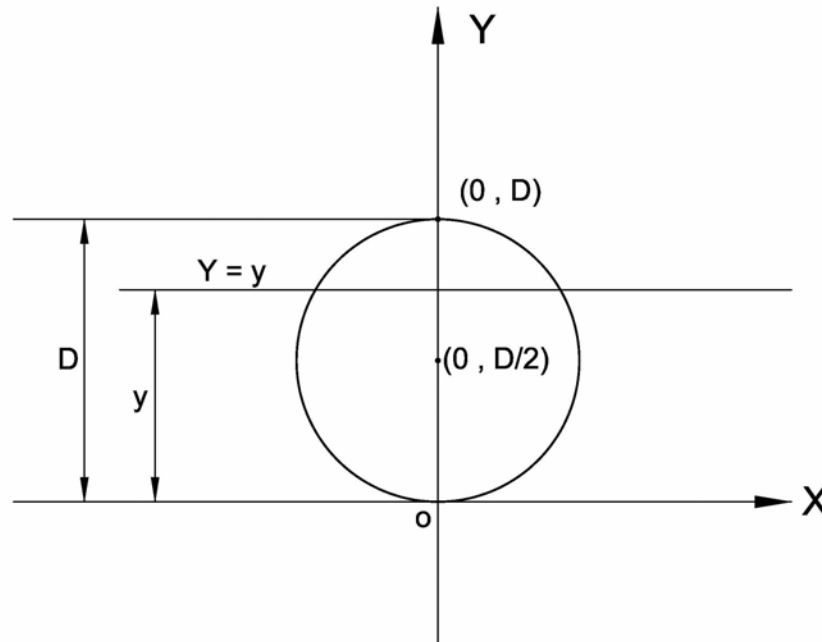
$$R = \frac{2T^2y}{3T^2 + 8y^2}$$

3.10.2 Deducir las ecuaciones para el área y perímetro mojado en función del diámetro y el tirante para conductos circulares parcialmente llenos.

Solución:

Para encontrar la ecuación del área mojada de una sección circular parcialmente llena emplearemos un sistema coordenado rectangular en el plano.

La construcción de la circunferencia que representa la sección del conducto está indicada en la siguiente figura, en la que se han trazado también los puntos $(0, D/2)$ y $(0, D)$ que representan el centro y la cota superior del conducto respectivamente, además de la recta $Y = y$ que representa el tirante de agua en la sección.



donde:

D = diámetro del conducto

y = tirante de agua

la ecuación de la circunferencia que se muestra en figura viene dada por:

$$(X - h)^2 + (Y - k)^2 = r^2$$

$$(X - 0)^2 + \left(Y - \frac{D}{2}\right)^2 = \left(\frac{D}{2}\right)^2$$

$$X^2 + \left(Y - \frac{D}{2}\right)^2 = \frac{D^2}{4}$$

Despejando X de la ecuación anterior:

$$X = \sqrt{\frac{D^2}{4} - \left(Y - \frac{D}{2}\right)^2}$$

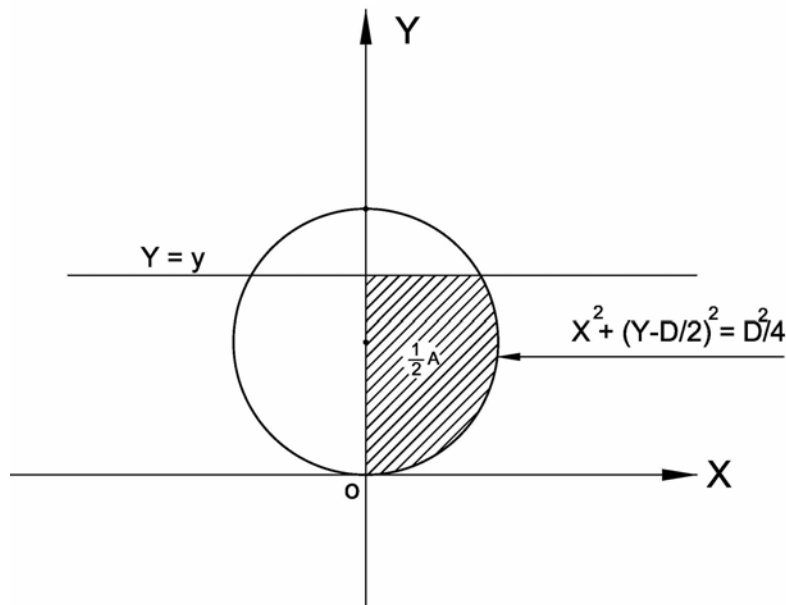
Además:

$$Y = y$$

El área en coordenadas rectangulares de un recinto plano es:

$$A = \iint_{R_{XY}} dX \cdot dY$$

Calcularemos primero la mitad del área mojada situada en el primer cuadrante tal como se muestra en la siguiente figura:



$$\frac{1}{2} A = \iint_{R_{XY}} dX \cdot dY$$

la variable X varía desde 0 hasta $\sqrt{\frac{D^2}{4} - \left(Y - \frac{D}{2}\right)^2}$ entonces:

$$\frac{1}{2} A = \left[\int_0^{\sqrt{\frac{D^2}{4} - \left(Y - \frac{D}{2}\right)^2}} dX \right] \cdot dY$$

$$\frac{1}{2} A = \left[X \right]_0^{\sqrt{\frac{D^2}{4} - \left(Y - \frac{D}{2}\right)^2}} \cdot dY$$

$$\frac{1}{2}A = \left[\sqrt{\frac{D^2}{4} - \left(Y - \frac{D}{2}\right)^2} - 0 \right] \cdot dY$$

$$\frac{1}{2}A = \left[\sqrt{\frac{D^2}{4} - \left(Y - \frac{D}{2}\right)^2} \right] \cdot dY$$

la variable Y varia desde 0 hasta y entonces:

$$\frac{1}{2}A = \int_0^y \sqrt{\frac{D^2}{4} - \left(Y - \frac{D}{2}\right)^2} \cdot dY$$

Integrando y reemplazando límites tenemos:

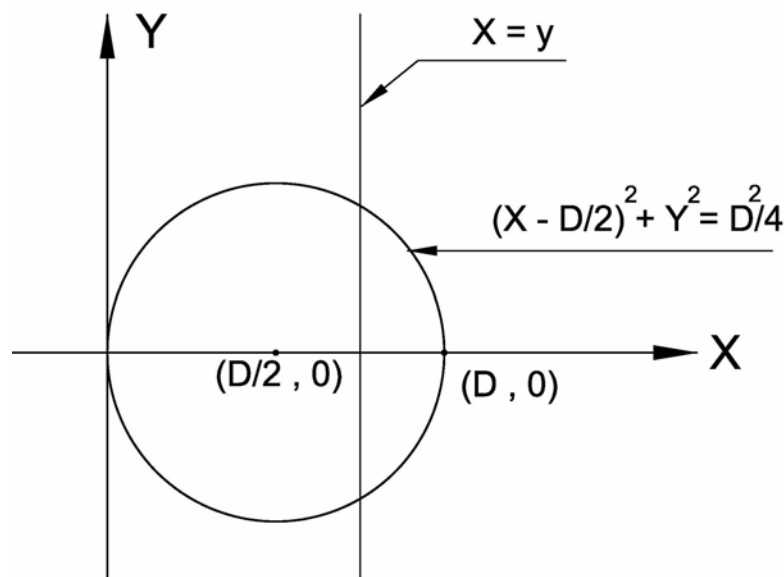
$$\frac{1}{2}A = - \frac{D^2 \cdot \arcsen\left(\frac{D-2y}{D}\right) - \left(D^2 \cdot \arcsen\left(\frac{D}{|D|}\right) - (2D-4y)\sqrt{y \cdot D - y^2} \right)}{8}$$

el área mojada total será:

$$A = - \frac{D^2 \cdot \arcsen\left(\frac{D-2y}{D}\right) - \left(D^2 \cdot \arcsen\left(\frac{D}{|D|}\right) - (2D-4y)\sqrt{y \cdot D - y^2} \right)}{4}$$

La unidad de medición angular para el arco seno de los ángulos es en radianes.

Para encontrar la ecuación del perímetro mojado emplearemos el siguiente sistema de referencia:



donde:

D = diámetro del conducto

y = tirante de agua

la longitud de un arco de curva plana en coordenadas rectangulares, comprendida entre las rectas verticales $X = a$ y $X = b$ esta dada por:

$$S = \int_a^b \sqrt{1 + \left(\frac{dY}{dX}\right)^2} dX$$

Partiendo de la última fórmula, se puede obtener la derivada de la longitud del arco respecto a la abscisa. Considerando que el límite superior de integración es variable y designándolo por X (sin cambiar la variable de integración). Obtenemos la longitud del arco S en función de X :

$$S = \int_a^X \sqrt{1 + \left(\frac{dY}{dX}\right)^2} dX$$

Calculemos primero la longitud de la mitad del perímetro mojado situado en el primer cuadrante. La ecuación del arco es:

$$Y = \sqrt{\frac{D^2}{4} - \left(X - \frac{D}{2}\right)^2}$$

de donde:

$$\frac{dY}{dX} = \frac{D - 2X}{2\sqrt{D \cdot X - X^2}}$$

$$\left(\frac{dY}{dX}\right)^2 = \frac{(D - 2X)^2}{4(D \cdot X - X^2)}$$

además:

$$X = y$$

por lo tanto la variable X varía de 0 hasta y

$$\frac{1}{2} S = \int_0^y \sqrt{1 + \frac{(D - 2X)^2}{4(D \cdot X - X^2)}} dX$$

$$\frac{1}{2} S = \int_0^y \sqrt{1 + \frac{D^2 - 4 \cdot D \cdot X + 4X^2}{4(D \cdot X - X^2)}} dX$$

$$\frac{1}{2} S = \int_0^y \sqrt{\frac{D^2}{4X(D - X)}} dX$$

$$\frac{1}{2}S = \int_0^y \frac{D}{\sqrt{4X(D-X)}} dX$$

$$\frac{1}{2}S = \frac{D}{2} \int_0^y \frac{dX}{\sqrt{X(D-X)}}$$

$$\frac{1}{2}S = -\frac{D}{2} \left(\arcsen\left(\frac{D-2y}{|D|}\right) - \arcsen\left(\frac{D}{|D|}\right) \right)$$

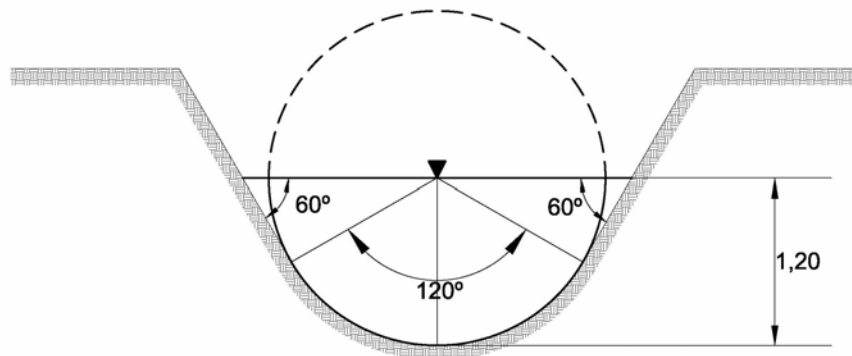
el perímetro mojado total será:

$$P = -D \left(\arcsen\left(\frac{D-2y}{|D|}\right) - \arcsen\left(\frac{D}{|D|}\right) \right)$$

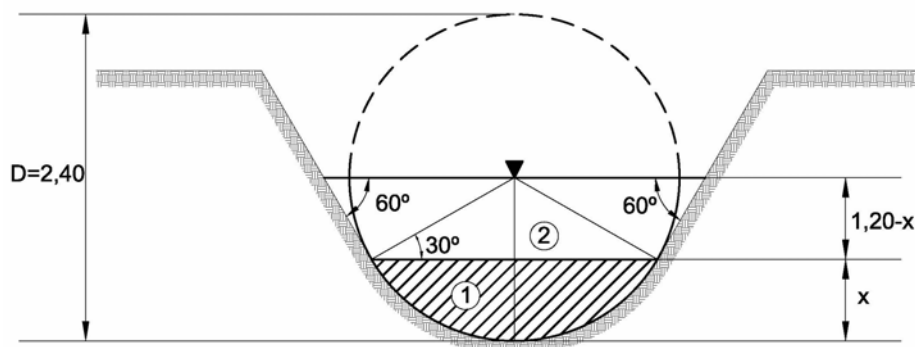
La unidad de medición angular para el arco seno de los ángulos es en radianes.

3.10.3 Hallar para el canal de sección transversal que se muestra en la figura los parámetros hidráulicos: A, P, T, R y \bar{y} .

Solución:

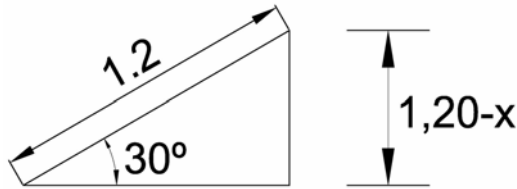


Descomponiendo la sección transversal en 2 secciones simples y considerando como x, el tirante de la sección circular, se tiene:



Cálculo de x :

De la figura se puede extraer el triángulo:



En el cual se cumple la relación:

$$1.2 - x = \frac{1.2}{2}$$

$$1,2 - x = 0.6$$

$$x = 0.6$$

Cálculo de los parámetros de la sección circular 1:

La relación tirante diámetro es:

$$\frac{x}{D} = \frac{0.6}{2.4} = \frac{1}{4} = 0.25$$

para esta relación, de la Tabla 3-3, se tiene:

$$\frac{A_1}{D^2} = 0.1535 \Rightarrow A_1 = 2.4^2 \times 0.1535$$

$$A_1 = 0.8842 \text{ m}^2$$

$$\frac{P_1}{D} = 1.0472 \Rightarrow P_1 = 2.4 \times 1.0472$$

$$P_1 = 2.5133 \text{ m}$$

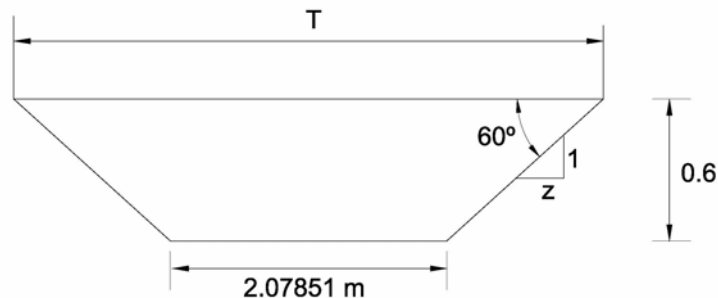
De la Tabla 3-1, se tiene:

$$T_1 = 2\sqrt{x(D-x)}$$

$$T_1 = 2\sqrt{0.6(2.4-0.6)}$$

$$T_1 = 2.07851 \text{ m}$$

Cálculo de los parámetros de la sección trapezoidal 2:



$$Z = \operatorname{ctg} 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

de la Tabla 3-1, se tiene:

$$A_2 = (T_1 + Zx)x$$

$$A_2 = \left(2.07851 + \frac{\sqrt{3}}{3} \times 0.6 \right) 0.6$$

$$A_2 = 1.4549 \, m^2$$

para el cálculo del perímetro no se considera la base, por no ser parte del perímetro de la figura:

$$P_2 = 2y\sqrt{1+Z^2}$$

$$P_2 = 2 \times 0.6 \sqrt{1 + \frac{1}{3}}$$

$$P_2 = 1.3856 \, m$$

$$T = T_1 + 2Zx$$

$$T = 2.07851 + 2 \frac{\sqrt{3}}{3} 0.6$$

$$T = 2.7713 \, m$$

Cálculo de los parámetros de la sección compuesta:

$$A = A_1 + A_2$$

$$A = 0.8842 + 1.4549$$

$$A = 2.3391 \, m^2$$

$$P = P_1 + P_2$$

$$P = 2.5133 + 1.3856$$

$$P = 3.8989 \, m$$

$$R = \frac{A}{P}$$

$$R = \frac{2.3391}{3.8989}$$

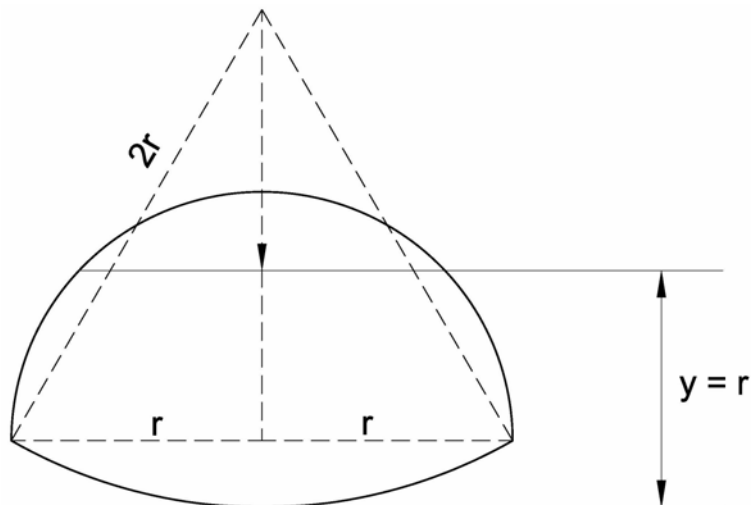
$$R = 0.5999 \, m$$

$$\bar{y} = \frac{A}{T}$$

$$\bar{y} = \frac{2.3391}{2.7713}$$

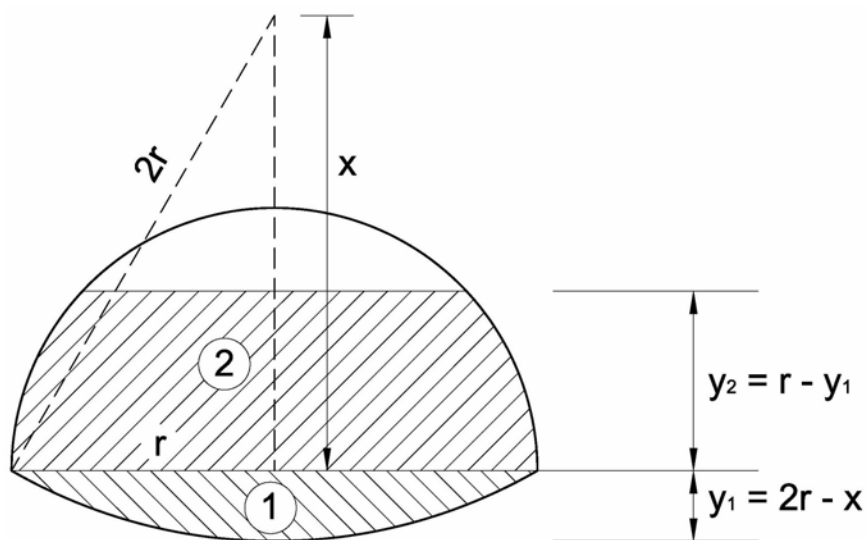
$$\bar{y} = 0.8440 \text{ m}$$

3.10.4 Un túnel se construye con una sección transversal como se muestra en la figura. Sabiendo que $r = 1.5 \text{ m}$, calcular el radio hidráulico R , para un tirante $y = r$.

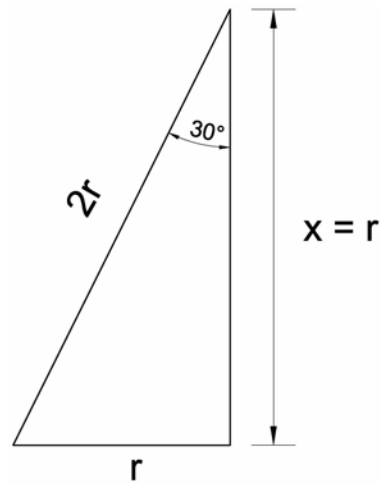


Solución:

Descomponiendo la sección transversal en 2 secciones simples tenemos:



Cálculo del valor de x :



$$x = 1.50\sqrt{3}$$

$$x = 2.5981 \text{ m}$$

Cálculo de los tirantes en cada sección:

Para la sección 1:

$$y_1 = 2 \cdot r - r\sqrt{3}$$

$$y_1 = r(2 - \sqrt{3})$$

$$y_1 = 1.5(2 - \sqrt{3})$$

$$y_1 = 0.4019 \text{ m}$$

Sección 2:

$$y_2 = r - y_1$$

$$y_2 = r - (2 \cdot r - r\sqrt{3})$$

$$y_2 = r\sqrt{3} - r$$

$$y_2 = 1.5(\sqrt{3} - 1)$$

$$y_2 = 1.0981 \text{ m}$$

Cálculo de A_I y P_I :

La relación tirante diámetro es:

$$\frac{y_1}{D_1} = \frac{r(2 - \sqrt{3})}{4r} = 0.0670 \approx 0.07$$

para esta relación de la Tabla 3-3, se tiene:

$$\frac{A_1}{D_1^2} = 0.0242 \Rightarrow A_1 = 36 \times 0.0242$$

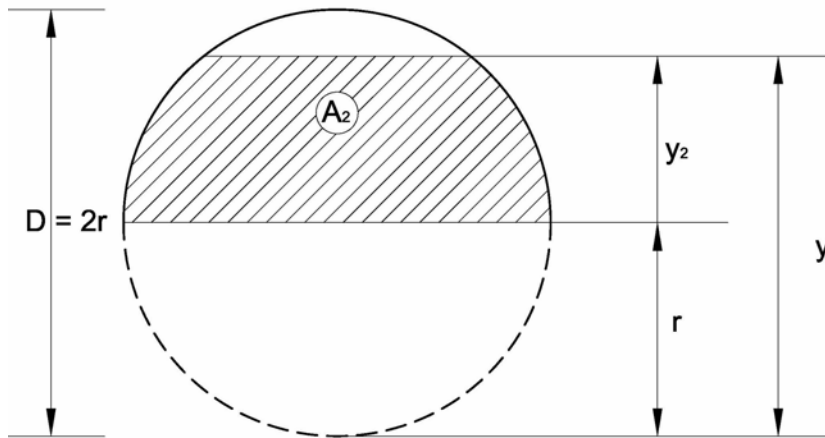
$$A_1 = 0.8712 \text{ m}^2$$

$$\frac{P_1}{D_1} = 0.5355 \Rightarrow P_1 = 6 \times 0.5355$$

$$P_1 = 6.213 \text{ m}$$

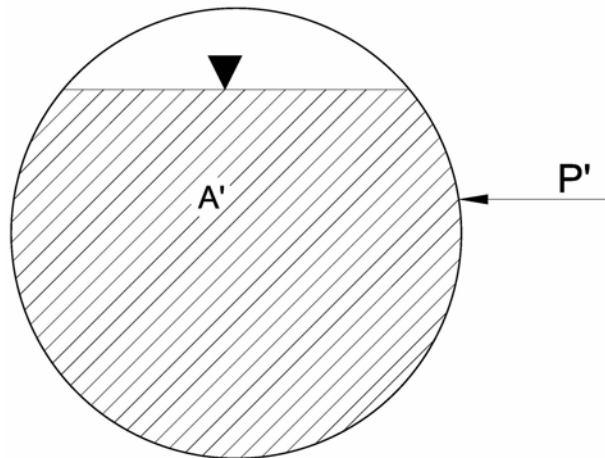
Cálculo de A_2 y P_2 :

La relación tirante diámetro es:



$$\frac{y}{D} = \frac{y_2 + r}{2r} = \frac{r(\sqrt{3}-1) + r}{2r} = \frac{r\sqrt{3}}{2r} = 0.8660 \approx 0.87$$

Cálculo se A' y P' :



para esta relación, de la Tabla 3-3, tenemos:

$$\frac{A'}{D^2} = 0.7254 \Rightarrow A' = 9 \times 0.7254$$

$$A' = 6.5286 \text{ m}^2$$

$$\frac{P'}{D'} = 2.4038 \Rightarrow P' = 3 \times 2.4038$$

$$P' = 7.2114 \text{ m}$$

Cálculo de A_2 y P_2 :

$$A_2 = A' - \frac{\pi \cdot r^2}{2}$$

$$A_2 = 6.5286 - \frac{3.1416}{2} 1.5^2$$

$$A_2 = 2.9943 \text{ m}^2$$

$$P_2 = P' - \pi \cdot r$$

$$P_2 = 7.2114 - 3.1416 \times 1.5$$

$$P_2 = 2.4990 \text{ m}$$

Cálculo de A, P, R:

$$A = A_1 + A_2$$

$$A = 0.8712 + 2.9943$$

$$A = 3.8655 \text{ m}^2$$

$$P = P_1 + P_2$$

$$P = 3.213 + 2.4990$$

$$P = 5.7120 \text{ m}$$

$$R = \frac{A}{P}$$

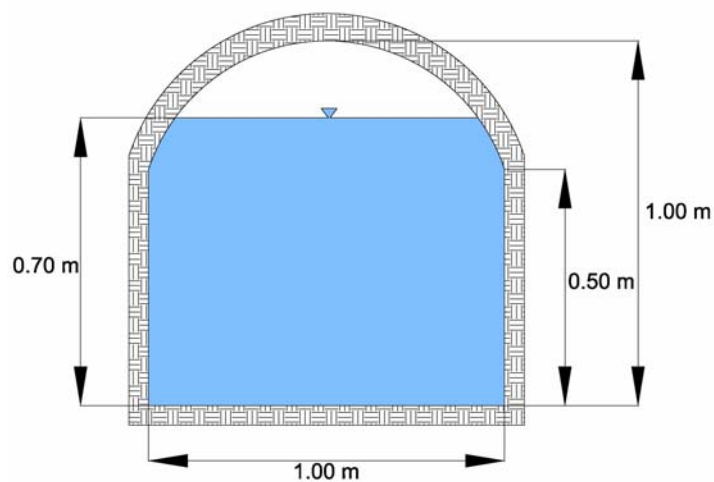
$$R = \frac{3.8655}{5.7120}$$

$$R = 0.6767 \text{ m}$$

3.11. PROBLEMAS PROPUESTOS

3.11.1 Verificar las ecuaciones para los elementos geométricos de las dos secciones de canal dadas en la Tabla 3.2.

3.11.2 Se tiene un túnel con una sección transversal como se muestra en la figura, determinar A , P , R , T .

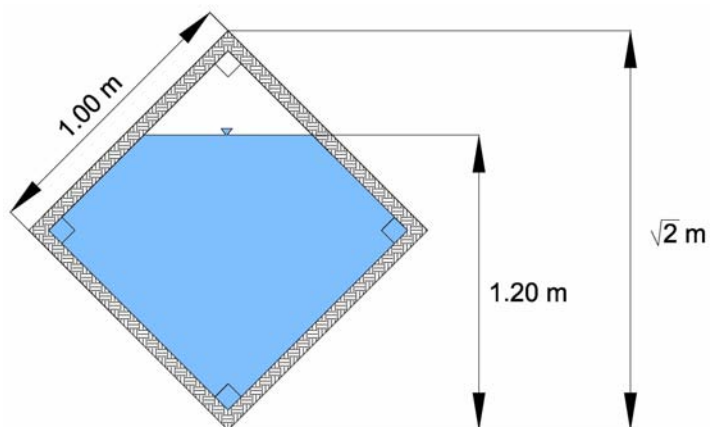


Solución:

$$A = 0.6945 \, m^2 \quad P = 2.4115 \, m$$

$$R = 0.2880 \, m \quad T = 0.9165 \, m$$

3.11.3 Se tiene una alcantarilla cuadrada, tal como se muestra en la figura. Si el lado del cuadrado es de 1 m, calcular, A , P , R y T cuando el tirante es de 1.20 m.

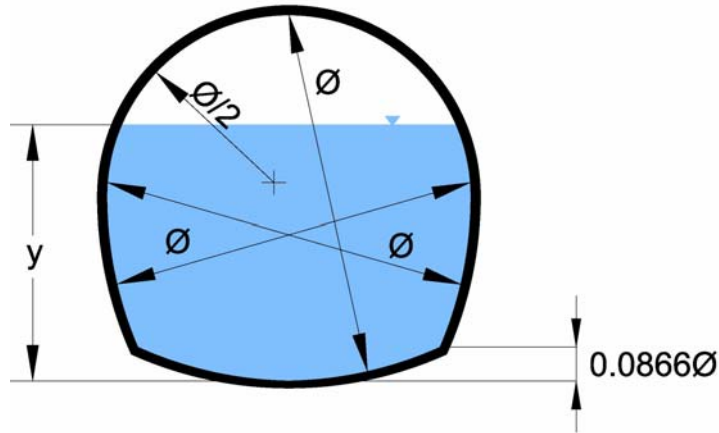


Solución:

$$A = 0.9541 \, m^2 \quad P = 3.3941 \, m$$

$$R = 0.2811 \, m \quad T = 0.4284 \, m$$

- 3.11.4** Calcular por suma de áreas y perímetros parciales, A , P , T , R , \bar{y} , de un túnel cuya sección transversal es de herradura, tal como se muestra en la figura, si se sabe que el radio es de 2 m y el tirante de agua 3 m.



Solución:

$$\begin{aligned} A &= 10.833 \, m^2 & P &= 8.9007 \, m \\ R &= 1.2171 \, m & T &= 3.4641 \, m \\ \bar{y} &= 3.1273 \, m \end{aligned}$$

- 3.11.5** Un canal de sección trapezoidal tiene un ancho de solera de 0.80 m y un talud 1. En cierta sección de su perfil longitudinal, se construye una sobre elevación de 0.15 m, pero se deja una abertura de 0.20 m para evitar que el agua se empoce, cuando se efectúa la limpieza del canal. Calcular A , P , T y R si el tirante es de 0.90 m.

Solución:

$$\begin{aligned} A &= 1.4175 \, m^2 & P &= 3.5213 \, m \\ R &= 0.4025 \, m & T &= 2.6 \, m \end{aligned}$$

- 3.11.6** Un canal de sección circular de diámetro 5 m, conduce un caudal de 17 m³/s, con una velocidad de 1.5 m/s. Calcular el tirante.

Solución:

$$y = 2.80 \, m$$

CAPÍTULO 4

AFOROS

4.1. INTRODUCCIÓN

La determinación de la cantidad de agua que lleva un canal o un curso de agua se llama aforo y es importante para diversos fines.

La medición de caudales es de gran utilidad en la toma de decisiones durante la administración de los recursos hidráulicos, en la ejecución de programas de riego y en diversas actividades relacionadas con el manejo del agua, entre estas últimas se menciona las siguientes:

- Control de la calidad de agua de riego entregada a cada usuario en un distrito de riego.
- Detección de problemas potenciales en el funcionamiento de una bomba o en la operación de un sistema de riego.
- Registro continuo de los abatimientos de un acuífero a fin regular las extracciones, especialmente donde tal recurso es limitado.
- Determinación de las pérdidas de agua, por conducción en las redes de distribución y evaluación de la factibilidad del revestimiento en acequias y canales de tierra.
- Calibración de estructuras de aforo y determinación de los coeficientes empíricos para su ecuación de descarga.
- Ensayos con turbinas para fines hidroeléctricos y de modelación.
- Determinación de los escurrimientos pluviales y magnitud de las crecientes en corrientes naturales.
- Pruebas de permeabilidad en acuíferos, para determinación de la producción específica y evaluación de la factibilidad de la recarga artificial.
- Medición de la capacidad de un sistema de drenes, en lugares con nivel freático elevado.

En resumen el régimen de caudales es un dato básico, indispensable, para todos los diseños hidráulicos y para muchas obras civiles en los que ellos son parte importante como las carreteras, puentes, acueductos, presas, instalaciones hidroeléctricas, obras de riego, defensa contra inundaciones, etc. En países como el nuestro las estaciones de aforo de caudales son inexistentes en muchos sitios, lo que ha obligado a recurrir a métodos aproximados para la estimación de los caudales de diseño. Sin embargo jamás debe olvidarse que ningún método por bueno que sea reemplaza la medida directa de la variable.

Es alarmante la falta casi total de estaciones de medida en las áreas urbanas y rurales de la mayoría de ciudades bolivianas, ocasionando que se tenga un completo desconocimiento del comportamiento hidráulico de pequeñas y grandes corrientes, responsables muchas veces de tragedias e inundaciones en las épocas de lluvia.

4.2. MÉTODOS PARA EL AFORO DE CAUDALES

Cuando el agua se obtiene de diques, ríos, canales y acequias, pueden utilizarse vertederos, canaletas, orificios, molinetes, flotadores, colorantes y sales para aforarla. Sin embargo, cuando el agua es conducida por tuberías las mediciones pueden hacerse con venturímetros, orificios, medidores de hélice, tubos de Pitot, tubo california, boquillas, tubo rasurado y medidores electromagnéticos.

Los métodos gravimétricos y volumétricos de aforo directo, que consisten en tomar el tiempo de llenado de un recipiente de volumen conocido, se utilizan en la medición de pequeños caudales.

Por su parte, las mediciones del escurrimiento pluvial y del flujo de aguas subterráneas, son difíciles de realizar con precisión, por lo cual se usan métodos aproximativos que incluyen trazadores químicos y radioactivos.

4.3. CLASIFICACIÓN DE LOS MÉTODOS DE AFORO

En general, los métodos para medir un caudal de agua se pueden clasificar en tres grupos, los mismos que se presentan a continuación; así como las modalidades empleadas en cada uno.

4.3.1. MÉTODOS DE AFORO DIRECTO

Expresan el caudal como una función de volumen sobre tiempo ($Q = V/t$). Entre ellos se tienen el aforo gravimétrico, volumétrico, químico y los medidores de hélice, fabricados de acuerdo con el mismo principio. Otro método de aforo directo consiste en medir el descenso en el nivel del agua y el tiempo de vaciado en un depósito con dimensiones conocidas.

4.3.1.1. AFORO VOLUMÉTRICO

Es aplicable en la medición de pequeños caudales y se realiza midiendo el tiempo de llenado (t) de un recipiente de volumen conocido (V), donde se colecta la descarga, como se muestra en la Figura, determinando el caudal en la ecuación:

$$(Q = V/t) \quad (4-1)$$

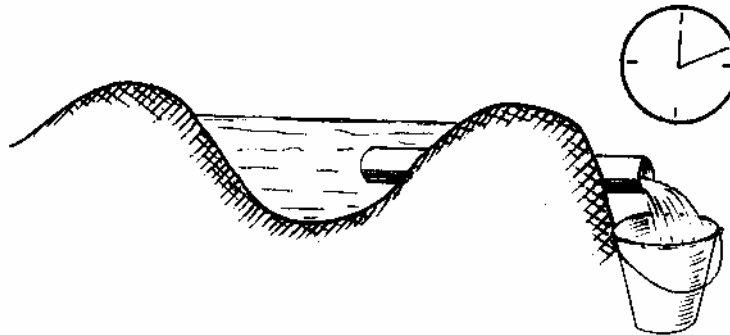


FIGURA 4-1 Aforo volumétrico.

4.3.1.2. AFORO GRAVIMÉTRICO

Se sigue un procedimiento similar al anterior, pero el volumen colectado de agua en el intervalo de tiempo cronometrado, en lugar de medirse se pesa, y el peso (W) de agua se transforma a volumen, dividiéndolo entre el peso específico γ del fluido a temperatura de prueba.

El recipiente vacío debe ser previamente destarado y, una vez lleno, debe pesarse en la misma balanza. Mediante el método gravimétrico, el caudal aforado se determina con el siguiente razonamiento:

$$\text{Peso Especifico}, \gamma = \frac{\text{Peso del agua}}{\text{Volumen ocupado}} = \frac{W}{V}$$

de donde:

$$V = \frac{W}{\gamma}$$

y por tanto:

$$\text{Caudal}, Q = \frac{W}{\gamma \cdot t}$$

o también:

$$\text{Caudal}, Q = \frac{(\text{Peso del agua} + \text{Peso del recipiente}) - \text{Peso del recipiente}}{\text{Peso especifico} \times \text{Tiempo de llenado}} \quad (4-2)$$

4.3.1.3. AFORO QUÍMICO O DEL TRAZADOR

Esta técnica se usa en aquellas corrientes que presenten dificultades para la aplicación del método área velocidad o medidas con estructuras hidráulicas, como en corrientes muy anchas o en ríos torrenciales.

Los trazadores pueden ser de tres tipos:

- 1) **Químicos:** de esta clase son la sal común y el dicromato de sodio
- 2) **Fluorescentes:** como la rodamina
- 3) **Materiales radioactivos:** los mas usados son el yodo 132, bromo 82, sodio.

La sal común puede detectarse con un error de 1% para concentraciones de 10 ppm (partes por millón).

El dicromato de sodio puede detectarse a concentraciones de 0.2 ppm y los trazadores fluorescentes con concentraciones de $1/10^{11}$. Los trazadores radioactivos se detectan en concentraciones muy bajas ($1/10^{14}$). Sin embargo su utilización requiere personal muy especializado.

El método de los trazadores puede implementarse de dos maneras:

a) **Inyectar rápidamente un volumen de trazador.** Este método es llamado también método de integración. Supóngase que en una sección 1 de un río se adiciona un pequeño volumen de trazador V_1 con una concentración alta C_1 . Si existe en el río una concentración, C_o , el perfil de concentraciones en el río se comporta con el tiempo así:

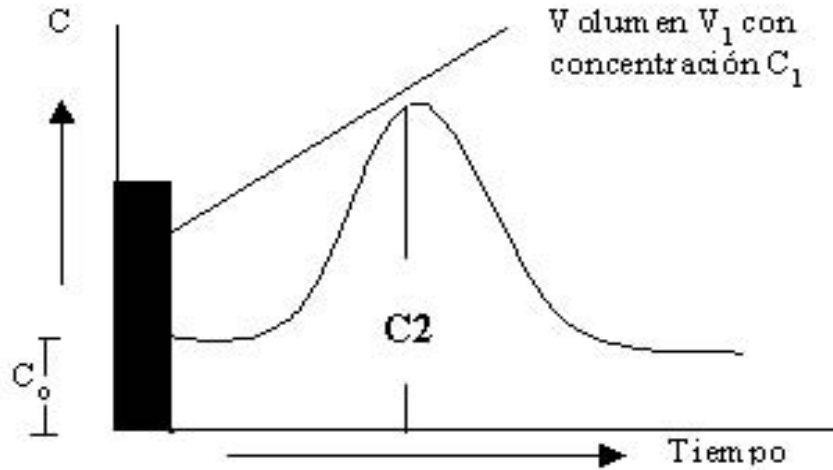


FIGURA 4-2 Perfil de concentraciones en el río.

Por continuidad se tiene:

$$V_1 \cdot C_1 = \int_{t_1}^{t_2} Q \cdot C_2 \cdot dt - \int_{t_1}^{t_2} Q \cdot C_o \cdot dt \quad (4-3)$$

donde:

Q = Caudal de la corriente que se desea conocer

C_1 = Concentración del trazador

V_1 = Volumen del trazador

C_2 = Función que define la concentración del trazador, en el punto de control en función de t .

C_o = Concentración encontrada en el río antes de la dosificación

resolviendo la ecuación para Q se tiene:

$$Q = \frac{V_1 \cdot C_1}{\int_{t_1}^{t_2} (C_2 - C_o) dt} \quad (4-4)$$

b) Inyección a caudal constante. En los aforos químicos o radioactivos se añade de forma continua y constante una concentración conocida (C_1) de una sustancia química o radioactiva a la corriente cuyo caudal (Q) desea determinarse.

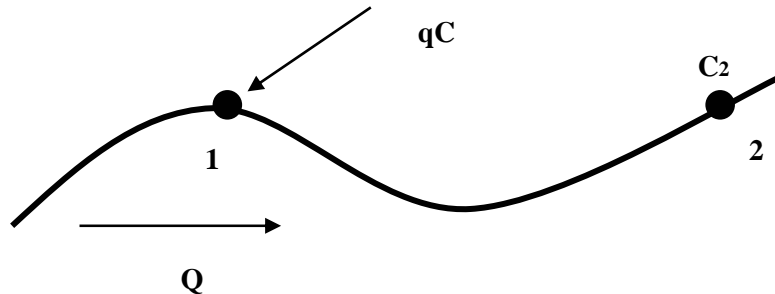


FIGURA 4-3 Inyección a caudal constante.

Por la estequiometría de las reacciones químicas, cuando un caudal constante (q) de una solución salina es descargado dentro del caudal (Q), conteniendo las mismas constituyentes a la concentración (C_2), la mezcla resultante de caudales ($Q + q$) alcanzará una concentración (C) proporcional a las concentraciones iniciales (C_1 y C_2) de los caudales antes del mezclado, como lo indica la siguiente expresión:

$$q \cdot C_1 + Q \cdot C_2 = (Q + q) \cdot C$$

$$q \cdot (C_1 - C) = Q \cdot (C - C_2), \quad \text{siendo } C_1 > C > C_2$$

de lo cual se obtiene:

$$Q = \frac{q(C_1 - C)}{C - C_2} \quad (4-5)$$

Donde:

Q = Caudal de la corriente aforada en l/s o en m³/s.

q = Caudal del trazador o de la solución salina aplicada, en l/s o en m³/s.

C_1 = Concentración del trazador o de la sustancia química en la solución.

C_2 = Concentración del trazador o de la sustancia química antes de la aplicación.

C = Concentración del trazador o de la sustancia química después de la aplicación.

Para el aforo químico se emplea generalmente la sal de cocina (Na Cl), la cual, por conveniencia, se disuelve a razón de 260 g/l de agua antes de introducirla en la corriente. La solución salina eleva la conductividad eléctrica del agua, la cual puede ser determinada por el puente Wheatstone.

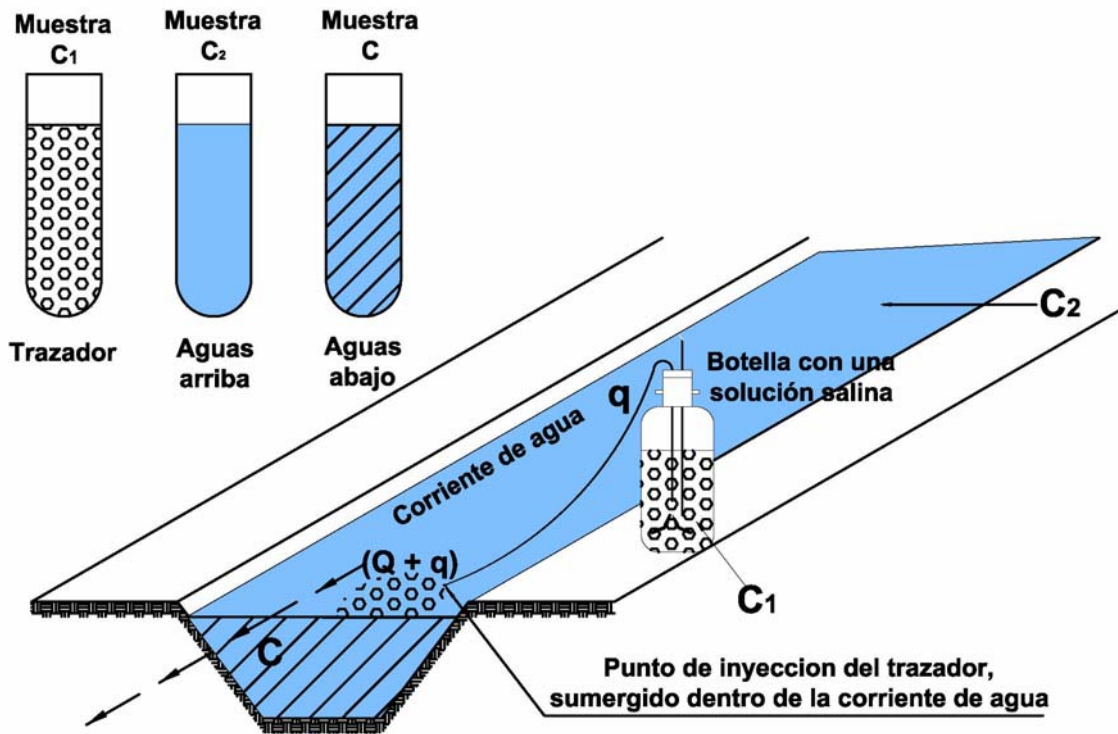


FIGURA 4-4 Aforo químico de una corriente y toma de muestras.

Para aplicar el método se necesita conocer la conductividad eléctrica en tres muestras de agua, la primera muestra (C_1) es tomada de la solución salina, la segunda muestra (C_2) se toma aguas arriba, poco antes del punto de aplicación; y la tercera muestra (C) es colectada a una distancia aguas abajo del punto de inyección, donde se asegure el completo mezclado de la sal con el agua de la corriente.

Un caudal constante (q) de solución salina se puede aplicar utilizando una botella Mariotte construida con un garrafón, un tapón bihoradado y dos tubos de vidrio, como se muestra en la Figura 4-4.

En una botella Mariotte el volumen de agua desalojado es restituido por la entrada de aire atmosférica, de tal forma que la presión interna se mantiene constante con respecto al nivel indicado por el extremo sumergido del tubo abierto a la atmósfera.

Cuando se utiliza la solución salina para medir la velocidad de la corriente, solo se inyecta una porción de la misma. El tiempo de desplazamiento del prisma de agua que contiene la solución, es detectado en dos puntos de control mediante electrodos en contacto con la corriente, conectados a un amperímetro o registrador. A partir de las señales de este

último, se calcula la velocidad del caudal, dividiendo la distancia entre los puntos de control, por el tiempo de desplazamiento.

Es importante anotar que para aplicar este método se supone que el flujo es permanente. Los trazadores deben tener las siguientes propiedades:

- No deben ser absorbidos por los sedimentos o vegetación, ni deben reaccionar químicamente.
- No deben ser tóxicos.
- Se deben detectar fácilmente en pequeñas concentraciones.
- No deben ser costosos.

4.3.2. MÉTODOS DE ÁREA – VELOCIDAD

Para obtener mayor aproximación en la determinación del caudal en canales y tuberías, con la aplicación de estos métodos, es importante medir la velocidad del caudal en puntos localizados de la sección transversal, donde la velocidad promedio ocurra con mayor probabilidad.

En un canal, la velocidad máxima ocurre entre 0.05 y 0.25 del tirante por debajo de la superficie del agua, y la velocidad mínima se desplaza sobre las paredes del ducto donde la rugosidad tiende a frenar el avance de la corriente. La velocidad media se localiza aproximadamente a 0.60 del tirante, y puede determinarse exactamente promediando las velocidades observadas a 0.2 y 0.8 del tirante.

La Figura 4-5 muestra la distribución típica de velocidades para un canal, la que se asemeja a círculos concéntricos con eje en el punto donde se localiza la velocidad máxima. Tal distribución sufre deformaciones debido a la geometría de la sección, rugosidad del canal y cambios de dirección (curvas, caídas, etc.).

La distribución vertical de velocidades en función de la profundidad, se asemeja a un paraboloide con foco sobre la línea donde ocurre la velocidad máxima.

En una tubería completamente llena, la máxima velocidad se desplaza por el centro del tubo y la mínima se desplaza adyacente a las paredes del conducto, donde la fricción retarda el

avance; la velocidad promedio se localiza a $3/8$ de diámetro alrededor del centro de la tubería, como se muestra en la Figura 4-6. La velocidad promedio equivale aproximadamente a 0.80 de la velocidad máxima, este criterio práctico es aplicable a las tuberías en general, donde normalmente predomina un flujo turbulento.

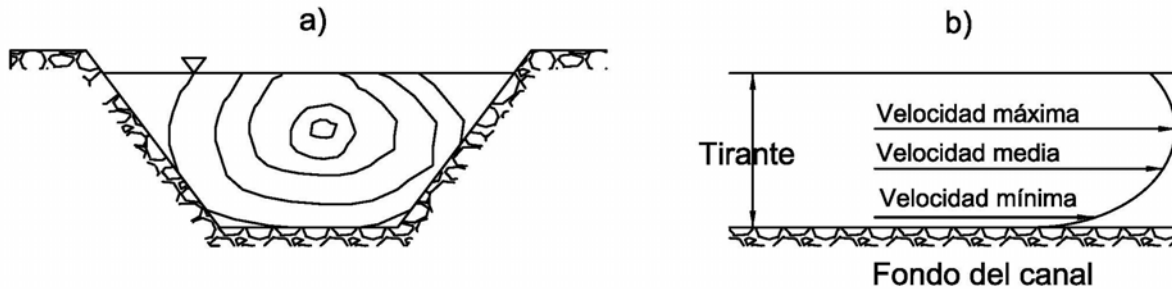


FIGURA 4-5 Distribución de velocidades de flujo a) sección transversal b) perfil longitudinal.

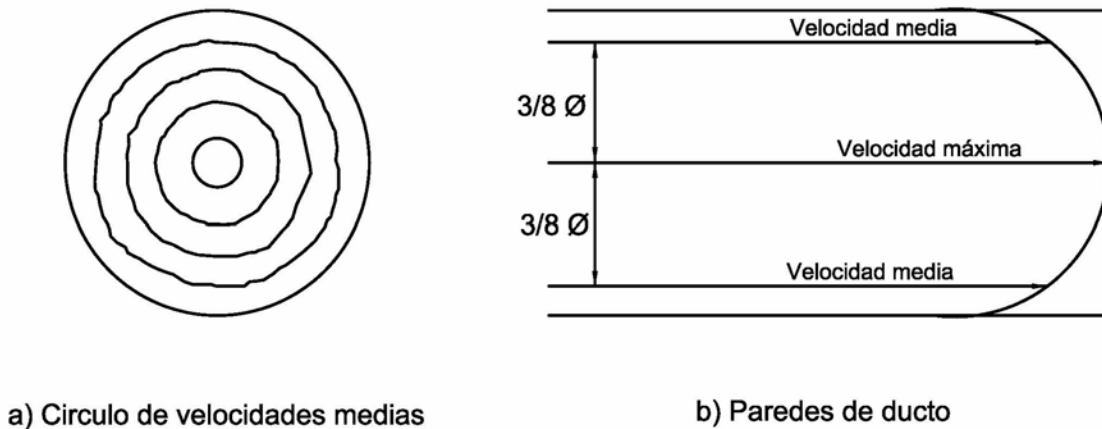


FIGURA 4-6 Medición de la Velocidad por Medio de Flotadores.

4.3.2.1. MÉTODO DEL FLOTADOR

Flotadores.- Consisten en objetos flotantes que adquieren la velocidad del agua que los circundan. Pueden ser de tres tipos.

- a) **Simples o de superficie:** El inconveniente presentado por este flotador se debe al hecho de ser muy influido por el viento, por las corrientes secundarias y por las olas.

- b) **Dobles o superficiales:** Constituyen un pequeño flotador de superficies, al cual está unido por una cuerda un cuerpo sumergido, a la profundidad deseada. Se hace que el volumen del primero sea despreciado frente al segundo. En estas condiciones, manteniéndose el cuerpo sumergido cerca de seis décimos de la profundidad, se determina la velocidad media.
- c) **Bastones flotadores o flotadores lastrados:** Son tubos metálicos huecos o de madera, que tienen en la parte inferior un lastre de plomo para que flote en una posición próxima a la vertical. L debe ser igual o aproximadamente $0,95 H$, Figura 4-7.

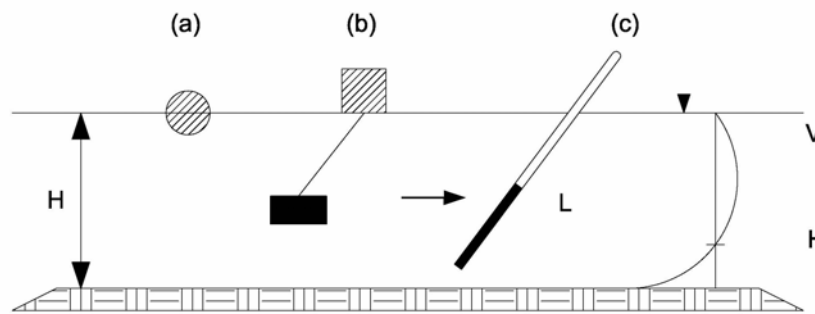


FIGURA 4-7 a) Flotador Simple b) Flotador Doble c) Bastón Flotador.

Entre los objetos que pueden servir como buenos flotadores se encuentra una bola de caucho, un trozo de madera, un limón, una hoja seca o un envase plástico tapado.

Observación general.- Actualmente, los flotadores rara vez son usados para mediciones precisas debido a muchas causas de errores (causas perturbadoras como los vientos, irregularidades del lecho del curso del agua, etc.). Son sólo empleados para determinaciones rápidas y a falta de otros recursos, o cuando no se justifica la compra de dispositivos de aforo más precisos.

Aplicación.- El método del flotador, al igual que los molinetes, tubos Pitot, métodos de la trayectoria y trazadores, se utiliza para medir la velocidad superficial del flujo, no el caudal directamente, y se utiliza en el aforo de surcos, acequias, canales, ríos, diques, etc.

En el sitio que se decidió hacer el aforo, se hace un levantamiento topográfico completo de la sección transversal, el cual dependiendo de su ancho y profundidad, puede hacerse con una cinta métrica o con un equipo de topografía Figura 4-8.

El lugar elegido para hacer el aforo o medición debe cumplir los siguientes requisitos:

- La sección transversal debe estar bien definida y que en lo posible no se presente agradación o degradación del lecho.
- Debe tener fácil acceso.
- Debe estar en un sitio recto, para evitar las sobre elevaciones y cambios en la profundidad producidos por curvas.
- El sitio debe estar libre de efectos de controles aguas abajo, que puedan producir remansos que afecten luego los valores obtenidos con la curva de calibración.

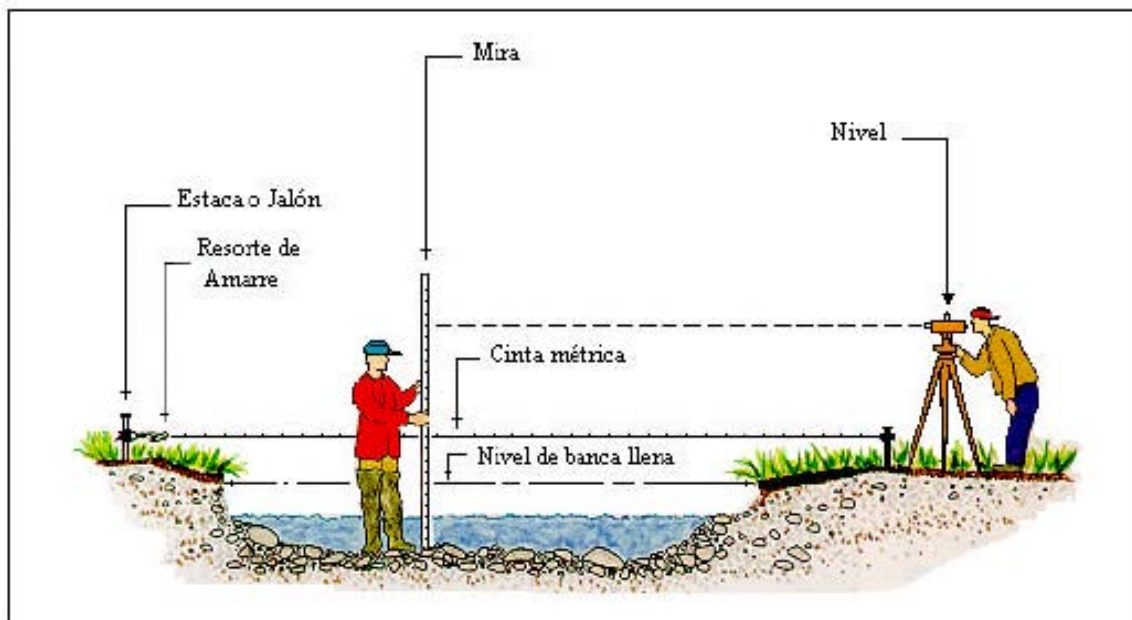


FIGURA 4-8. Levantamiento Topográfico de la Sección Transversal.

El flotador debe ser soltado repetidas veces unos cuantos metros aguas arriba de la sección de prueba, cronometrando el tiempo que tarda en recorrer una distancia conocida (usualmente de 15 a 50 m.), marcada previamente sobre un tramo recto y uniforme. Dicho tramo es seleccionado para las observaciones a lo largo del ducto de prueba, como lo indica la Figura 4-8

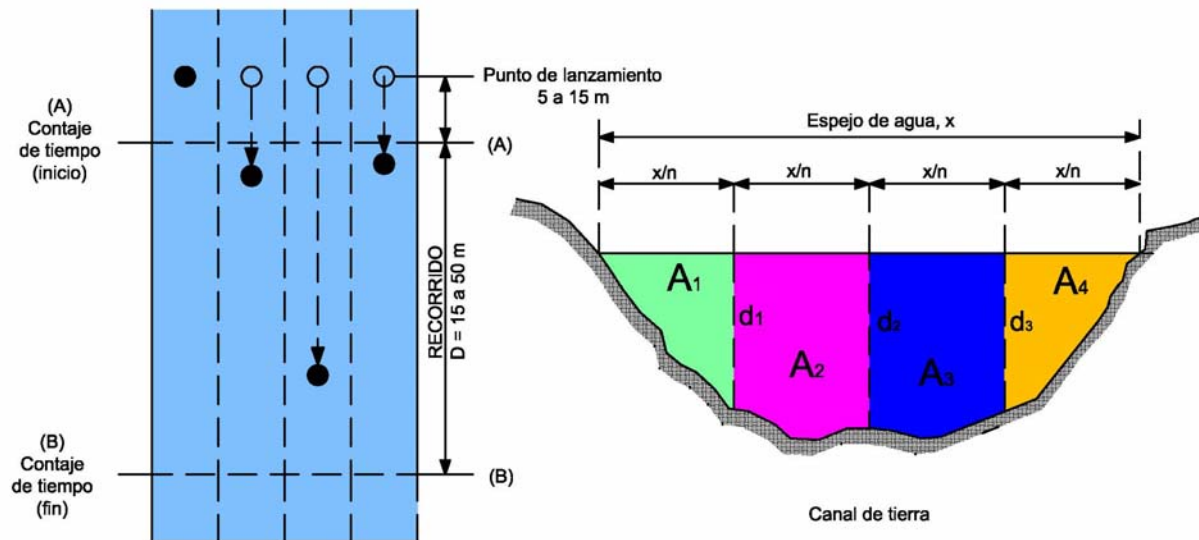


FIGURA 4-9 Medición de la Velocidad por Medio de Flotadores.

Una vez hallados los tiempos de recorrido, se obtiene un promedio.

$$\bar{t} = t_1 + t_2 + \dots + t_n \quad (4-6)$$

donde:

\bar{t} = promedio de los tiempos de recorrido

t_1, t_2, t_n = tiempos de recorrido de cada observación

Luego, la velocidad superficial se determina dividiendo la distancia recorrida entre el tiempo promedio de viaje del flotador.

$$V_s = \frac{D}{\bar{t}} \quad (4-7)$$

donde:

V_s = velocidad superficial

D = distancia recorrida por el flotador

\bar{t} = promedio de los tiempos de recorrido

Como la velocidad superficial es mayor que la velocidad promedio del caudal, es necesario corregir la medición del flotador multiplicándola por un coeficiente que varía de

0.65 a 0.80; misma que debe ser de 0.65 para pequeños caudales (acequias) y de 0.80 para grandes caudales (ríos, diques y canales).

$$V_{promedio} = k \cdot V_s \quad (4-8)$$

donde:

V_s = velocidad superficial

k = coeficiente de corrección de la velocidad superficial, varia de 0,65 a 0,80

$V_{promedio}$ = velocidad promedio

Generalmente las acequias y canales de uso agrícola no están revestidos. Su sección transversal, construida en tierra, no es uniforme, por tanto, la determinación del área debe hacerse dividiendo el espejo del agua en varios segmento iguales, de tal forma que se tenga una serie de figuras geométricas consistente en triángulos y trapecios, cuyos lados estarán dados por las profundidades (d_i) del agua y, las alturas, por la longitud del segmento (x/n), tal como se muestra en la Figura 4-9.

Área total,

$$A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$$

$$A = \frac{x}{n} \cdot \frac{d_1}{2} + \frac{(d_1 + d_2)}{2} \cdot \frac{x}{n} + \frac{(d_2 + d_3)}{2} \cdot \frac{x}{n} + \frac{d_3}{2} \cdot \frac{x}{n}$$

de donde:

$A = (x/n)(d_1 + d_2 + d_3)$ y generalizando la expresión para d_i tirantes, tenemos que:

$$A = \frac{x}{n} \sum_{i=1}^{n-1} d_i \quad (4-9)$$

En la cual:

x = Anchura del espejo de agua

n = Número de segmentos en que se divide el espejo

d_i = Tirante de agua, se debe observar $(n - 1)$ tirantes, para (n) segmentos en una sección.

Finalmente al multiplicar el área de la sección transversal (A) por la velocidad promedio del flujo ($V_{promedio}$), se obtiene el caudal (Q) para la corriente aforada.

$$Q = A \cdot V_{promedio}$$

$$Q = \frac{x}{n} \sum_{i=1}^{n-1} d_i \cdot k \cdot V_s \quad (4-10)$$

4.3.2.2. MÉTODO DEL MOLINETE HIDROMÉTRICO

Molinetes.- Los molinetes son aparatos constituidos de paletas o conchas móviles, las cuales, impulsadas por el líquido, dan un número de revoluciones proporcional a la velocidad de la corriente.

Existen dos tipos de molinetes, el de cazoletas y el de hélice, los cuales pueden ser montados sobre una varilla para el aforo de corrientes superficiales o suspendidos desde un cable durante el aforo de ríos, diques profundos, etc.

a) *De eje vertical o cazoletas:* Tipo Price, de origen norte-americano.

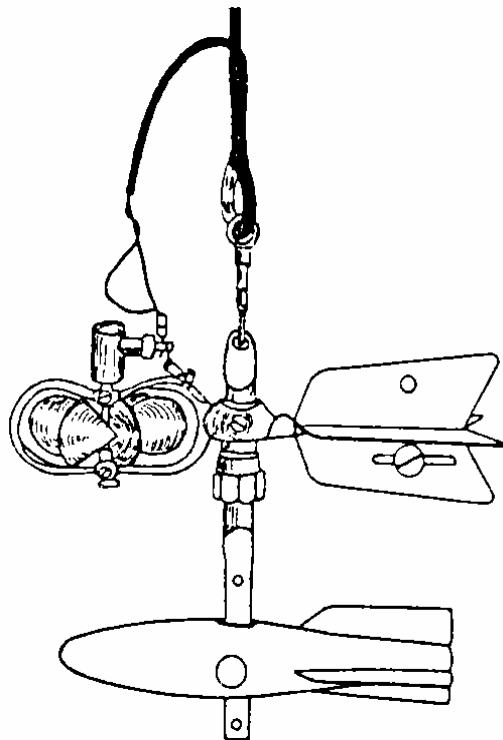


FIGURA 4-10 Molinete de eje vertical o de cazoletas.

b) *De eje horizontal o de hélice* Más comunes en Europa

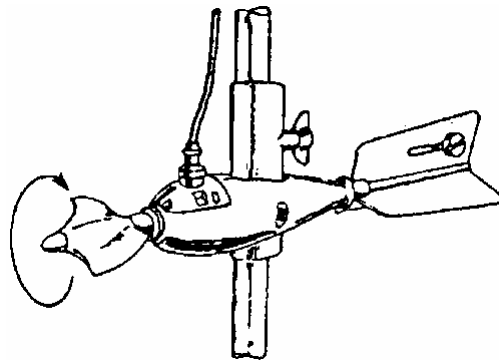


FIGURA 4-11 Molinete de eje horizontal o de hélice.

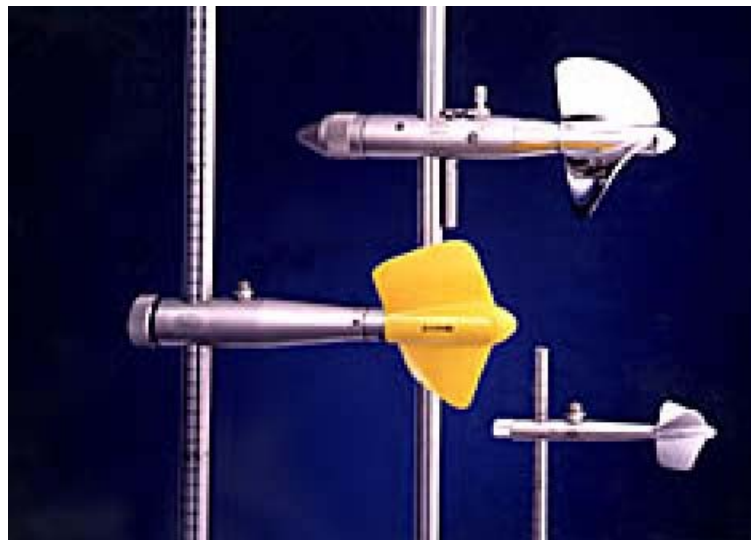


FIGURA 4-12 Molinetes de Eje Horizontal.

Cada molinete viene calibrado de fábrica y acompañado de una tabla o ecuación, donde se relaciona la velocidad angular de la rueda giratoria con la velocidad de la corriente. La relación típica se ajusta a una recta con una ligera desviación cerca del origen, tal como se ilustra en la Figura 4-13.

Para medir la velocidad de una corriente, el molinete se instala por abajo del espejo de agua, a 0.6 del tirante (medido desde la superficie) y las revoluciones de la ruedecilla se cuentan en un intervalo de tiempo previamente establecido (usualmente un minuto).

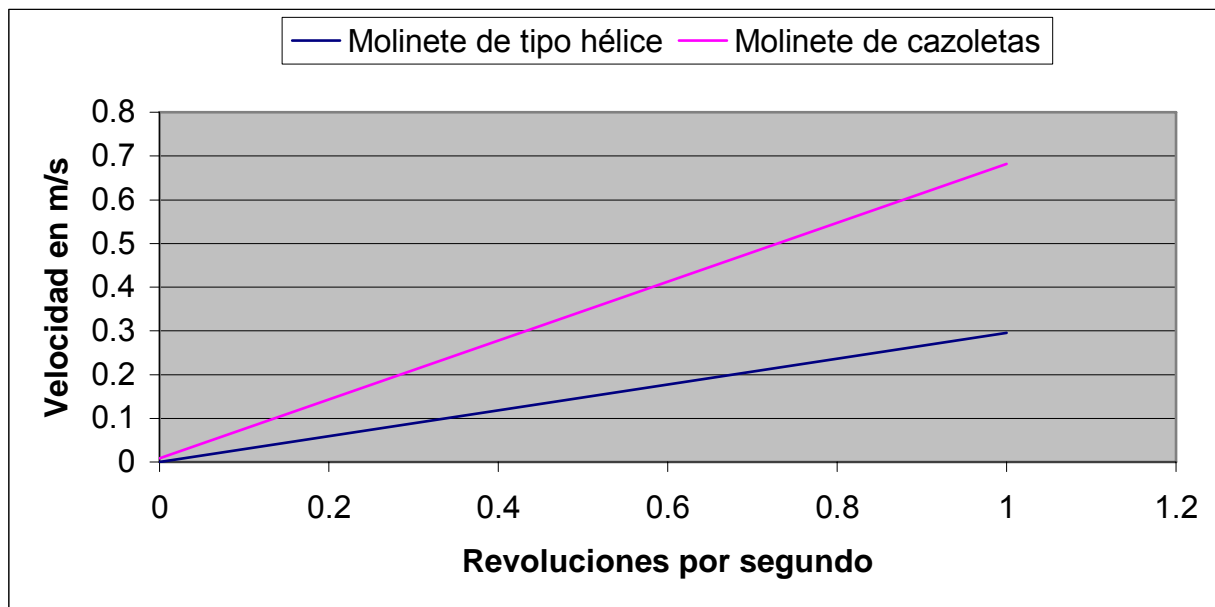


FIGURA 4-13 Típica relación lineal entre velocidad de la corriente y la velocidad de giro de los molinetes.

Cuanto mayor sea el número de registros realizados en un mismo punto de aforo, más confiable será la apreciación de la velocidad medida; por lo mismo, se sugiere explotar las velocidades de corriente en diferentes puntos igualmente espaciados sobre el espejo del agua, sumergiendo el instrumento a 0.2 y 0.8 del tirante respectivo.

En canales y acequias donde el ancho del espejo del agua sea menor de 3 m, la sección puede dividirse en tres o cuatro segmentos de igual longitud, pero en corrientes de gran anchura se acostumbra hacer las mediciones cada 3 m sobre el espejo, operando desde un puente o un andamio.

Las revoluciones del impulsor, dadas por el intervalo de tiempo, pueden ser contadas visualmente en una corriente superficial de agua clara y tranquila, sin embargo, en corrientes de agua turbia y caudalosa es necesario un contador eléctrico para registrarlas.

El número de revoluciones por intervalo de tiempo se transforma a velocidad de la corriente consultando la tabla del instrumento o su ecuación respectiva. En la Tabla 4-1 se proporcionan las ecuaciones de calibración para algunos molinetes, donde la ecuación reportada para el medidor Price-622 es un promedio de las graduaciones para varios molinetes y es aplicable a cualquier instrumento del mismo modelo (en buenas condiciones), dentro de un nivel de confiabilidad de 99%.

Modelo de molinete	Ecuación de calibración
Molinetes de cazoletas:	
Gurley - 622	$v = 0.690904 \cdot rps + 0.014694$
SIW - 017	$v = 0.658 \cdot rps + 0.0090$
Price - 622	$v = 0.6735 \cdot rps + 0.0091$
Molinete tipo hélice:	
Medidor Hoff	$v = 0.296 \cdot rps$

TABLA 4-1. Ecuaciones de calibración para algunos modelos de molinetes.

(Adaptado de: G. Briones Sánchez, I. García Casillas)

El medidor Price es el molinete adoptado oficialmente por la División de Recursos Hidráulicos del Departamento de Geología de Estados Unidos, para el aforo de corrientes. El molinete Gurley es muy usado en los estudios hidrométricos realizados en México.

Aplicación.- Este método consiste básicamente en medir en un área transversal de la corriente, previamente determinada, las velocidades de flujo con las cuales se puede obtener luego el caudal. El lugar elegido para hacer el aforo o medición debe cumplir los siguientes requisitos:

- La sección transversal debe estar bien definida y que en lo posible no se presente agradación o degradación del lecho.
- Debe tener fácil acceso.
- Debe estar en un sitio recto, para evitar las sobre elevaciones y cambios en la profundidad producidos por curvas.
- El sitio debe estar libre de efectos de controles aguas abajo, que puedan producir remansos que afecten luego los valores obtenidos con la curva de calibración.

En el sitio que se decidió hacer el aforo, se hace un levantamiento topográfico completo de la sección transversal, el cual dependiendo de su ancho y profundidad, puede hacerse con una cinta métrica o con un equipo de topografía, Figura 4-8.

La sección escogida se divide en tramos iguales tal como muestra la Figura 4-14. En cada vertical, de las varias en que se divide la sección, se miden velocidades con el molinete a 0.2, 0.6 y 0.8 de la profundidad total. Cada vertical tiene su respectiva área de influencia (sombreada en la gráfica), la cual se determina de la siguiente manera:

Una vez conocido el tirante inicial y_i , y el final y_{i+1} del área de influencia A_i , se determina el tirante promedio:

$$\bar{y} = \frac{y_i + y_{i+1}}{2} \quad (4-11)$$

Luego calculamos el área de influencia A_i mediante la siguiente formula:

$$A_i = \bar{y}_i \cdot b \quad (4-12)$$

donde:

b = ancho del área de influencia

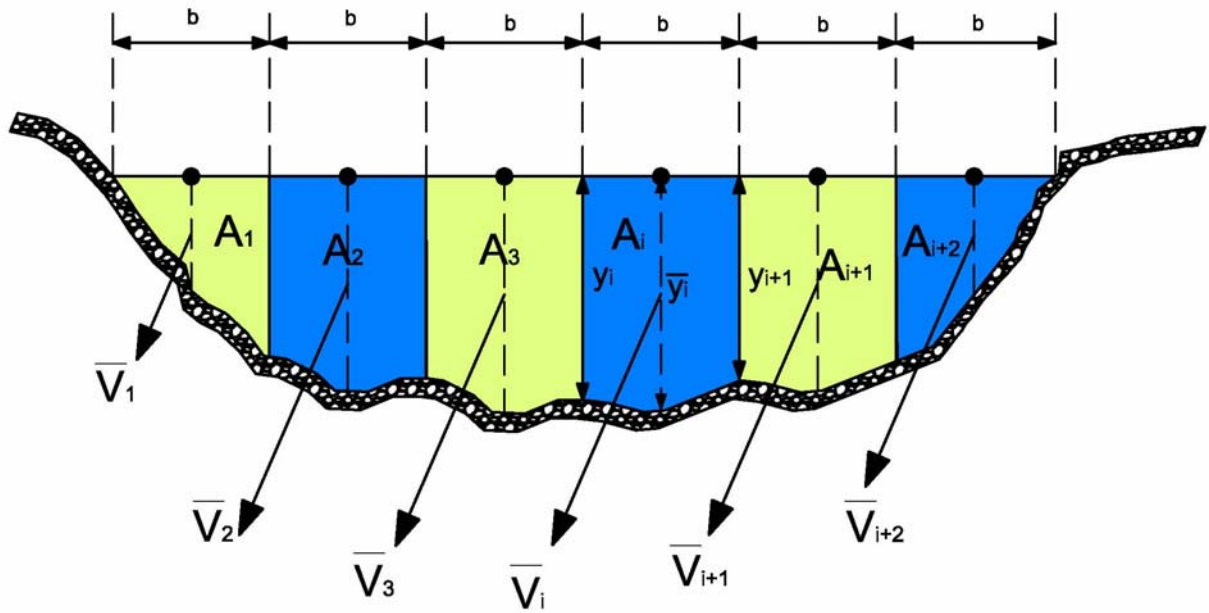


FIGURA 4-14 Sección transversal en el punto de aforo.

Las verticales deben tener las siguientes características:

- El ancho entre ellas (b), no debe ser mayor que 1/15 a 1/20 del ancho total de la sección.
- El caudal Q_i que pasa por cada área de influencia A_i , no debe ser mayor que el 10% del caudal total.
- La diferencia de velocidades entre verticales no debe sobrepasar un 20%.

La velocidad media en cada vertical se determina como:

$$\bar{V}_i = \frac{V_{0.2} + 2 \cdot V_{0.6} + V_{0.8}}{4} \quad (4-13)$$

y el caudal Q_i correspondiente a la respectiva área de influencia, A_i , es:

$$Q_i = \bar{V}_i \cdot A_i \quad (4-14)$$

y el caudal total, Q_T , será entonces:

$$Q_T = \sum_{i=1}^n Q_i \quad (4-15)$$

Cuando las profundidades de la sección son pequeñas, menores de 0.6 m, solo se mide la velocidad a 0.6 de la profundidad, velocidad que se considera representativa de la velocidad media de la vertical.

4.3.2.3. MÉTODO DEL TUBO PITOT

Tubos de Pitot.- Estos tubos fueron empleados por primera vez por el físico francés Pitot, en 1730 (río Sena).

Un tubo de Pitot consiste en un tubo de material transparente con una extremidad doblada en dirección a la corriente del agua, como muestra la Figura 4-15.

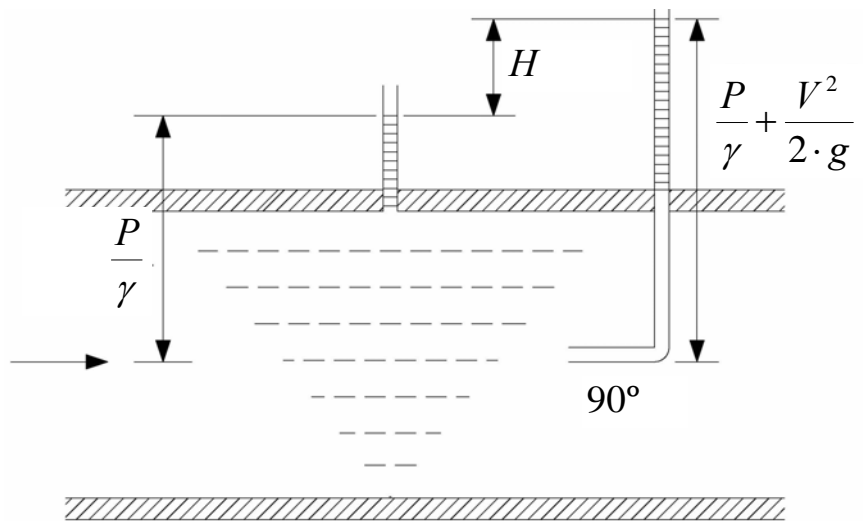


FIGURA 4-15 Tubo de Pitot.

Teóricamente

$$H = \frac{V^2}{2g} \quad (4-16)$$

$$V = \sqrt{2gH} \quad (4-17)$$

En realidad, se debe introducir un coeficiente de corrección C ,

$$V = C\sqrt{2gH} \quad (4-18)$$

El tubo de Pitot solamente conduce a buenos resultados en el caso de corrientes de gran velocidad, siendo por ello más comúnmente empleado en tuberías.

4.3.2.4. AFORO DE LA DESCARGA LIBRE EN TUBERÍAS, POR EL METODO DE LA TRAYECTORIA

La descarga libre de una tubería horizontal o inclinada, fluyendo, llena o parcialmente llena, puede ser conocida aplicando el método de la trayectoria, basado en el principio físico de la caída libre de los cuerpos. Dicho principio establece que la proyección horizontal (x) del chorro es proporcional a la velocidad de salida (V) y al tiempo (t) que tarda el agua en alcanzar un punto definido sobre su trayectoria. En cambio la proyección vertical (y) es el resultado de la aceleración que sufre el chorro en caída libre, por efecto de la gravedad, como se indica en la Figura 4-16.

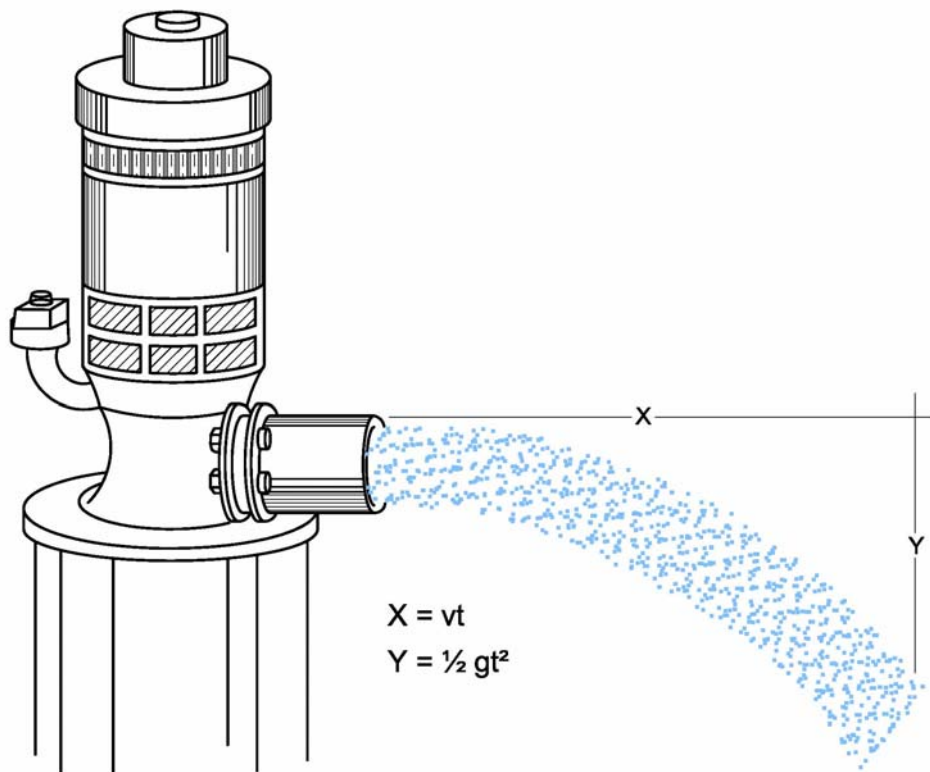


FIGURA 4-16 Aforo de la descarga libre en tuberías, por el método de la trayectoria.

Despreciando la resistencia ofrecida por el aire, la velocidad de salida esta dada por:

$$V = \frac{x}{t} \quad (4-19)$$

Donde el tiempo, expresado en función de la proyección vertical, será equivalente a:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot y}{g}} \quad (4-20)$$

y al sustituir esta expresión en la anterior, se llega a la siguiente ecuación para el cálculo de la velocidad de flujo que involucra las proyecciones x y y :

$$V = \frac{x}{\sqrt{\frac{2 \cdot y}{g}}} = 2.215 \cdot \frac{x}{\sqrt{y}} \quad (4-21)$$

Luego, para conocer el caudal descargado (Q), se multiplica la velocidad de salida por el área transversal de la tubería, perpendicular a la dirección de flujo, siguiendo el procedimiento de cálculo indicado a continuación:

$$Q = A \cdot V = \frac{\pi}{4} \cdot \phi^2 \cdot \left(2.215 \cdot \frac{x}{\sqrt{y}} \right) = k_1 \cdot \phi^2 \cdot \frac{x}{\sqrt{y}} \quad (4-22)$$

Donde:

Q = Caudal aforado (l/s).

k_1 = Constante igual a 1739.4 para obtener el caudal descargado en (l/s), manejando ϕ , x y y en metros.

ϕ = Diámetro interno de la tubería, a flujo completo.

Cuando la descarga de la tubería es parcial, la velocidad del chorro se sigue calculando a partir de las proyecciones x y y , de acuerdo con la expresión $V = x / \sqrt{2 \cdot y / g}$; pero el área parcialmente ocupada por la vena líquida, se determina mediante la siguiente fórmula:

$$A_p = \frac{1}{8} \cdot (\theta - \text{sen } \theta) \cdot \phi^2 \quad (4-23)$$

Donde:

A_p = Área parcialmente ocupada por la descarga de la tubería.

θ y θ° = Ángulo formado en el centro de la tubería con respecto a los límites del espejo del agua, contacto con las paredes internas del ducto; medido en radianes y grados respectivamente.

Para calcular el ángulo θ se debe medir el borde libre (b) por encima del espejo de agua, luego se debe establecer un par de triángulos con hipotenusa igual al radio interno de la tubería (r), y cateto adyacente ($r - y$) conocido, cuya relación trigonométrica proporciona la función coseno del ángulo; equivalente a la mitad del arco $360^\circ - \theta$, como se muestra en la Figura 4-17

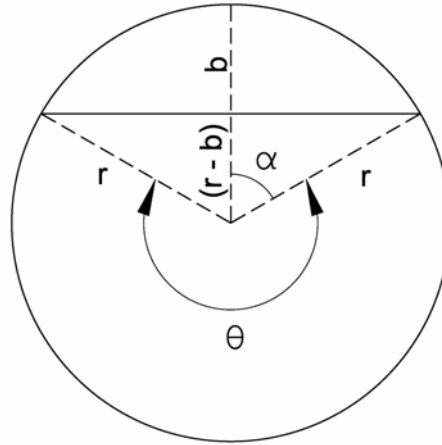


FIGURA 4-17 Trazo auxiliar sobre la circunferencia de una tubería parcialmente llena para calcular el ángulo θ .

La circunferencia completa de la tubería tiene $360^\circ = \theta^\circ + 2\alpha = 2\pi \text{ radianes}$, de donde $\theta^\circ = 360^\circ - 2\alpha$, estando el ángulo α en función del coseno definido por el triángulo rectángulo de hipotenusa r y cateto $(r - b)$, de acuerdo con:

$$\cos \alpha = \frac{r - b}{r} \quad (4-24)$$

Lo cual implica que $\alpha = \arccos\left(\frac{r - b}{r}\right)$, y por tanto:

$$\theta^\circ = 360^\circ - 2\arccos\left(\frac{r - b}{r}\right) \quad (4-25)$$

4.3.3. MÉTODOS QUE UTILIZAN CONTRACCIONES

En los sistemas de riego existen muchos instrumentos disponibles para la medición de sus caudales, los cuales a través de la contracción en una sección permiten la medición del caudal.

Entre los instrumentos disponibles que se tienen para la medición de caudal en un sistema de riego podemos mencionar los siguientes:

- El vertedero que es el dispositivo más práctico y económico, siempre que se disponga de suficiente altura, fueron los primeros instrumentos desarrollados.
- El orificio, ya sea libre o sumergido, como las compuertas, se usa para el control de entrega de agua a las parcelas.
- Aforadores, como Parshall, sin cuello, WSC, etc., son los instrumentos mas comúnmente utilizados; sus ventajas mas destacadas son las pérdidas pequeñas de altura, una exactitud razonable para una gama grande de caudales y la inestabilidad a la velocidad de aproximación.

Estos medidores de caudal serán estudiados a mayor detalle en capítulos posteriores.

4.4. MEDIDORES DE MÁXIMA PRESICIÓN

a) **Medidores ultrasónicos.**- Existen además medidores basados en ultrasonido, estos trabajan bajo los dos principios que se describen a continuación:

- El primero consiste en emitir un sonido de alta frecuencia entre 30 y 40 [kHz] en dirección del fondo y paredes del canal, la onda sonora es reflejada pero también distorsionada en razón de la velocidad de la corriente de agua. Por lo tanto, una forma indirecta de obtener el caudal es medir tal distorsión y relacionarla con la velocidad de la corriente. Este principio funciona adecuadamente en corrientes de agua que no son turbias, ya que las impurezas desvían las ondas sonoras.
- Para el caso de canales por donde fluyen aguas turbias también se emite un sonido de alta frecuencia, pero en este caso se espera que la onda sonora se refleje en las impurezas que lleva el agua, y ya que estas se encuentran en movimiento se presenta el efecto Doppler que varía la frecuencia del sonido reflejado. Por lo tanto,

con base a la variación de la frecuencia sonora y a la sección transversal del canal se determina el gasto del agua.

b) Medidores ópticos.- También hay medidores de flujo de agua que utilizan sensores ópticos y que funcionan con el mismo principio que los ultrasónicos, sólo que en este caso la corriente produce distorsión sobre un haz de luz que por lo regular es infrarrojo.

c) Medidores magnéticos.- Estos medidores trabajan generando un campo magnético por medio de una bobina, éste induce un voltaje en una segunda bobina dentro del canal. La corriente de agua desvía las ondas electromagnéticas y en razón de la velocidad varía la inducción de voltaje.

En el mercado se pueden encontrar varios tipos de medidores, entre los más económicos están basados en el molinete, ya sea puramente mecánico o combinado con dispositivos electrónicos. Por otra parte, los ultrasónicos y ópticos son de precio más elevado ya que requieren un procesamiento de la información más elaborado.

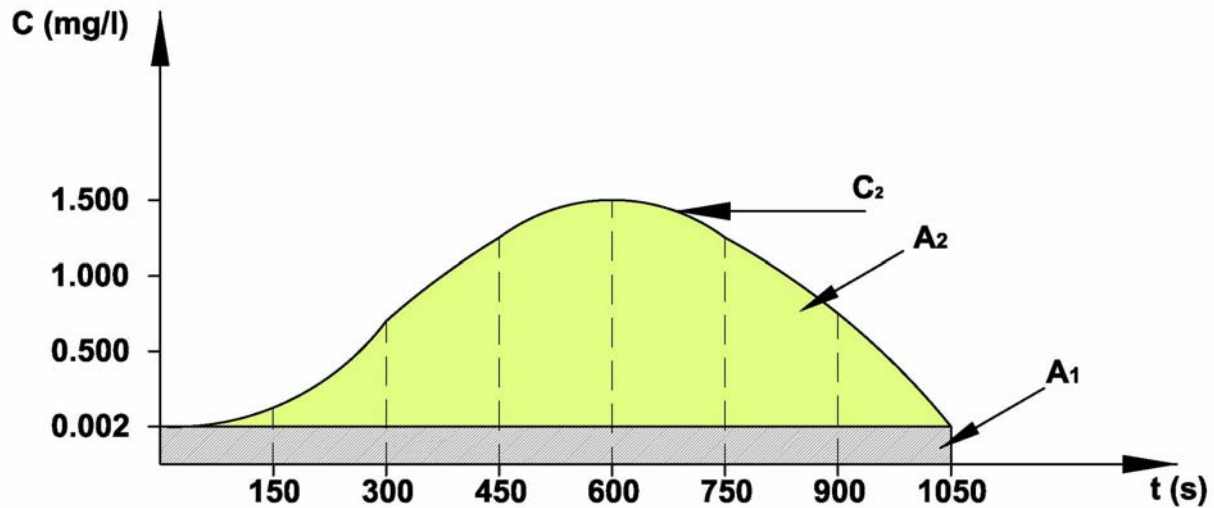
4.5. PROBLEMAS RESUELTOS

4.5.1 Se ha seleccionado una sección apropiada para lanzar trazadores, el volumen de trazador a suministrarse es de 15 lts de cloruro de litio en solución 85 g/l. Se indica que las medidas existentes en el río son de 0.002 mg/l (C_0), además se cuenta con la siguiente información:

Tiempo (s)	Concentración (mg/l)
0	0.002
150	0.239
300	0.811
450	1.354
600	1.537
750	1.283
900	0.477
1050	0.003

Se pide determinar el caudal del río para desperdicios del 10 y 5 %.

Solución:



$$V_1 = 15 \text{ l}$$

C_2 = Función que define la concentración del trazador, en el punto de control en función de t.

$$C_o = 0.002 \text{ mg/l}$$

$$C_1 = 85 \text{ g/l} = 8500 \text{ mg/l}$$

1) Para un desperdicio del 10 %:

$$C_1 = 0.90 \cdot 8500 = 76500 \text{ mg/l}$$

$$Q = \frac{V_1 \cdot C_1}{\int_{t_1}^{t_2} (C_2 - C_o) dt}$$

$$\Rightarrow 76500 \cdot (15) = Q \int_{t_1}^{t_2} (C_2 - C_o) \cdot dt$$

$$76500 \cdot (15) = Q \left[\int_{t_1}^{t_2} C_2 \cdot dt - \int_{t_1}^{t_2} C_o \cdot dt \right]$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{A_2 - A_1}$

$$A_2 = \frac{150}{2} \cdot [0.002 + 0.003 + 2 \cdot (0.239 + 0.811 + 1.354 + 1.537 + 1.283 + 0.477)]$$

$$A_2 = 855.43$$

$$A_1 = 0.002 \cdot 1050 = 2.1$$

$$\Rightarrow A_2 - A_1 = 855.43 - 2.1 = 853.43 \text{ m}^2$$

$$\Rightarrow 76500 \cdot (15) = Q \cdot 853.43$$

$$\Rightarrow Q = 1344.58 \text{ l/s} = 1.34 \text{ m}^3/\text{s}$$

2) Para un desperdicio del 5 %:

$$C_1 = 0.95 \cdot 8500 = 80750 \text{ mg/l}$$

$$\Rightarrow 80750 \cdot (15) = Q \cdot 853.43$$

$$\Rightarrow Q = 1419.27 \text{ l/s} = 1.42 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\therefore 1.34 \leq Q \leq 1.42$$

4.5.2 Una solución de sal común con una concentración de 200g/l fue descargada en un río con un caudal constante de 25 l/s. El río tenía inicialmente una concentración de sal de 10 ppm. Aguas abajo se midió una concentración de 45 ppm. ¿Cuál es el caudal en el río?

Solución:

$$q = 25 \text{ l/s.}$$

$$C_1 = 200 \text{ g/l.}$$

$$C_2 = 10 \text{ ppm.} = 0.01 \text{ g/l.}$$

$$C = 45 \text{ ppm} = 0.045 \text{ g/l}$$

aplicando la ecuación 3-5 se tiene:

$$Q = \frac{q(C_1 - C)}{C - C_2}$$

$$Q = \frac{25 \cdot (200 - 0.045)}{0.045 - 0.01}$$

$$Q = 142825 \text{ l/s}$$

$$Q = 142.825 \text{ m}^3/\text{s}$$

4.5.3 Determinar el caudal descargado por una tubería de 8", parcialmente llena, con 3" de borde libre y con proyecciones $x = 60 \text{ cm}$, $y = 50 \text{ cm}$ sobre la trayectoria del chorro.

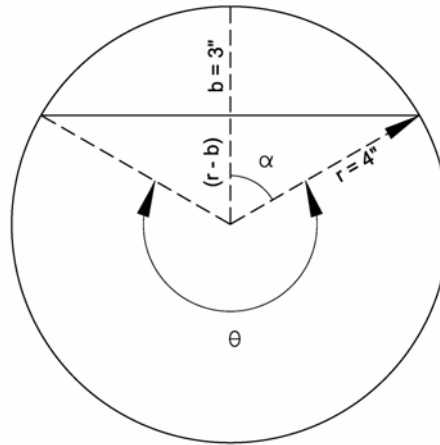
Solución:

$$\theta = 8'' = 0.2032 \text{ m}$$

$$b = 3''$$

$$x = 0.60 \text{ m}$$

$$y = 0.50 \text{ m}$$



Para esta tubería parcialmente llena, primero se determina la velocidad de flujo, aplicando la ecuación 4-21:

$$V = \frac{x}{\sqrt{\frac{2 \cdot y}{g}}} = 2.215 \cdot \frac{x}{\sqrt{y}} = 2.215 \cdot \frac{0.60}{\sqrt{0.50}} = 1.88 \text{ m/s}$$

Luego se calculan los ángulos α y θ , usando las ecuaciones 4-24 y 4-25, respectivamente; para pasar enseguida al cálculo del área parcial (A_p).

$$\cos \alpha = \frac{r - b}{r} = \frac{4 - 3}{4} = 0.25$$

$$\alpha = \arccos(0.25) = 75.5^\circ$$

$$2\alpha = 2 \cdot 75.5^\circ = 151^\circ$$

$$\Rightarrow \theta = 360^\circ - 151^\circ = 209^\circ = 3.65 \text{ rad}$$

$$A_p = \frac{1}{8} \cdot (\theta - \sin \theta) \cdot r^3 = \frac{1}{8} \cdot (3.64695 - \sin(209^\circ)) \cdot (0.2032)^3$$

$$A_p = 213.2 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

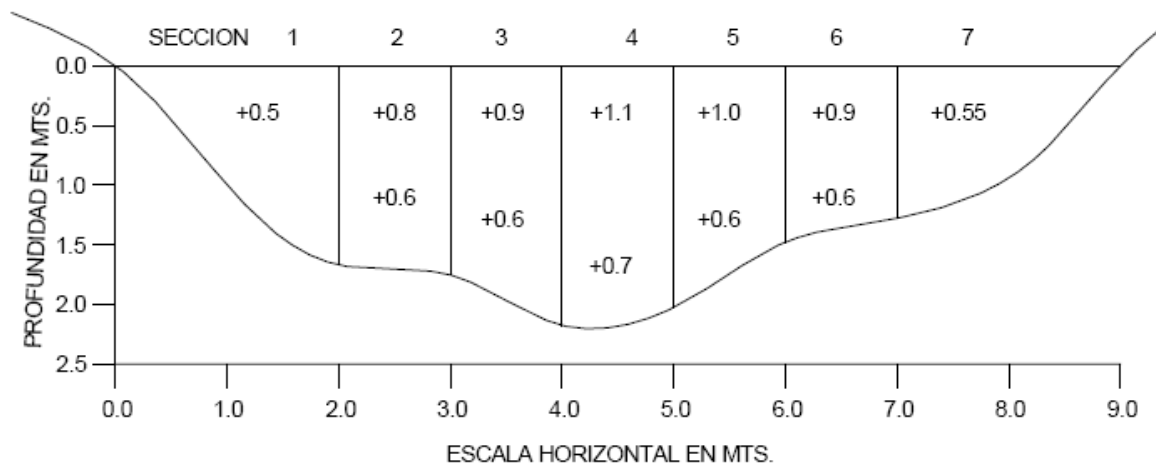
Después de conocer el área parcial, esta se multiplica por la velocidad de flujo para obtener el caudal descargado por el tubo, que para este caso resulta de:

$$Q_p = A_p \cdot v = 1.88 \cdot 213.2 \times 10^{-4}$$

$$Q_p = 0.04007 \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$\boxed{Q_p = 40.07 \text{ l/s}}$$

- 4.5.4** Calcular el caudal de una corriente a partir de las mediciones efectuadas con molinete de eje horizontal (las mediciones se realizaron al 20 y al 80 % de la profundidad), cuyos datos se resumen en la siguiente figura.



Sección	Velocidad de flujo (m/s)		Profundidad (m)	Ancho (m)
	0,2*y	0,8*y		
1	-	-	1,3	2,0
2	0,8	0,6	1,7	1,0
3	0,9	0,6	2,0	1,0
4	1,1	0,7	2,2	1,0
5	1,0	0,6	1,8	1,0
6	0,9	0,6	1,4	1,0
7	-	-	0,7	2,0

Solución:

1	2	3	4	5	6	7	8
Sección	Velocidad de flujo (m/s)			Profundidad promedio (m)	Ancho (m)	Área (m2) col 5 x col 6	(m³/s) col 4 x col 7
	0,2*y	0,8*y	Media				
1	-	-	0,5	1,3	2,0	2,6	1,30
2	0,8	0,6	0,7	1,7	1,0	1,7	1,19
3	0,9	0,6	0,75	2,0	1,0	2,0	1,50
4	1,1	0,7	0,9	2,2	1,0	2,2	1,98
5	1,0	0,6	0,8	1,8	1,0	1,8	1,44
6	0,9	0,6	0,75	1,4	1,0	1,4	1,05
7	-	-	0,55	0,7	2,0	1,4	0,77
TOTAL							9,23

y es la profundidad de la corriente en el punto medio de cada sección.

Columna 1: Es la sección tomada para el cálculo.

Columna 2: Es la velocidad de flujo medida a $0.2 \cdot y$

Columna 3: Es la velocidad de flujo medida a $0.8 \cdot y$

Columna 4: Velocidad media $V_{med} = \frac{V_{0.2} + V_{0.8}}{2}$

Columna 5: Profundidad promedio del lecho

Columna 6: Ancho del segmento

Columna 7: Área de la porción del canal (columna 5 x columna 6).

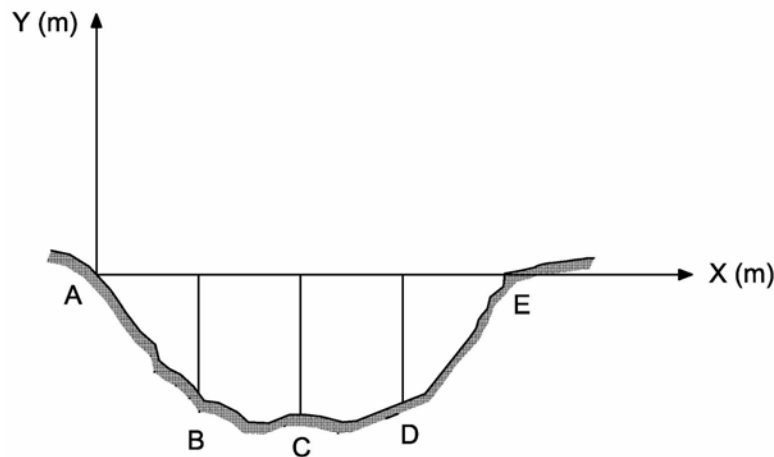
Columna 8: caudal de esa área (columna 4 x columna 7).

4.6. PROBLEMAS PROPUESTOS

4.6.1 Durante el aforo de una corriente de sección transversal cuyas coordenadas vienen expresadas en la siguiente tabla:

PUNTO	X (m)	Y (m)
A	0.000	0.000
B	0.825	-1.500
C	1.650	-2.350
D	2.475	-1.730
E	3.300	0.000

un flotador superficial recorrió una distancia de 100 m en 122, 128, 123, 124 y 125 segundos. Determinar el caudal que atraviesa la sección del canal. (Considerar un coeficiente de corrección de la velocidad superficial $k = 0.70$)



- 4.6.2** Durante un aforo con molinete de cazoletas Price 622, se tomaron las siguientes lecturas. Calcular el caudal.

Sección (cm)	Tirante (cm)	Rpm
0-20	8	31
20-40	10	40
40-60	8	30

Solución:

$$Q = 17.5 \text{ l/s}$$

- 4.6.3** Cual es el caudal que descarga un tubo horizontal de 6" de diámetro, parcialmente lleno, cuando el borde libre es de 4", $x = 30 \text{ cm}$, $y = 45 \text{ cm}$.

Solución:

$$Q = 5.3 \text{ l/s}$$

- 4.6.4** Se ha seleccionado una sección apropiada para lanzar trazadores, el volumen de trazador a suministrarse es de 20 l de cloruro de sodio con una concentración de 80 g/l. Se indica que las medidas existentes en el río son de 0.002 mg/l (C_0), además se cuenta con la siguiente información:

TIEMPO (s)	CONCENTRACION (mg/l)
0	0
150	0.002
300	0.239
450	0.811
600	1.354
750	1.537
900	1.283
1050	0.477
1300	0.003
1450	0

Calcular el caudal del río.

- 4.6.5** Calcular el caudal total, que pasa por una sección de río cuyos datos se presentan en las siguientes tablas:

Distancia en mts. desde el este de la sección	Profundidad en mts.
0	0
0,7	0,57
1,4	0,88
2,1	0,94
2,8	0,87
3,5	0,55
4,1	0

Distancia en mts. desde el este de la sección	Profundidad en mts. a la que ha sido medida la velocidad	Velocidad del flujo (m/s)
0,35	0,17	0,23
1,05	0,44	0,52
1,75	0,55	0,66
2,45	0,54	0,64
3,15	0,43	0,55
3,75	0,17	0,21

CAPÍTULO 5

ENERGÍA, MOMENTUM Y FENÓMENOS LOCALES

5.1. ENERGÍA DEL FLUJO EN CANALES ABIERTOS

La energía total de cualquier línea de corriente que pasa a través de una sección se define como la suma de las energías de posición, más la de presión y más la de velocidad, es decir:

$$\text{Energía total} = \text{Energía de posición} + \text{Energía de presión} + \text{Energía de velocidad}$$

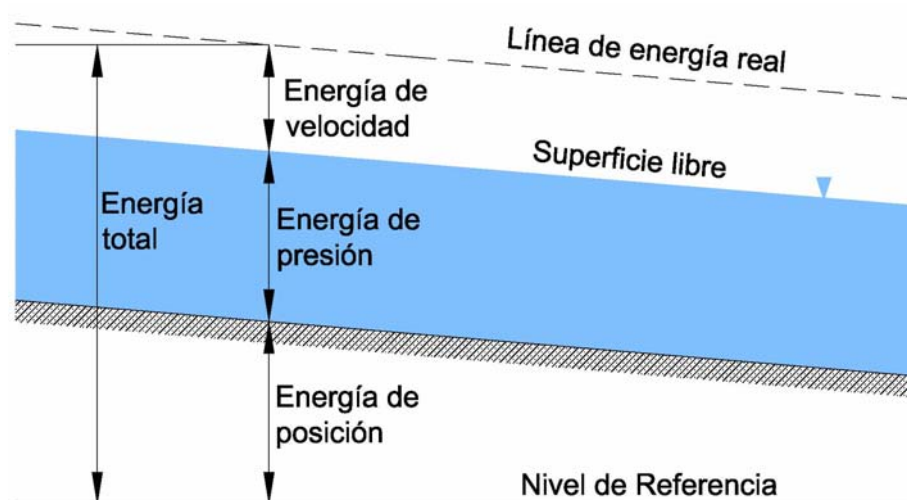


FIGURA 5-1 Energía total en una sección de un canal.

Con respecto al plano de referencia de la Figura 5-2, la altura total E de una sección O que contiene el punto A en una línea de corriente del flujo de un canal de pendiente alta puede escribirse como:

$$E = Z_A + y_A \cdot \cos \theta + \frac{V_A^2}{2 \cdot g} \quad (5-1)$$

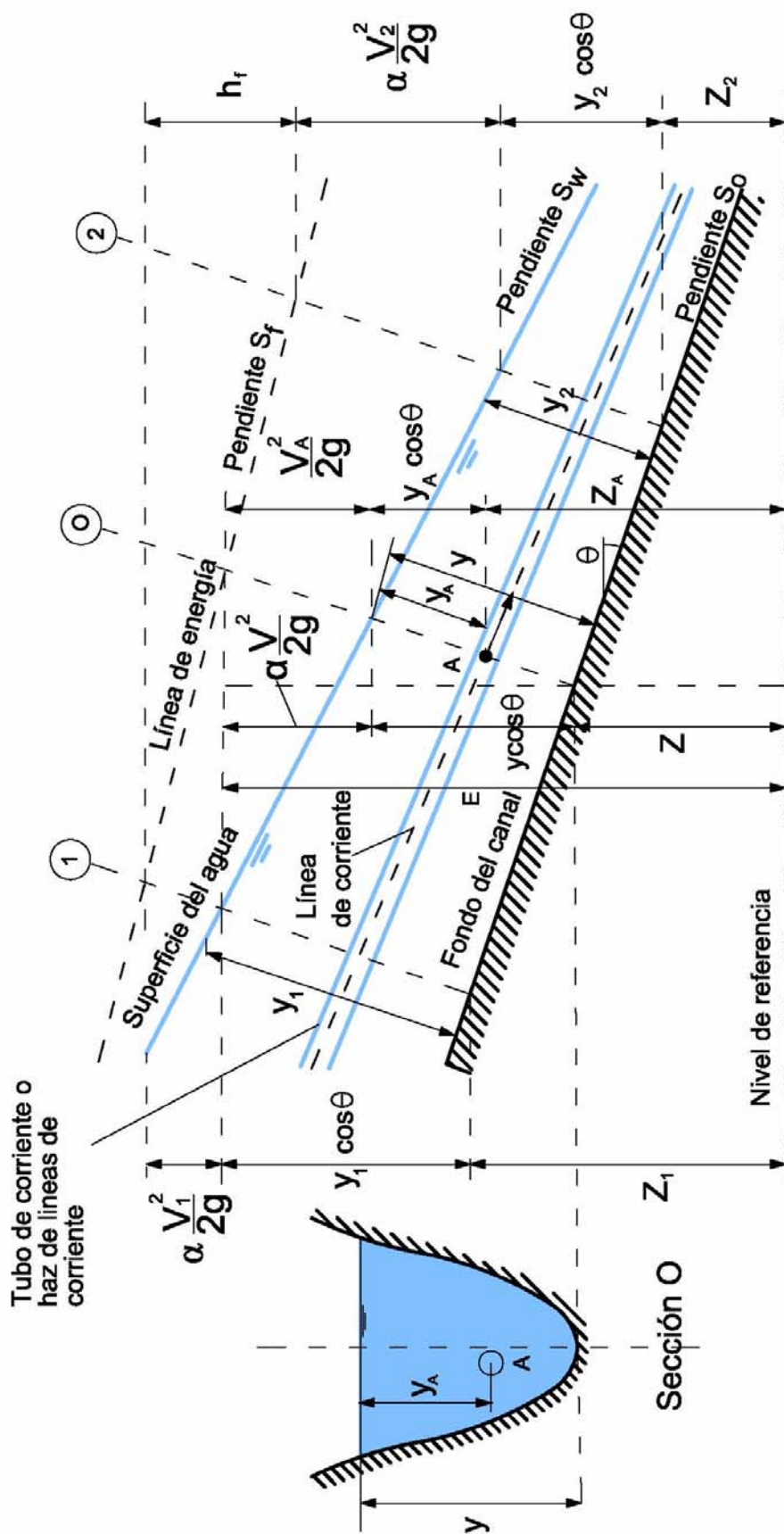


FIGURA 5-2 Energía de un flujo gradualmente variado en canales abiertos.

Donde:

Z_A = elevación del punto A por encima del plano de referencia

y_A = profundidad del punto A por debajo de la superficie del agua

θ = ángulo de la pendiente del fondo del canal.

$V_A^2 / 2g$ = altura de velocidad del flujo en la línea de corriente que pasa a través de A .

En general, cada línea de corriente que pasa a través de una sección de canal tendrá una altura de velocidad diferente, debido a la distribución no uniforme de velocidades en flujos reales. Solo en un flujo paralelo ideal con distribución uniforme de velocidades la altura de velocidad puede ser idéntica para todos los puntos de la sección transversal. En el caso del flujo gradualmente variado, sin embargo, para propósitos prácticos, puede suponerse que las alturas de velocidad para todos los puntos de la sección del canal son iguales y, con el fin de tener en cuenta la distribución no uniforme de velocidades, puede utilizarse el coeficiente de energía para corregir este efecto. Luego la energía total en la sección es:

$$E = Z + y \cdot \cos \theta + \alpha \cdot \frac{V^2}{2 \cdot g} \quad (5-2)$$

Para canales con pendientes bajas, $\theta \approx 0$. la energía total en la sección del canal es:

$$E = Z + y + \alpha \cdot \frac{V^2}{2 \cdot g} \quad (5-3)$$

Ahora si se considera un canal prismático con pendiente alta, Figura 5-2. La línea que representa la elevación de la altura total de flujo es la línea de energía. La pendiente de esa línea se conoce como gradiente de energía, representada por S_f .

La pendiente de la superficie del agua se representa por S_w y la pendiente del fondo del canal por $S_o = \sin \theta$. En el flujo uniforme, $S_f = S_w = S_o = \sin \theta$.

Como la energía por unidad de peso (m-kg/kg) se expresa en unidades de longitud, entonces los elementos de la ecuación 5-3 se expresan de la siguiente forma:

E = altura total de sección

Z = altura de posición

y = altura de presión

$\alpha \cdot \frac{V^2}{2 \cdot g}$ = altura de velocidad

siendo: $Z + y$ la altura piezométrica

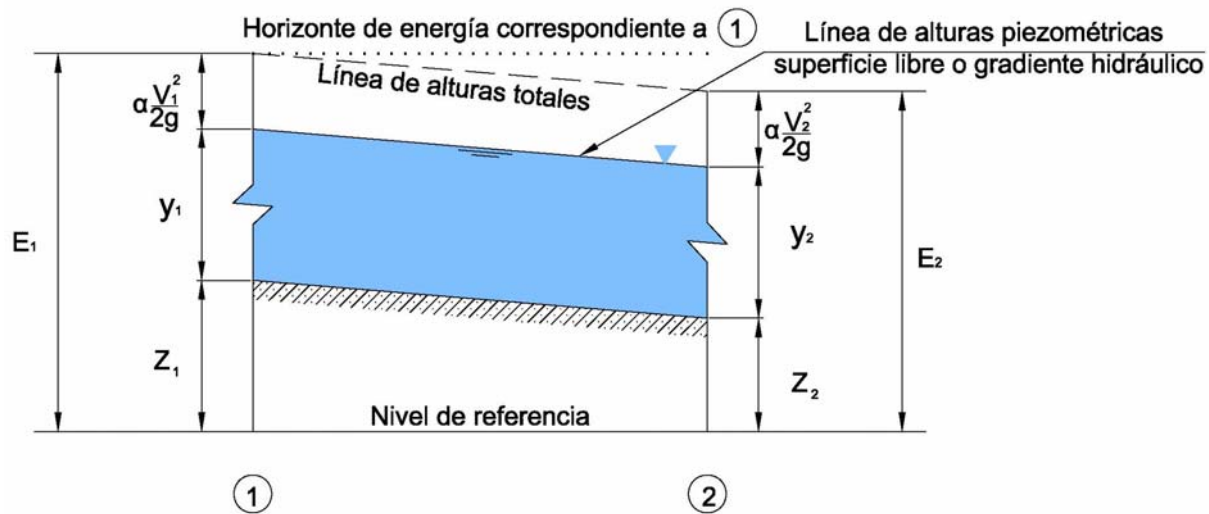


FIGURA 5-3 Línea de alturas totales, piezométricas y horizonte de energía.

Si la energía total se expresa por unidad de peso, se obtiene la forma más conocida de la ecuación de Bernoulli, la cual se representa como:

$$E = Z + \frac{P}{\gamma} + \alpha \cdot \frac{V^2}{2 \cdot g} = ctte. \quad (5-4)$$

$$E = Z + y + \alpha \cdot \frac{V^2}{2 \cdot g} = ctte. \quad (5-5)$$

donde :

E = energía total en la sección

Z = energía de posición o de elevación

y = tirante en la sección

V = velocidad media que lleva el flujo en esa sección

α = coeficiente de Coriolis para la sección¹

De acuerdo con el principio de conservación de energía, la altura de energía total en la sección (1) localizada aguas arriba debe ser igual a la altura de energía en la sección (2) localizada aguas abajo.

¹ Para un estudio completo de este tema véase Capítulo 3

En el caso de un fluido ideal, la energía E en (1) es igual a la energía en (2). Para el caso de un fluido real hay una pérdida de energía entre (1) y (2). En realidad no es energía pérdida, sino transformada a calor debido a la fricción. En este caso, la ecuación de la energía para el tramo (1) y (2) se muestra en la Figura 5-4 y se representa como:

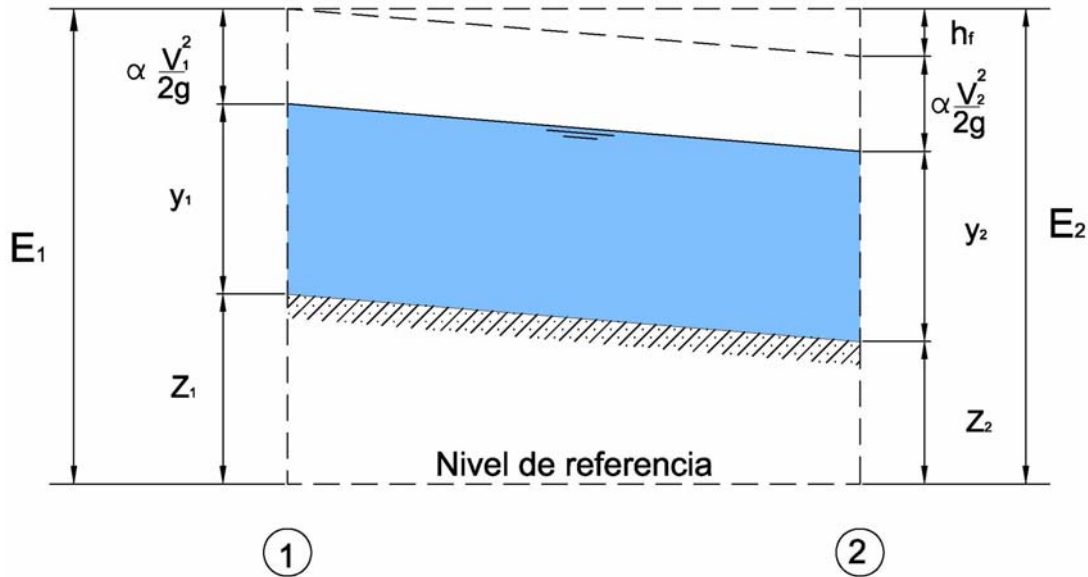


FIGURA 5-4 Energía en las secciones 1 y 2.

$$Z_1 + y_1 \cdot \cos \theta + \alpha \cdot \frac{V_1^2}{2 \cdot g} = Z_2 + y_2 \cdot \cos \theta + \alpha \cdot \frac{V_2^2}{2 \cdot g} + h_f \quad (5-6)$$

Esta ecuación es aplicable a flujos paralelos o gradualmente variados. Para un canal de pendiente pequeña ($\theta \approx 0$ y $\cos \theta \approx 1$), esta se convierte en:

$$Z_1 + y_1 + \alpha \cdot \frac{V_1^2}{2 \cdot g} = Z_2 + y_2 + \alpha \cdot \frac{V_2^2}{2 \cdot g} + h_f \quad (5-7)$$

o bien:

$$E_1 = E_2 + h_f \quad (5-8)$$

donde:

h_f = disipación de energía entre las secciones (1) y (2)

5.2. ENERGÍA ESPECÍFICA

La energía específica² en la sección de un canal se define como la energía por kilogramo de agua que fluye a través de la sección, medida con respecto al fondo del canal.

De lo anterior, la ecuación de Bernoulli, para la sección del canal es:

$$E = Z + y + \alpha \cdot \frac{V^2}{2 \cdot g} \quad (5-9)$$

donde $Z = 0$ (ya que el nivel de referencia es el fondo del canal) obteniéndose la ecuación de la energía específica:

$$E = y + \alpha \cdot \frac{V^2}{2 \cdot g} \quad (5-10)$$

Mediante la energía específica se pueden resolver los más complejos problemas de transiciones cortas en las que los efectos de rozamiento son despreciables.

Si consideramos $\alpha = 1$, se tiene:

$$E = y + \frac{V^2}{2 \cdot g} \quad (5-11)$$

Pero, de la ecuación de continuidad, para un canal de cualquier forma, se tiene:

$$V = \frac{Q}{A} \quad (5-12)$$

Finalmente tendremos:

$$E = y + \frac{Q^2}{2 \cdot g \cdot A^2} \quad (5-13)$$

Suponiendo que Q es constante y A es función del tirante, la energía específica es función únicamente del tirante.

Graficando la ecuación 5-13 para un caudal constante (Figura 5-5), se obtiene una curva de dos ramas, lo cual se puede apreciar del siguiente análisis:

² El concepto de Energía específica fue introducido por primera vez por Boris A. Backmeteff en 1912

$$\text{Si } y \rightarrow 0 \Rightarrow A \rightarrow 0, \text{ luego: } \frac{Q^2}{2 \cdot g \cdot A^2} \rightarrow \infty \Rightarrow E \rightarrow \infty$$

$$\text{Si } y \rightarrow \infty \Rightarrow A \rightarrow \infty, \text{ luego: } \frac{Q^2}{2 \cdot g \cdot A^2} \rightarrow 0 \Rightarrow E \rightarrow \infty$$

es decir, $E \rightarrow \infty$ cuando $y \rightarrow 0$ así como cuando $y \rightarrow \infty$, lo que indica que para valores del intervalo $0 < y < \infty$, habrán valores definidos de E , y que debe haber un valor mínimo de E .

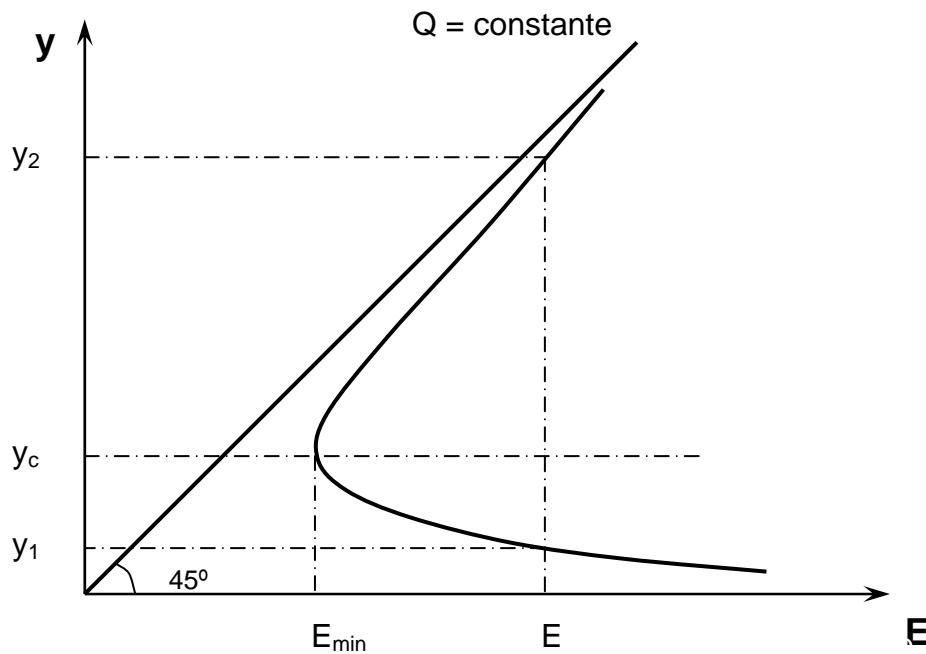


FIGURA 5-5 Curva de energía específica.

Los tirantes y_1 y y_2 que se obtienen para una misma energía específica, se denominan **tirantes alternos o correspondientes**, y_c que corresponde a la energía específica mínima, se le llama tirante crítico.

En la Figura 5-6, la curva específica tiene dos ramas, AC y BC . La rama AC se aproxima asintóticamente al eje horizontal hacia la derecha. La rama BC se aproxima a la línea OD a medida que se extiende hacia arriba y hacia la derecha. La línea OD es una línea que pasa a través del origen y tiene un ángulo de inclinación igual a 45° . Para un canal de pendiente alta, el ángulo de inclinación de la línea OD será diferente de 45° . En cualquier punto P de esta curva, la ordenada representa la profundidad y la abscisa representa la energía específica, que es igual a la suma de la altura de presión y y la altura de velocidad $V^2 / 2g$.

La curva muestra que, para una energía específica determinada, existen dos posibles profundidades, la profundidad baja y_1 y la profundidad alta y_2 . La profundidad baja es la profundidad alterna de la profundidad alta, y viceversa. En el punto C , la energía específica es mínima. Más adelante se probará que esta condición de energía específica mínima corresponde al estado crítico de flujo. Por consiguiente, en el estado crítico es claro que las dos profundidades alternas se convierten en una, la cual es conocida como profundidad crítica y_c . Cuando la profundidad de flujo es mayor que la profundidad crítica, la velocidad de flujo es menor que la velocidad crítica para un caudal determinado y, por consiguiente, el flujo es subcrítico. Cuando la profundidad del flujo es menor que la profundidad crítica, el flujo es supercrítico. Por tanto, y_1 es la profundidad de un flujo supercrítico y y_2 es la profundidad de un flujo subcrítico.

Si el caudal cambia, existirá un cambio correspondiente en la energía específica. Las dos curvas $A'B'$ y $A''B''$ (Figura 5-6) representan posiciones de la curva de energía específica cuando el caudal es menor y mayor, respectivamente, que el caudal utilizado para la construcción de la curva AB .

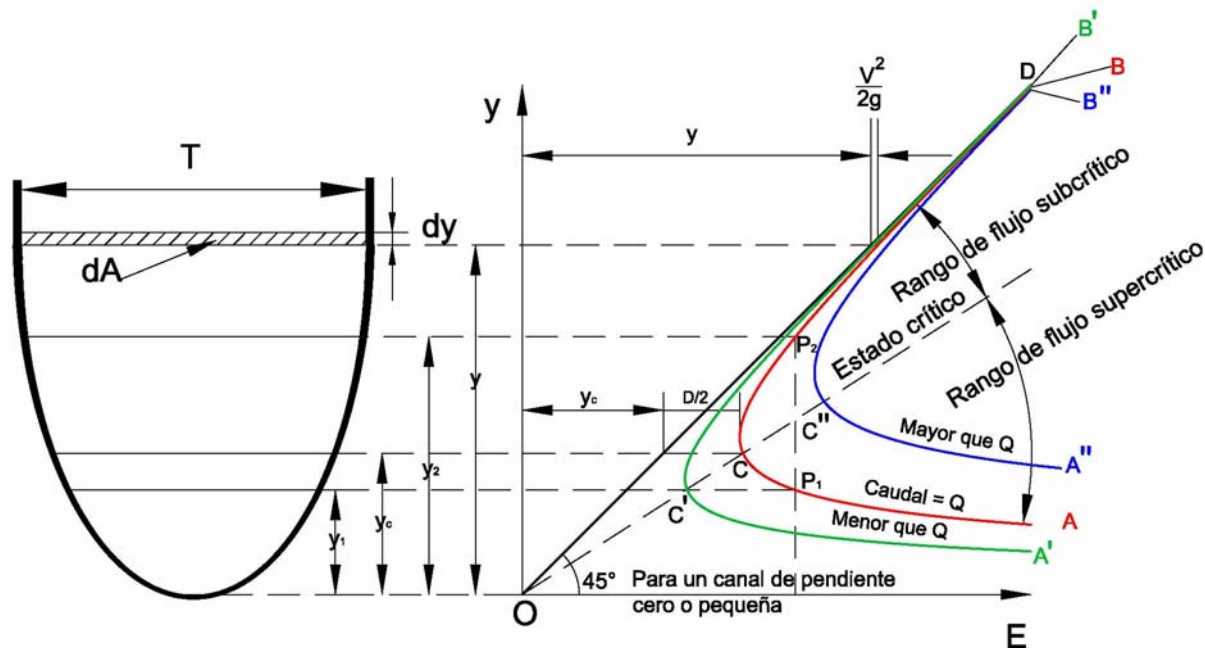


FIGURA 5-6 Curva de energía específica.

5.3. MOMENTUM DEL FLUJO EN CANALES ABIERTOS

En una sección de un canal, en la cual pasa un caudal Q con una velocidad V , la cantidad de movimiento en la unidad de tiempo, se expresa por:

$$\text{cantidad de movimiento} = \beta \cdot \delta \cdot Q \cdot V$$

donde: β = Coeficiente de Boussinesq³

V = Velocidad media

δ = densidad del fluido

Q = caudal

Considerando un tramo de un canal de sección transversal cualquiera, por ejemplo donde se produce el resalto hidráulico y tomamos el volumen de control limitado por las secciones (1) y (2), (antes y después del resalto), por el piso del canal y por la superficie libre, como se muestra en la Figura 5-7

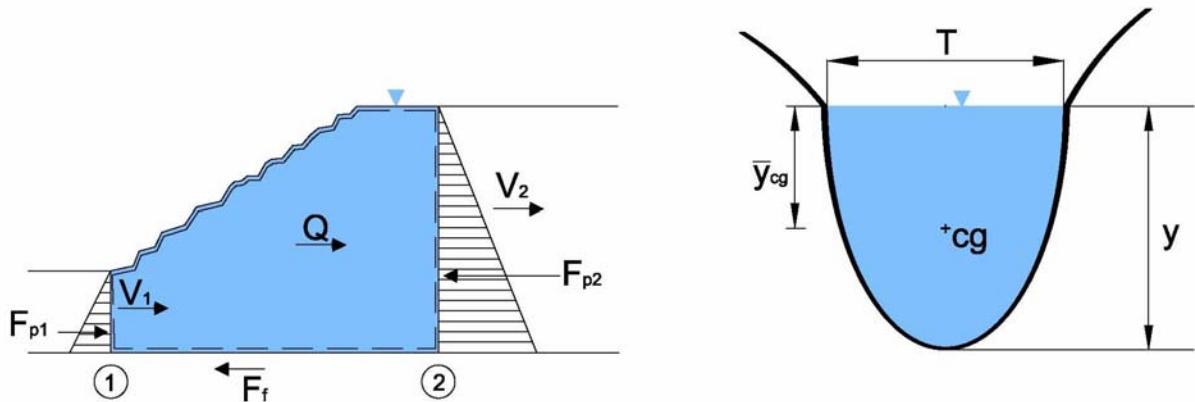


FIGURA 5-7 Volumen de control para definir la ecuación de la cantidad de movimiento.

La variación de la cantidad de movimiento entre las secciones (1) y (2) será:

$$\text{Variación de cantidad de movimiento} = \delta \cdot Q \cdot (\beta_2 \cdot V_2 - \beta_1 \cdot V_1) \quad (5-14)$$

De acuerdo con la segunda ley de Newton: "La suma de las fuerzas exteriores es igual al cambio de la cantidad de movimiento", aplicando este principio a las secciones (1) y (2) del canal se tiene:

$$\Sigma F \text{ exteriores} = \text{cambio de cantidad de movimiento}$$

$$\Sigma F \text{ exteriores} = \delta \cdot Q \cdot (\beta_2 \cdot V_2 - \beta_1 \cdot V_1)$$

³ Para un estudio completo de este tema véase Capítulo 3

siendo :

$$\Sigma F \text{ exteriores} = F_{p1} - F_{p2} + W \cdot \text{sen} \alpha - F_f$$

donde :

F_{p1}, F_{p2} = fuerza de presión actuando en las dos secciones.

W = peso del fluido ($W \cdot \text{sen} \alpha$), peso del fluido en el sentido del movimiento).

F_f = fuerza externa total de resistencia que se opone al movimiento

luego:

$$\delta \cdot Q \cdot (\beta_2 \cdot V_2 - \beta_1 \cdot V_1) = F_{p1} - F_{p2} + W \cdot \text{sen} \alpha - F_f \quad (5-15)$$

además

$$\gamma = \delta \cdot g$$

donde :

γ = Peso específico del fluido.

g = Aceleración de la gravedad

Finalmente se tiene:

$$\frac{Q \cdot \gamma}{g} \cdot (\beta_2 \cdot V_2 - \beta_1 \cdot V_1) = F_{p1} - F_{p2} + W \cdot \text{sen} \alpha - F_f \quad (5-16)$$

Esta ecuación es conocida como la ecuación de la cantidad de movimiento o **momentum**.

Para un flujo paralelo o gradualmente variado, los valores de F_{p1} y F_{p2} en la ecuación de momentum pueden calcularse suponiendo una distribución hidrostática de presiones. Para un flujo curvilíneo o rápidamente variado, sin embargo, la distribución de presiones no es hidrostática; por consiguiente los valores de F_{p1} y F_{p2} no pueden calcularse de esta manera y deben corregirse para tener en cuenta los efectos de curvatura de las líneas de corriente de flujo. Al simplificar, F_{p1} y F_{p2} pueden remplazarse, respectivamente, por $\beta_1' \cdot F_{p1}$ y $\beta_2' \cdot F_{p2}$ donde β_1' y β_2' son los coeficientes de corrección en las dos secciones. Estos coeficientes se conocen como coeficientes de distribución de presiones. Como F_{p1} y F_{p2} son fuerzas, los coeficientes pueden llamarse específicamente coeficientes de fuerza. Puede demostrarse que el coeficiente de fuerza se expresa mediante:

$$\beta' = \frac{1}{A \cdot \bar{z}} \cdot \int_0^A h \cdot dA = 1 + \frac{1}{A \cdot \bar{z}} \cdot \int_0^A c \cdot dA \quad (5-17)$$

donde \bar{z} es la profundidad del centroide del área mojada A por debajo de la superficie libre, h es la altura de presión del área elemental dA y c es la corrección de altura de presión. Con facilidad puede verse que β' es mayor que 1.0 para flujo cóncavo, menor que 1.0 para flujo convexo e igual a 1.0 para flujo paralelo.

Puede demostrarse que la ecuación de momentum es similar a la ecuación de energía cuando se aplica a ciertos problemas de flujo. En este caso, se considera un flujo gradualmente variado; de acuerdo con esto, la distribución de presiones en las secciones puede suponerse hidrostática, y $\beta' = 1$. También, se supone que la pendiente del canal es relativamente baja. luego, en el tramo corto de un canal rectangular de baja pendiente y ancho b (Figura 5-8).

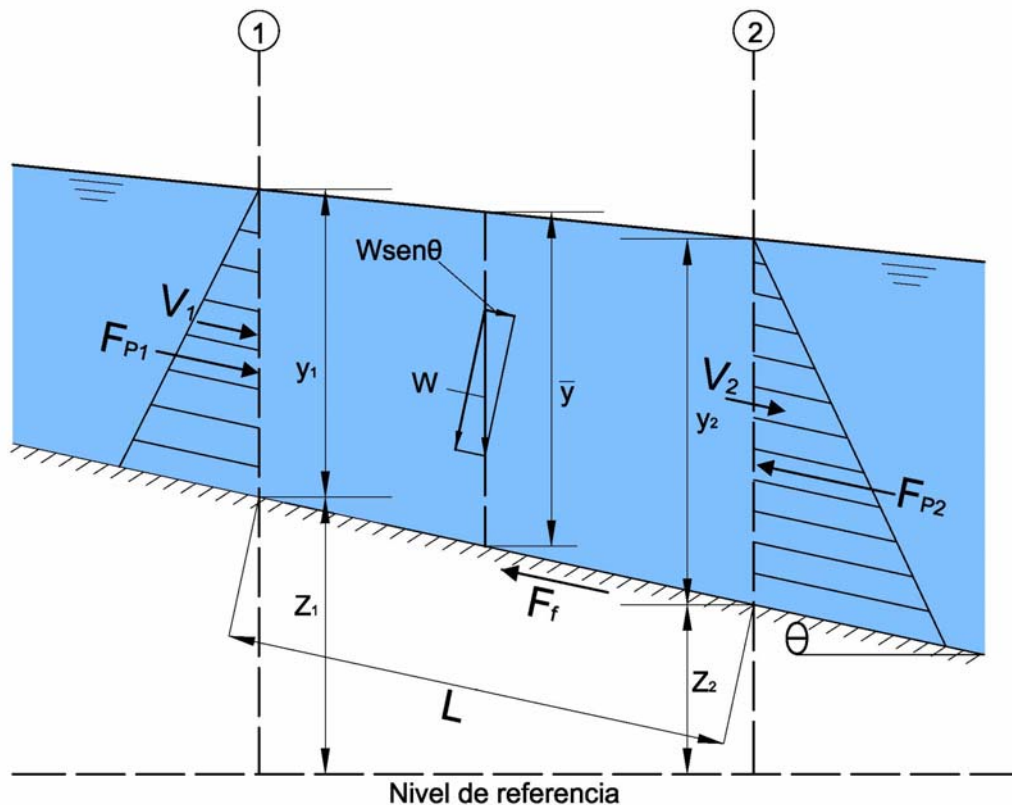


FIGURA 5-8 Aplicación del principio de momentum.

$$F_{p1} = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot b \cdot y_1^2 \quad (5-18)$$

$$F_{p2} = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot b \cdot y_2^2 \quad (5-19)$$

suponiendo

$$F_f = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot h_f' \cdot b \cdot \bar{y} \quad (5-20)$$

donde h_f' es la altura de fricción y \bar{y} es la profundidad promedio, o $\frac{(y_1 + y_2)}{2}$.

El caudal a través del tramo puede tomarse como el producto de la velocidad promedio y del área promedio, o:

$$Q = \frac{(V_1 + V_2)}{2} \cdot b \cdot \bar{y} \quad (5-21)$$

También, es evidente que el peso del cuerpo del agua es:

$$W = \gamma \cdot b \cdot \bar{y} \cdot L \quad (5-22)$$

$$\text{sen } \theta = \frac{(Z_1 - Z_2)}{L} \quad (5-23)$$

Al sustituir todas las expresiones anteriores en los ítems correspondientes de la ecuación (5-17) y al simplificar:

$$Z_1 + y_1 + \beta_1 \cdot \frac{V_1^2}{2 \cdot g} = Z_2 + y_2 + \beta_2 \cdot \frac{V_2^2}{2 \cdot g} + h_f' \quad (5-24)$$

En efecto, esta ecuación es la misma que la ecuación de la energía (5-7).

Sin embargo, en teoría, las dos ecuaciones no solo utilizan diferentes coeficientes de distribución de velocidad, a pesar de que estos son casi iguales, si no que involucran significados diferentes para las pérdidas de fricción. En la ecuación de energía, el h_f mide la energía interna disipada en la masa completa del agua dentro del tramo, en tanto que el h_f' , en

la ecuación de momentum mide las pérdidas debidas a fuerzas externas ejercidas por el agua sobre las paredes del canal.

Al no considerar la pequeña diferencia entre los coeficientes α y β , parece que, en el flujo gradualmente variado, las pérdidas de energía interna en realidad son idénticas con las pérdidas debidas a fuerzas externas. En el caso de flujo uniforme, la tasa a la cual las fuerzas superficiales actúan, es igual a la tasa de disipación de energía. Por consiguiente en este caso no existe una diferencia entre h_f y h_f' , excepto en la definición.

La similitud entre las aplicaciones de los principios de energía y momentum puede resultar confusa. Un entendimiento claro de las diferencias básicas de su constitución es importante, a pesar del hecho de que en muchos casos los dos principios producirán resultados prácticamente idénticos. ***La distinción inherente entre los dos principios reside en el hecho de que la energía es una cantidad escalar en tanto que el momentum es una cantidad vectorial***; también, la ecuación de energía contiene un término para pérdidas internas, en tanto que la ecuación de momentum contiene un término para la resistencia interna.

En general, el principio de energía ofrece una explicación más simple y clara que la dada por el principio de momentum. Pero el principio de momentum tiene ciertas ventajas de aplicación a problemas que involucran grandes cambios en la energía interna, como el problema del resalto hidráulico. Si la aplicación de energía se aplica a tales problemas, las pérdidas de energía interna desconocidas representadas por h_f son indeterminadas y la omisión de este término podría dar como resultado errores considerables. Si en su lugar se aplica la ecuación de momentum a estos problemas, debido a que esta solo tiene en cuenta fuerzas externas, los efectos de las fuerzas internas estarán por completo fuera de consideración y no tendrían que ser evaluados. El término para las pérdidas por fricción debido a las fuerzas externas, por otro lado, es poco importante en tales problemas y puede omitirse con toda seguridad, debido a que el fenómeno ocurre en un tramo corto del canal y los efectos debidos a las fuerzas externas son insignificantes en comparación con las pérdidas internas.

5.4. FENÓMENOS LOCALES

En los canales abiertos a menudo ocurren cambios en el estado de flujo subcrítico a supercrítico, y viceversa. Tales cambios se manifiestan con un correspondiente cambio en la profundidad de flujo de una profundidad alta a una profundidad baja, o viceversa. Si el cambio

ocurre con rapidez a lo largo de una distancia relativamente corta, el flujo es rápidamente variado y se conoce como fenómeno local. La caída hidráulica y el resalto hidráulico son dos tipos de fenómenos locales, los cuales se describen a continuación.

5.4.1. CAÍDA HIDRÁULICA

Un cambio rápido en la profundidad de flujo de un nivel alto a un nivel bajo resultará en una depresión abrupta de la superficie del agua. Por lo general tal fenómeno es causado por un cambio abrupto en la pendiente del canal o en la sección transversal y se conoce como caída hidráulica.

En la región de transición de la caída hidráulica a menudo aparece una curva invertida que conecta las superficies del agua antes y después de la caída. El punto de inflexión en la curva inversa marca la posición aproximada de la profundidad crítica para la cual la energía específica es mínima y el flujo pasa de un estado subcrítico a un estado supercrítico.

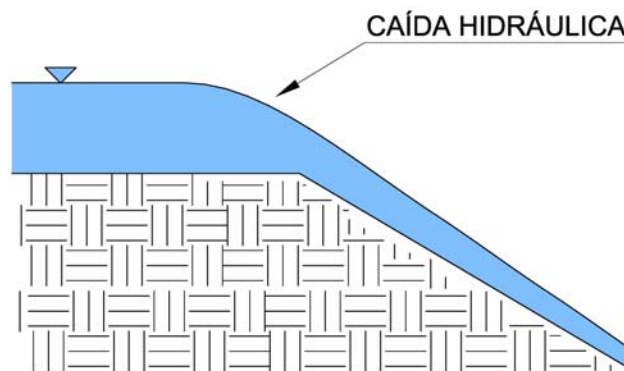


FIGURA 5-9 Caída hidráulica

5.4.2. CAÍDA LIBRE

Es un caso especial de la caída hidráulica. Esta ocurre cuando existe una discontinuidad en el fondo de un canal plano. A medida que la caída libre avanza en el aire en forma de lámina, no existirá curva invertida en la superficie del agua hasta que esta choque con algún objeto en la elevación mas baja. Es una ley natural que, si no se añade energía externa, la superficie del agua buscara siempre la posición más baja posible, la cual corresponde al menor contenido posible de disipación de energía. Si la energía específica en una sección localizada aguas arriba es E , tal como se muestra en la curva de energía específica, la energía continuará disipándose en su camino hacia aguas abajo y por último

alcanzará un contenido de energía mínimo E_{min} . La curva de energía específica muestra que la sección de energía mínima o sección crítica debe ocurrir en el borde de la caída. La profundidad en el borde no puede ser menor que la profundidad crítica debido a que una disminución adicional en la profundidad requeriría un incremento en la energía específica, lo cual es imposible a menos que se suministre energía externa compensatoria.

La curva teórica de la superficie del agua en una caída libre se muestra como una línea punteada en la Figura 5-10

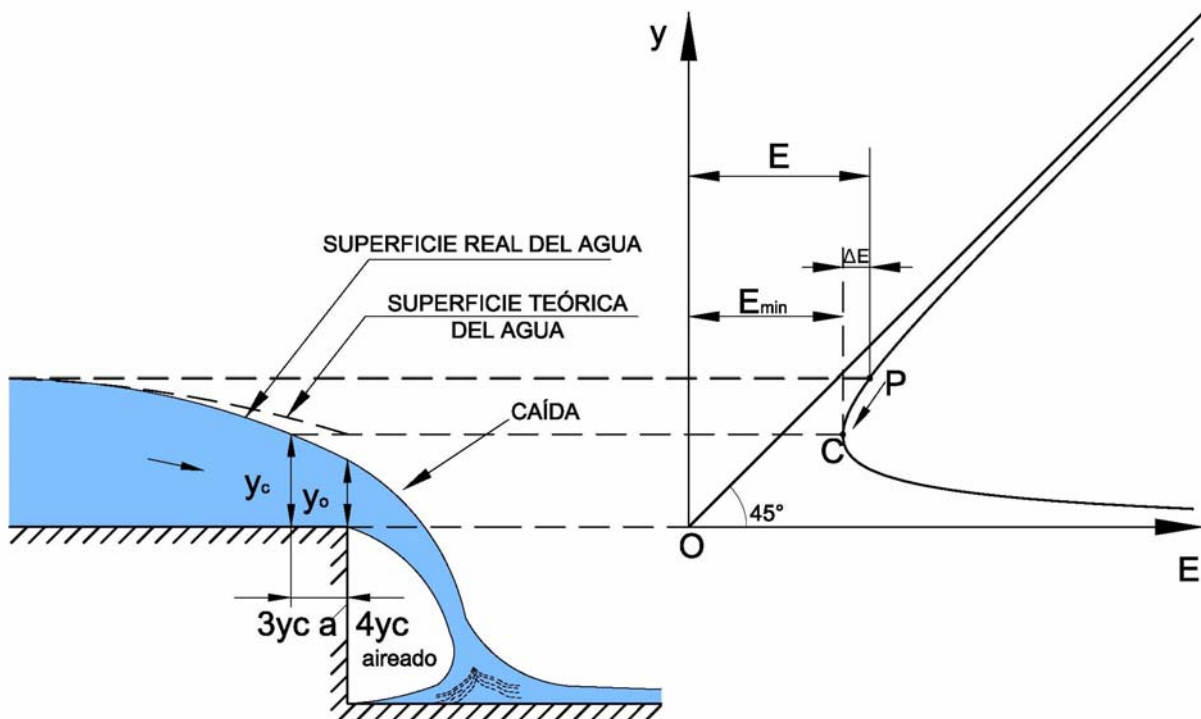


FIGURA 5-10 Caída libre interpretada mediante una curva de energía específica

Se debe tomar muy en cuenta que el cálculo de la profundidad crítica mediante las ecuaciones (6-3) o (6-4), se basa en la suposición de que el flujo es paralelo y solo aplicable de manera próxima al flujo gradualmente variado. El flujo en el borde en efecto es curvilíneo, debido a que la curvatura del flujo es pronunciada, por consiguiente, el método no es válido para determinar la profundidad crítica como la profundidad en el borde. La situación real es que la sección en el borde es la verdadera sección de energía mínima, pero no es la sección crítica tal como se calcularía mediante el principio basado en la suposición de flujo paralelo. Rouse⁴ encontró que para pendientes pequeñas la profundidad crítica calculada es

⁴ Hunter Rouse publico en abril de 1936 “*Discharge characteristics of the free overfall*”

aproximadamente 1.4 veces la profundidad en el borde, o $y_c = 1.4 \cdot y_o$, y se localiza aproximadamente a $3 \cdot y_c$ o $4 \cdot y_c$ aguas arriba del borde en el canal. La superficie del agua real en la caída libre se muestra como una línea continua en la Figura 5-10.

Debe notarse que si el cambio en la profundidad de flujo desde un nivel alto a un nivel bajo es gradual, el flujo se convierte en flujo gradualmente variado, el cual tiene la curva inversa prolongada en la superficie del agua; este fenómeno puede llamarse caída hidráulica gradual, la cual no es un fenómeno local.

5.4.3. RESALTO HIDRÁULICO

El resalto o salto hidráulico es un fenómeno local, que se presenta en el flujo rápidamente variado, el cual va siempre acompañado por un aumento súbito del tirante y una pérdida de energía bastante considerable (disipada principalmente como calor), en un tramo relativamente corto. Ocurre en el paso brusco de régimen supercrítico (rápido) a régimen subcrítico (lento), es decir, en el resalto hidráulico el tirante, en un corto tramo, cambia de un valor inferior al crítico a otro superior a este. La Figura 5-11 muestra este fenómeno.

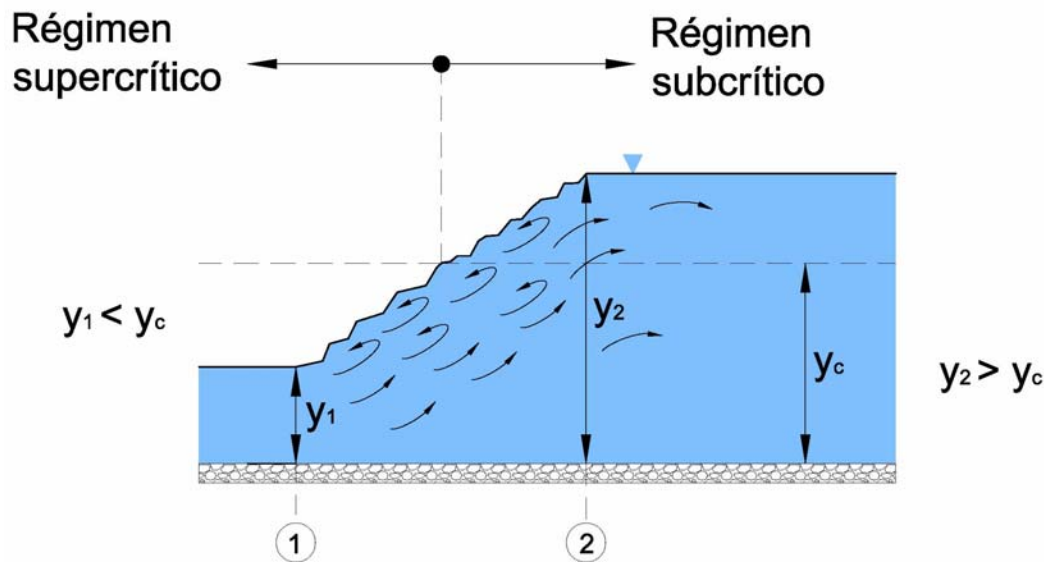
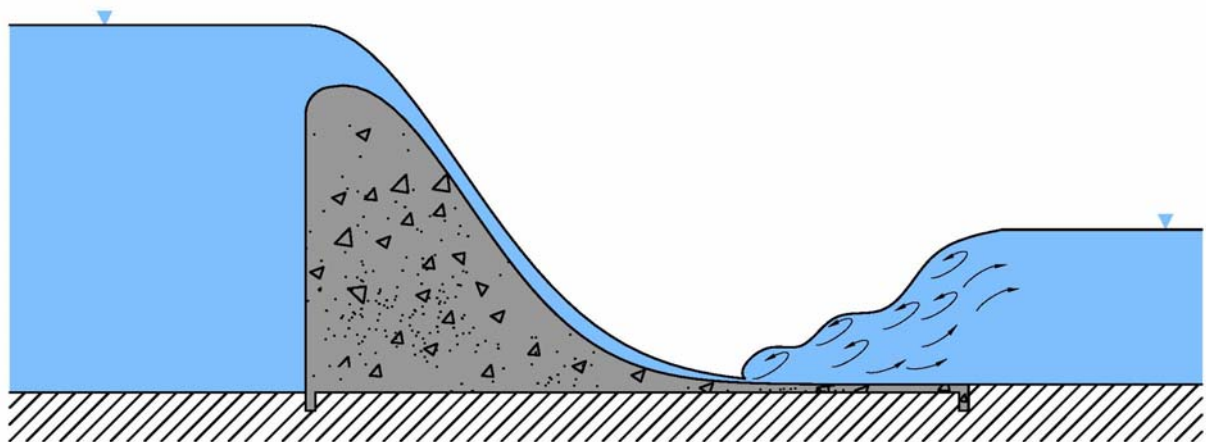
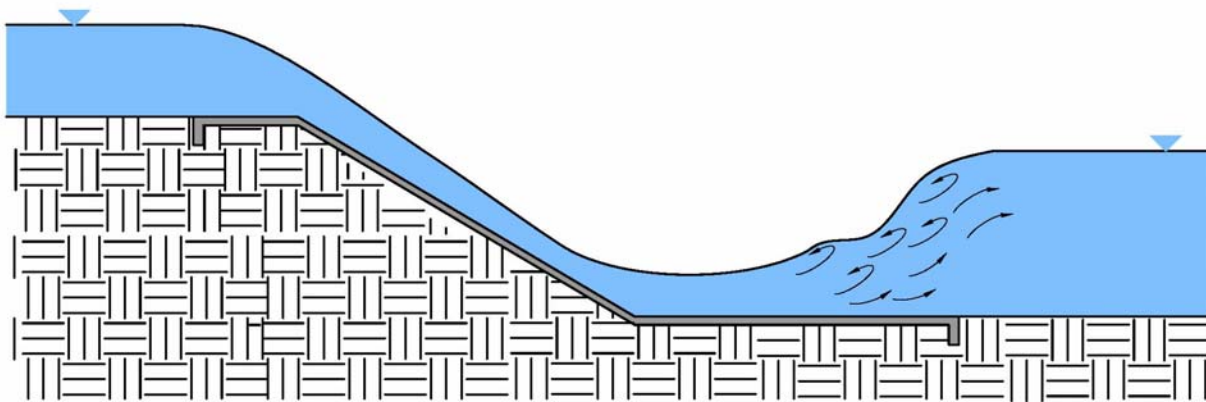


FIGURA 5-11 Resalto hidráulico

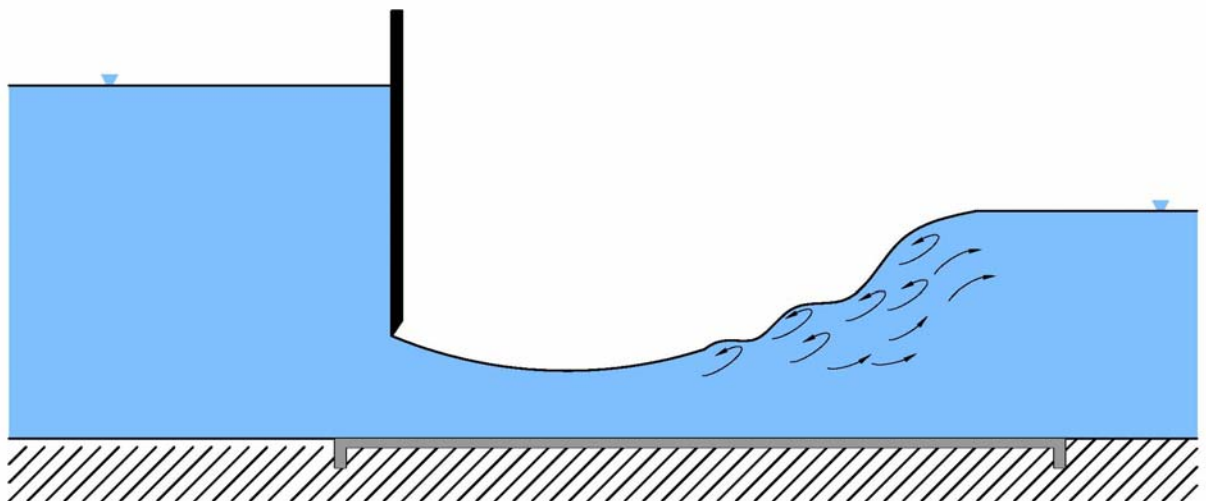
Generalmente, el resalto se forma cuando en una corriente rápida existe algún obstáculo o un cambio brusco de pendiente. Esto sucede al pie de estructuras hidráulicas tales como vertederos de demasías, rápidas, salidas de compuertas con descarga por el fondo, etc., lo que se muestra en la Figura 5-12



VERTEDERO DE DEMASÍA



RÁPIDA



COMPUERTA CON DESCARGA POR EL FONDO

FIGURA 5-12 Lugares apropiados para formarse el resalto hidráulico

En un resalto como el que se muestra en la Figura 5-13 se pueden realizar las siguientes observaciones:

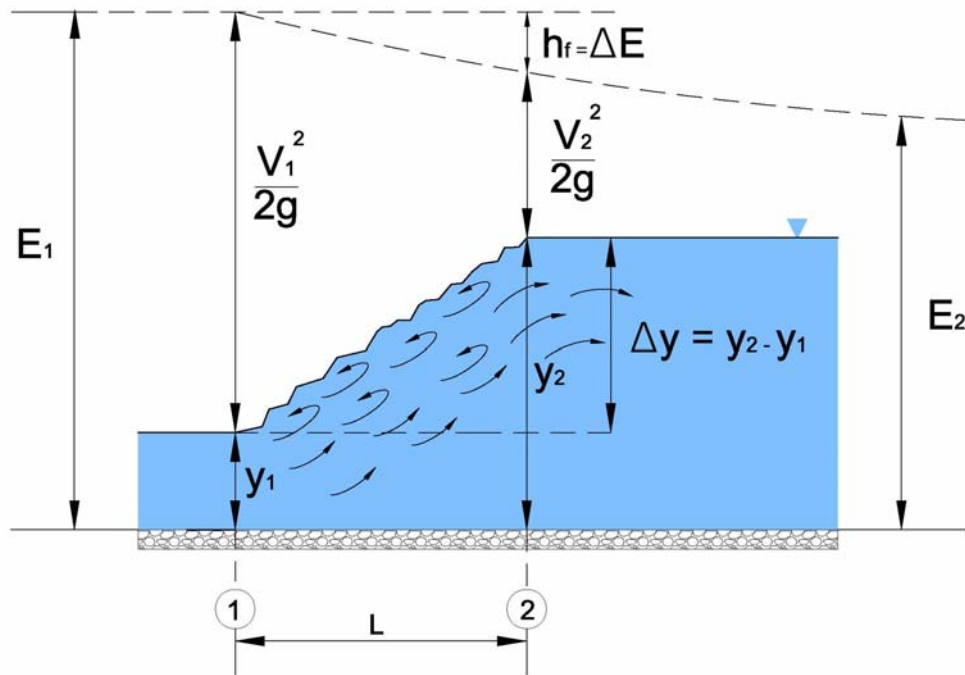


FIGURA 5-13 Elementos del resalto hidráulico

- Antes del resalto, cuando el agua escurre todavía en régimen rápido, predomina la energía cinética de la corriente, parte de la cual se transforma en calor (pérdida de energía útil) y parte en energía potencial (incremento del tirante); siendo esta la que predomina, después de efectuado el fenómeno.
- En la Figura 5-13, las secciones (1) y (2) marcan esquemáticamente el principio y el final del resalto. Los tirantes y_1 y y_2 con que escurre el agua antes y después del mismo se llaman tirantes conjugados.

donde :

y_2 = tirante conjugado mayor

y_1 = tirante conjugado menor

- La diferencia: $y_2 - y_1$ es la altura del resalto y L su longitud; existen muchos criterios para encontrar este último valor.
- E_1 es la energía específica antes del resalto y E_2 la que posee la corriente después de él. Se observa que en (2) la energía específica es menor que en (1) debido a las fuertes pérdidas de energía útil que el fenómeno ocasiona; esta pérdida se representa como: $E_1 - E_2$.

Además de su mérito como disipador natural de energía, el resalto hidráulico tiene muchos otros usos prácticos, entre los cuales se pueden mencionar los siguientes:

- a) Prevención o confinamiento de la socavación aguas debajo de las estructuras hidráulicas donde es necesario disipar energía.
- b) Mezclado eficiente de fluidos o de sustancias químicas usadas en la purificación de aguas, debido a la naturaleza fuertemente turbulenta del fenómeno.
- c) Incremento del caudal descargado por una compuerta deslizante al rechazar el retroceso del agua contra la compuerta. Esto aumenta la carga efectiva y con ella el caudal.
- d) La recuperación de carga aguas debajo de un aforador y mantenimiento de un nivel alto del agua en el canal de riego o de distribución del agua.

5.4.3.1. ECUACIÓN GENERAL DEL RESALTO HIDRÁULICO

Debido a que en principio se desconoce la pérdida de energía asociada con el resalto hidráulico, la aplicación de la ecuación de la energía antes y después del resalto no proporciona un medio adecuado de análisis.

Por otra parte, debido a la gran variación de velocidad media entre los dos extremos del resalto y al hecho de que no se requiere conocer los cambios de energía interna, es más adecuada la aplicación del principio de la cantidad de movimiento en el análisis del fenómeno.

La concordancia general entre los resultados teóricos y los experimentales confirman la seguridad de un análisis general del fenómeno con base en este principio.

Aplicando la ecuación de la cantidad de movimiento, considerando que se satisfacen las siguientes condiciones:

- a) El canal es horizontal y de sección constante, pudiendo despreciarse la componente del peso del fluido.
- b) Se desprecia la resistencia de fricción originada en la pared del canal, debido a la poca longitud del tramo en que se desarrolla el resalto.
- c) Se considera que la distribución de velocidades en las secciones (1) y (2) de la Figura 5-14 es prácticamente uniforme y que los coeficientes: $\beta_2 = \beta_1 = 1$

Resulta:

$$\delta \cdot Q \cdot (V_2 - V_1) = F_{p1} - F_{p2} \quad (5-25)$$

Sustituyendo el valor de $V = Q/A$, obtenido de la ecuación de la continuidad, se tiene:

$$\delta \cdot Q \cdot \left[\frac{Q}{A_2} - \frac{Q}{A_1} \right] = F_{p1} - F_{p2}$$

$$\delta \cdot Q^2 \cdot \left[\frac{1}{A_2} - \frac{1}{A_1} \right] = F_{p1} - F_{p2}$$

Los empujes totales debidos a la presión hidrostática se calculan como:

$$F_{p1} = \gamma \bar{y}_{G1} \cdot A_1$$

$$F_{p2} = \gamma \bar{y}_{G2} \cdot A_2$$

donde: \bar{y}_{G1} , \bar{y}_{G2} son las profundidades de los centros de gravedad de las áreas de las secciones (1) y (2) respectivamente (ver la Figura 5-14)

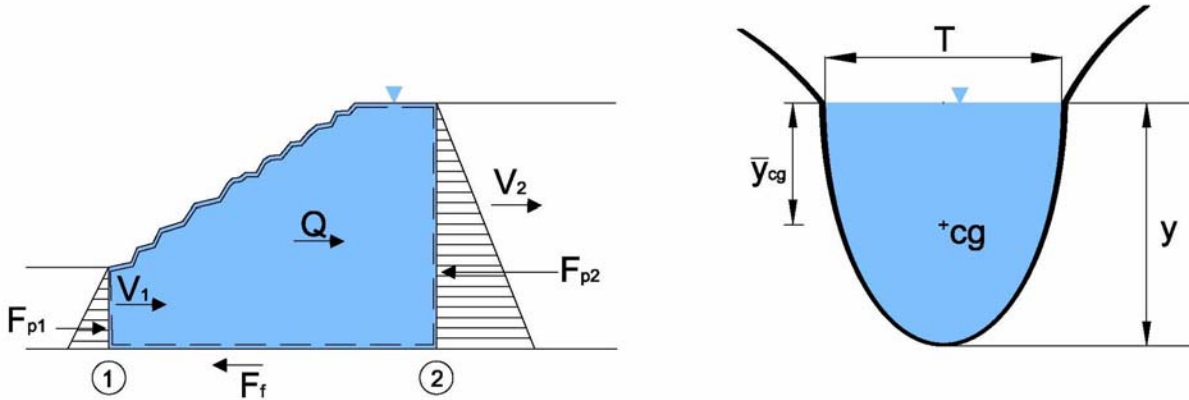


FIGURA 5-14 Volumen de control

Sustituyendo estos valores resulta:

$$\left[\frac{\delta \cdot Q^2}{A_2} - \frac{\delta \cdot Q^2}{A_1} \right] = \gamma \cdot \bar{y}_{G1} \cdot A_1 - \gamma \cdot \bar{y}_{G2} \cdot A_2$$

$$\left[\frac{\delta \cdot Q^2}{A_1} \right] + \gamma \cdot \bar{y}_{G1} \cdot A_1 = \left[\frac{\delta \cdot Q^2}{A_2} \right] + \gamma \cdot \bar{y}_{G2} \cdot A_2$$

Dividiendo entre $\gamma = \delta \cdot g$, se tiene:

$$\left[\frac{Q^2}{g \cdot A_1} \right] + \bar{y}_{G1} \cdot A_1 = \left[\frac{Q^2}{g \cdot A_2} \right] + \bar{y}_{G2} \cdot A_2 \quad (5-26)$$

Esta ecuación proporcionara en todos los casos, la solución de uno de los tirantes conjugados a partir del otro conocido.

5.4.3.2. FUERZA ESPECÍFICA

Cada uno de los miembros de la ecuación general del resalto hidráulico se compone de dos términos: el primero representa la cantidad de movimiento del flujo que atraviesa la sección del canal en la unidad de tiempo y por unidad de peso de agua; el segundo, el empuje hidrostático por unidad de peso y también el momento estático del área respecto de la superficie libre. Debido a que ambos términos tienen las mismas dimensiones de una fuerza por unidad de peso, se le conoce como *fuerza específica*, y su fórmula general se la expresa como:

$$F = \left[\frac{Q^2}{g \cdot A} \right] + \bar{y}_G \cdot A \quad (5-27)$$

La fuerza específica para el tramo puede escribirse:

$$F_1 = F_2$$

Lo cual significa que la fuerza específica es constante en cada sección, siempre y cuando las fuerzas de resistencia externa así como el peso del fluido en la dirección del movimiento, en el tramo puedan despreciarse.

Para un caudal dado Q , la fuerza específica es únicamente función del tirante, de manera similar la energía específica. Su representación geométrica en un plano F-y consiste en una curva similar a la que se obtiene en el plano E-y, con la única diferencia que tiene asíntota exclusivamente en la rama inferior, correspondiente a $y = 0$. La rama superior se eleva y extiende indefinidamente a la derecha. Asimismo, para un valor dado de la función F , la curva tiene dos posibles tirantes y_1, y_2 que reciben el nombre de tirantes conjugados, y que, de acuerdo con la ecuación 5-26, corresponden a los tirantes antes y después del resalto, excepto cuando F es mínima al cual le corresponde un único valor del tirante, llamado tirante crítico. La Figura 5-15 muestra las curvas de la fuerza específica y energía específica para un resalto hidráulico.

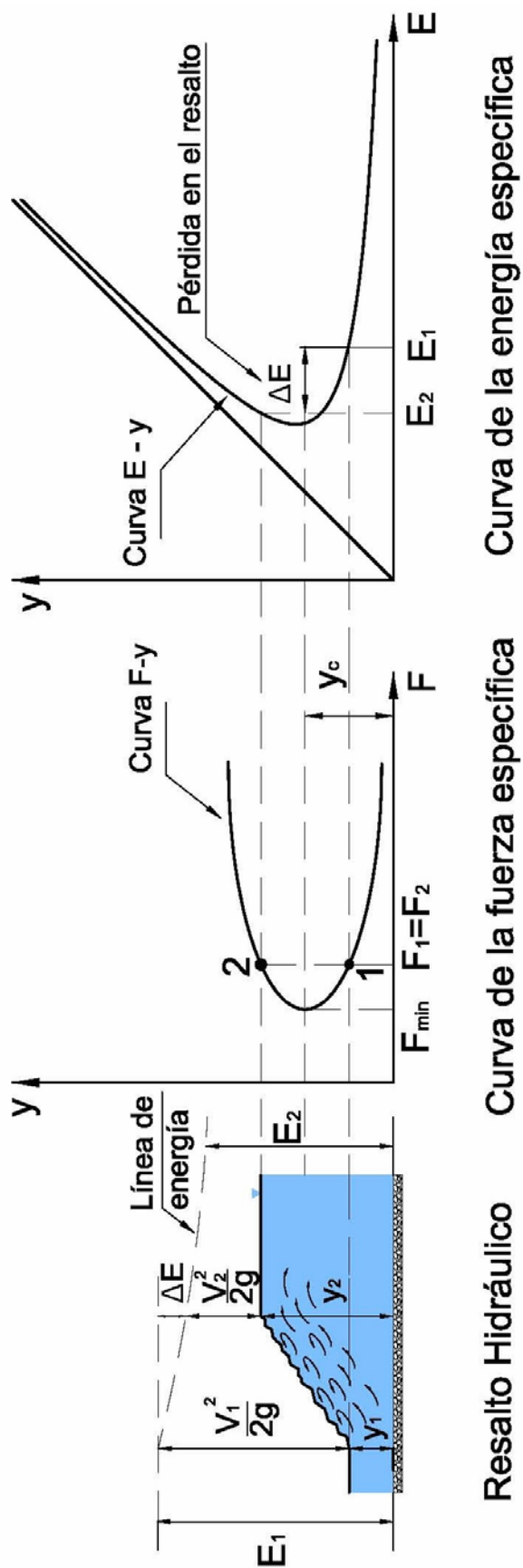


FIGURA 5-15 curvas de fuerza específica y energía específica en el resalto hidráulico

La discusión anterior permite llegar a las siguientes conclusiones:

- El cambio de régimen supercrítico a subcrítico se produce de manera violenta (únicamente a través del resalto hidráulico), con pérdida apreciable de energía. El cambio de régimen subcrítico a supercrítico es en forma gradual sin resalto, pasando por el régimen crítico.
- Para estudiar el fenómeno se requiere aplicar la ecuación de la cantidad de movimiento debido a que en principio se desconoce la pérdida de energía en el resalto.
- De la aplicación de la ecuación de la cantidad de movimiento se concluye que el fenómeno se produce únicamente cuando se iguala la fuerza específica en las secciones antes y después del resalto.
- Para un caudal dado, si el conjugado menor (aguas arriba) del resalto aumenta, el conjugado mayor y_2 (aguas abajo) disminuye, y viceversa.

5.4.3.3. CONDICION PARA FUERZA ESPECÍFICA MÍNIMA

$$\text{Si } F_{\min} \rightarrow \frac{dF}{dy} = 0$$

Derivando la ecuación con 5-27 respecto a y e igualando a cero, se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{dF}{dy} &= \frac{d}{dy} \left[\frac{Q^2}{g \cdot A} + y_G \cdot A \right] = 0 \\ -\frac{Q^2}{g \cdot A^2} \cdot \frac{dA}{dy} + \frac{d}{dy} (y_G \cdot A) &= 0 \end{aligned}$$

donde :

$$\frac{dA}{dy} = T$$

luego:

$$-\frac{Q^2 \cdot T}{g \cdot A^2} + \frac{d}{dy} (y_G \cdot A) = 0 \quad (5-28)$$

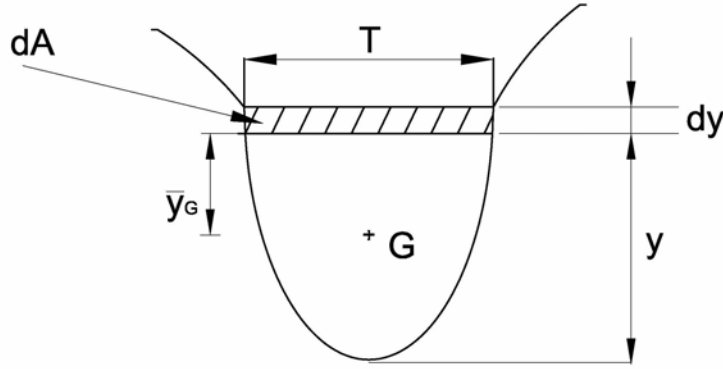


FIGURA 5-16 Sección transversal de un canal

En la Figura 5-16, se observa que a un cambio de dy en el tirante, corresponde a un cambio en el momento estático del área hidráulica respecto a la superficie libre, el cual es:

$$d\left(\bar{y}_G \cdot A\right) = \left[A \cdot \left(\bar{y}_G + dy\right) + dA \cdot d\bar{y}_G\right] - \bar{y}_G \cdot A$$

$$d\left(\bar{y}_G \cdot A\right) = A \cdot \bar{y}_G + A \cdot dy + \frac{T}{2}(dy)^2 - \bar{y}_G \cdot A$$

$$d\left(\bar{y}_G \cdot A\right) = A \cdot dy + \frac{T}{2}(dy)^2$$

Despreciando los diferenciales de orden superior, es decir si, se tiene:

$$d\left(\bar{y}_G \cdot A\right) = A \cdot dy \quad (5-29)$$

sustituyendo 5-28 en 5-29, resulta:

$$-\frac{Q^2 \cdot T}{g \cdot A^2} + A \cdot \frac{dy}{dy} = 0$$

$$-\frac{Q^2 \cdot T}{g \cdot A^2} + A = 0$$

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A^3}{T} \quad (5-30)$$

Ecuación que establece la condición de régimen crítico.

5.4.3.4. ECUACIONES DEL RESALTO HIDRÁULICO PARA DIFERENTES FORMAS DE SECCIÓN

5.4.3.4.1. SECCIÓN RECTANGULAR

En la ecuación general del resalto hidráulico, haciendo simplificaciones se obtiene:

$$y_2 + y_1 - \frac{2q^2}{gy_1 y_2} = 0 \quad (5-31)$$

de donde, dependiendo del tipo de régimen conocido se tiene:

a) Régimen supercrítico conocido

$$y_2 = -\frac{y_1}{2} + \sqrt{\frac{2q^2}{gy_1} + \frac{y_1^2}{4}}$$

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} \sqrt{8F_1^2 + 1} - 1 \quad (5-32)$$

donde:

y_1 = tirante conjugado menor del resalto

y_2 = tirante conjugado mayor del resalto

$q = Q/b$ caudal unitario

F_1 = Número de Froude al inicio del resalto

b) Régimen subcrítico conocido

$$y_1 = -\frac{y_2}{2} + \sqrt{\frac{2q^2}{gy_2} + \frac{y_2^2}{4}}$$

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{1}{2} \sqrt{8F_2^2 + 1} - 1 \quad (5-33)$$

donde:

y_1 = tirante conjugado menor del resalto

y_2 = tirante conjugado mayor del resalto

$q = Q/b$ caudal unitario

F_2 = número de Froude al final del resalto

$$\text{Perdidas en el resalto} = \Delta E = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4y_1 y_2} = \frac{(\Delta y)^3}{4y_1 y_2} \quad (5-34)$$

5.4.3.4.2. SECCIÓN TRAPEZOIDAL

a) Régimen supercrítico conocido

$$J^4 + \frac{5t+2}{2}J^3 + \frac{(3t+2)(t+1)}{2}J^2 + \left[\frac{t^2}{2} + (t-6r)(t+1) \right]J - 6r(t+1)^2 = 0 \quad (5-35)$$

donde :

$$J = \frac{y_2}{y_1}; \quad t = \frac{b}{Zy_1}; \quad r = \frac{V_1^2}{2gy_1}; \quad Z = \frac{Z_1 + Z_2}{2}$$

b) Régimen subcrítico conocido

$$J^4 + \frac{5t+2}{2}J^3 + \frac{(3t+2)(t+1)}{2}J^2 + \left[\frac{t^2}{2} + (t-6r)(t+1) \right]J - 6r(t+1)^2 = 0 \quad (5-36)$$

donde :

$$J = \frac{y_1}{y_2}; \quad t = \frac{b}{Zy_2}; \quad r = \frac{V_2^2}{2gy_2}; \quad Z = \frac{Z_1 + Z_2}{2}$$

Para resolver las ecuaciones, para una sección trapezoidal, hacer lo siguiente:

- 1.- Con el tirante y conocido (subcrítico o supercrítico), calcular t y r
- 2.- Sustituir los valores de t y r en la ecuación
- 3.- Resolver por tanteos la ecuación y calcular J
- 4.- Calcular el y buscado a partir de la relación de J , por ejemplo:

$$J = \frac{y_2}{y_1} \Rightarrow y_2 = y_1 J$$

Una forma sencilla y aproximada, de calcular un tirante conjugado, a partir del otro conocido para secciones trapezoidales, es utilizando los nomogramas del anexo B

Para el caso de una sección triangular, en las ecuaciones para sección trapezoidal, hacer $b = 0$.

5.4.3.4.3. SECCIÓN PARABÓLICA

a) Régimen supercrítico conocido

$$J^{3.5} + J^3 + J^{2.5} + J^2 + J^{1.5} - \frac{5}{3}F_1^2 J - \frac{5}{3}F_1^2 J^{0.5} - \frac{5}{3}F_1^2 = 0 \quad (5-37)$$

donde:

$$J = \frac{y_2}{y_1}; \quad F_1 = \frac{V_1}{\sqrt{gy_1}} = \frac{V_1}{\sqrt{\frac{2}{3}gy_1}}$$

b.- Régimen subcrítico conocido

$$J^{3.5} + J^3 + J^{2.5} + J^2 + J^{1.5} - \frac{5}{3}F_2^2 J - \frac{5}{3}F_2^2 J^{0.5} - \frac{5}{3}F_2^2 = 0 \quad (5-38)$$

$$J = \frac{y_1}{y_2}; \quad F_2 = \frac{V_2}{\sqrt{gy_2}} = \frac{V_2}{\sqrt{\frac{2}{3}gy_2}}$$

Para resolver las ecuaciones, para una sección parabólica, hacer lo siguiente:

- 1.- Con el tirante y conocido (subcrítico o supercrítico), calcular F
- 2.- Sustituir el valor de F en la ecuación
- 3.- Resolver por tanteos la ecuación y calcular J
- 4.- Calcular el y buscado a partir de la relación de J , por ejemplo:

$$J = \frac{y_2}{y_1} \Rightarrow y_2 = y_1 J$$

Una forma sencilla y aproximada, de calcular un tirante conjugado, a partir del otro conocido para secciones parabólicas, es utilizando los nomogramas del anexo B

5.4.3.4.4. SECCIÓN CIRCULAR

a) Régimen supercrítico conocido

$$\frac{K_1 N_1 N_2 \left(\frac{y_1}{y_2} \right) - K_2 N_2^2}{\left(\frac{y_2}{\phi} \right)^4 \left(1 - \frac{N_2}{N_1} \right)} = \frac{Q^2}{gy_2^5} \quad (5-39)$$

donde:

ϕ = diámetro de la sección circular

Q = caudal

$g = 9.81$, aceleración de la gravedad

y_1 = tirante supercrítico a calcular

y_2 = tirante subcrítico conocido

$$N = \frac{1}{4} \arccos \left[1 - 2 \left(\frac{y}{\phi} \right) \right] - \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{y}{\phi} \right) - \left(\frac{y}{\phi} \right)^2} \left[1 - 2 \left(\frac{y}{\phi} \right) \right] \quad (5-40)$$

$$K = 1 - \frac{1}{2} \frac{1}{\left(\frac{y}{\phi} \right)} + \frac{2 \left(\frac{y}{\phi} \right)^{\frac{1}{2}} \left[1 - \left(\frac{y}{\phi} \right) \right]^{\frac{3}{2}}}{3N} \quad (5-41)$$

Para resolver las ecuaciones, para una sección circular, hacer lo siguiente:

- 1.- Con el tirante y conocido (subcrítico o supercrítico), calcular N , K y luego el segundo miembro de la ecuación.
- 2.- Suponiendo un y por calcular, calcular N , K y luego sustituir en el primer miembro de la ecuación.
- 3.- Comparar los valores de los dos miembros de la ecuación.
- 4.- Si el primer miembro de la ecuación, es similar al segundo miembro, el y supuesto es el y buscado, en caso contrario, repetir los pasos 2 y 3.

Una forma sencilla y aproximada, de calcular un tirante conjugado, a partir del otro conocido para secciones circulares, es utilizar los nomogramas de los anexos B

5.4.3.5. FORMAS DE RESALTO EN CANALES CON PENDIENTE CASI HORIZONTAL

La forma del resalto hidráulico depende del número de Froude correspondiente al tirante conjugado menor:

$$F_1 = V_1 / \sqrt{g \cdot y_1} \quad (5-42)$$

De los estudios realizados por el U.S. Bureau of Reclamation sobre el resalto hidráulico, dentro de los tanques amortiguadores como medio, para disipar la energía en descargas ya sean en vertedores o en obras de toma, y en general en estructuras terminales, se tienen los siguientes casos:

1.- Si F_1 está comprendido entre 1.0 y 1.7 se tiene un **resalto ondulado**, así

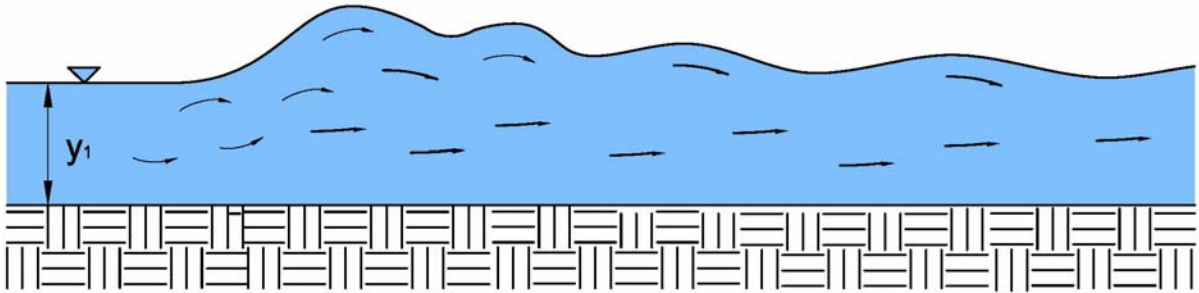


FIGURA 5-17 Resalto ondulado

Cuando el valor del número de Froude vale 1 el régimen es crítico y no se forma el resalto hidráulico. Para valores entre 1 y 1.7 se tiene un régimen un poco menor que el subcrítico, formándose ondulaciones ligeras en la superficie. Aproximadamente la velocidad V_2 es 30 % menor que la velocidad crítica.

2.- Si F_1 está comprendido entre 1.7 y 2.5 se tiene un **resalto débil**:

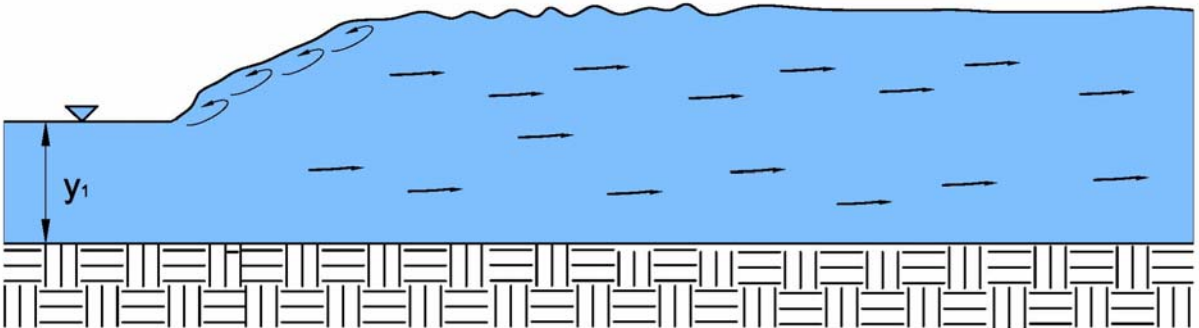


FIGURA 5-18 Resalto débil

Es un régimen bastante uniforme, se designa por la etapa previa al resalto, sin turbulencia activa.

3.- Si F_1 está comprendido entre 2.5 y 4.5 el **resalto es oscilante**:

No se forma un resalto propiamente dicho, y se dice que tiene un régimen de transición.

Se recomienda, cuando se tengan números de Froude dentro de este intervalo, variar las condiciones del régimen (por ejemplo, el caudal por unidad de longitud en el vertedor), de manera que se estén fuera de un régimen de transición.

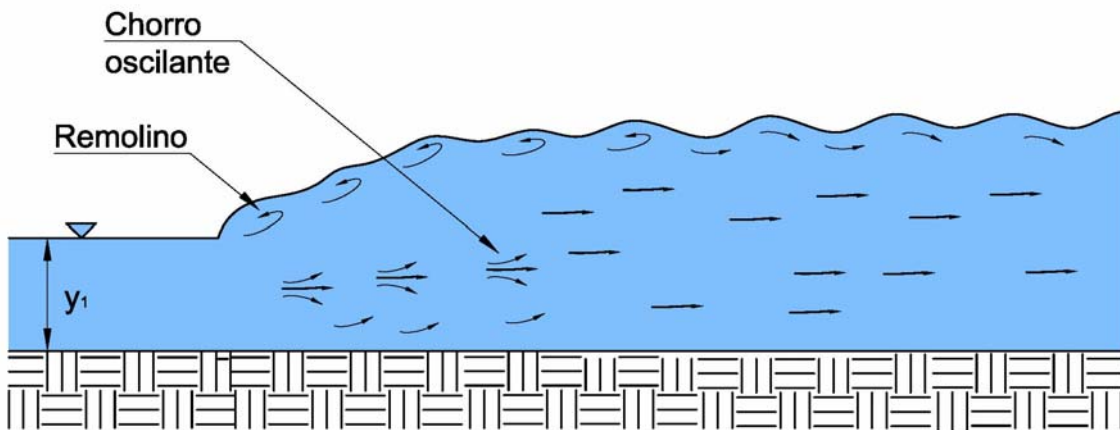


FIGURA 5-19 Resalto oscilante

4.- Si F_1 está comprendido entre 4.5 y 9.0 el *estable y equilibrado*:

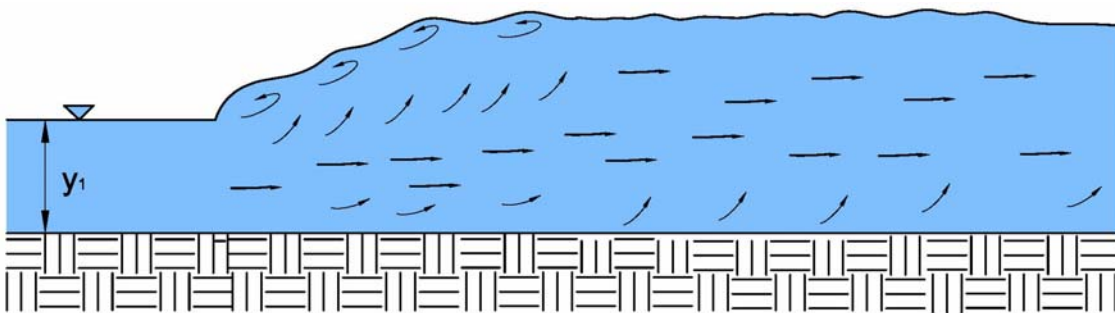


FIGURA 5-20 Resalto estable

5.- Si F_1 es mayor que 9.0, se presenta un resalto *fuerte e irregular*:

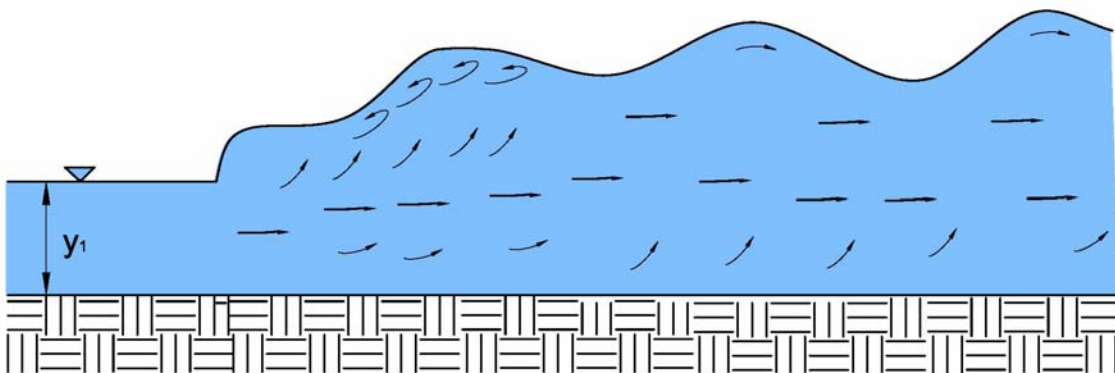


FIGURA 5-21 Resalto fuerte

5.4.3.6. ESTABILIDAD DEL RESALTO HIDRÁULICO

Un aspecto importante en este tipo de problema es cuidar la estabilidad del resalto y su formación en el sitio deseado, ya que generalmente es utilizado como dissipador de energía.

De manera general se puede decir que el resalto se formará dependiendo de las condiciones hidráulicas que se tengan aguas abajo inmediatamente después del mismo; es decir, la energía que se tenga en una sección aguas abajo del resalto donde se encuentre ya establecido determinado régimen inducirá la formación de tal o cual tipo de resalto. Lo anterior se puede observar con mayor claridad del siguiente esquema aclaratorio:

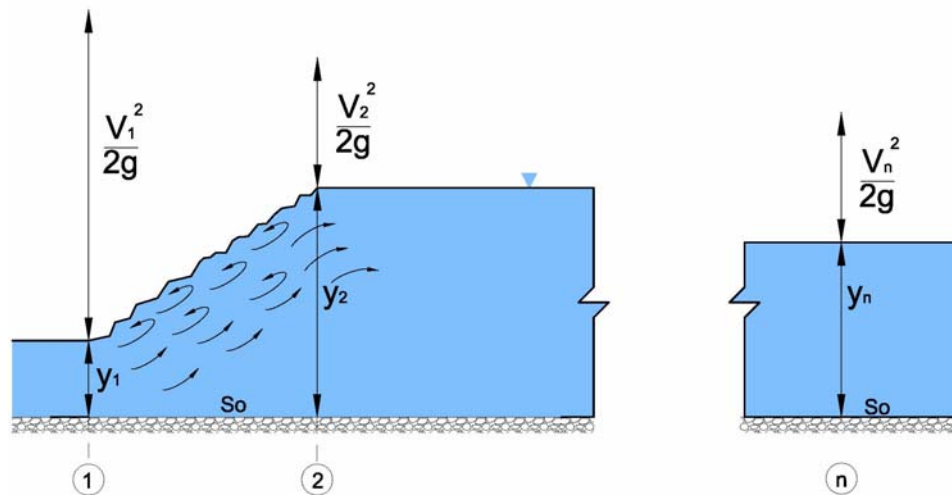


FIGURA 5-22 Estabilidad del resalto hidráulico

En la Figura 5-22 se marcan 3 secciones bien definidas, a saber:

Sección 1: marca esquemáticamente el inicio del resalto y de las tres indicadas es la que posee la mayor energía específica.

Sección 2: indica el final del resalto y su energía específica es sensiblemente menor que la que existe en (1), lo anterior debido a las fuertes pérdidas de energía efectuadas durante el resalto.

Sección n: sección inmediata a la formación del resalto en la cual se encuentra ya establecido un cierto tipo de régimen (por ejemplo, si el tramo del canal después del resalto es muy largo y sin obstáculos el flujo establecido en (n) será uniforme). Se tienen las condiciones reales, por lo que el tirante es posible calcularlo.

Lo que determina el sitio de la formación del resalto y la estabilidad del mismo resulta de la comparación entre las energías que se tengan en las secciones (2) y (n). Se pueden presentar los tres casos:

1.- $E_2 > E_n$: en este caso la energía en la sección (2) es mayor que la existente en n , por lo cual puede pensarse fácilmente que para que no existan discontinuidades en las energías a lo largo del canal, el resalto tendrá que ser **barrido**, esto último le dará oportunidad al flujo de perder mas energía y así equiparar la que se tenga en (n). Figura 5-23

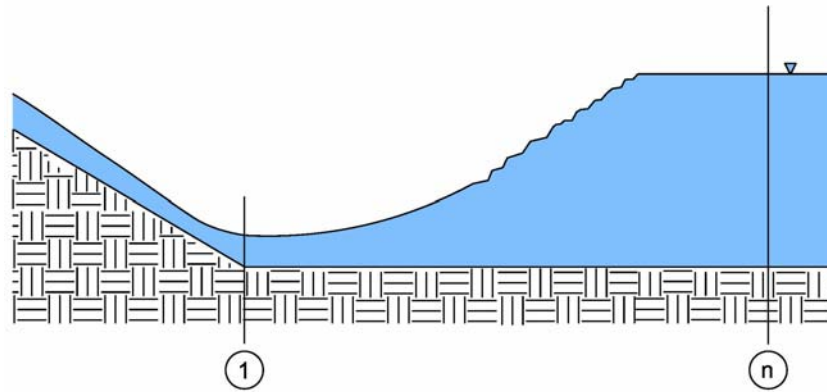


FIGURA 5-23 $E_2 > E_n$; Resalto barrido

2.- $E_2 = E_n$ es el caso mas conveniente y el mas estable, ya que se genera el resalto justamente en el lugar deseado (al pie de la estructura o del canal de llegada); sucede que las pérdidas efectuadas en el resalto son exactamente las deseadas para igualar la energía en (n) y el flujo no precisa barrerse para perder mas energía. Por lo anterior se deduce fácilmente que el resalto será **claro**. Figura 5-24

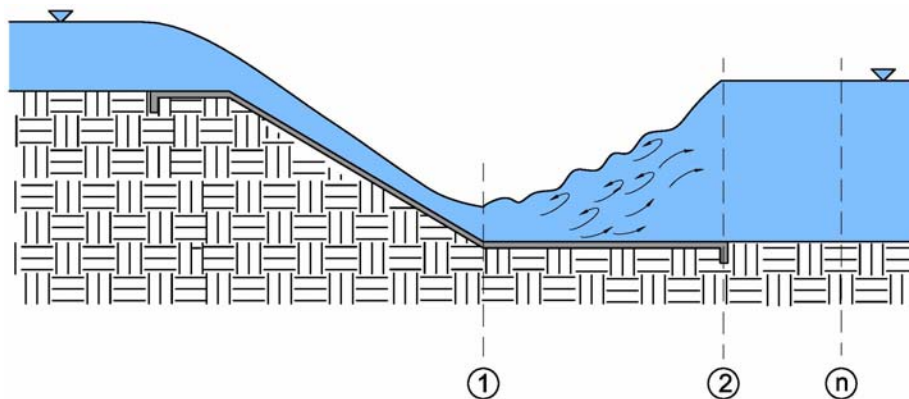


FIGURA 5-24 $E_2 = E_n$ Resalto claro

3.- $E_2 < E_n$: cuando pasa esto la energía que se tiene en la sección (n), por ser mayor que la energía remanente del resalto en (2), y por estar determinada la energía de la sección en su mayor parte por la altura de presión (tirante) se presentara un resalto **ahogado**. Figura 5-25

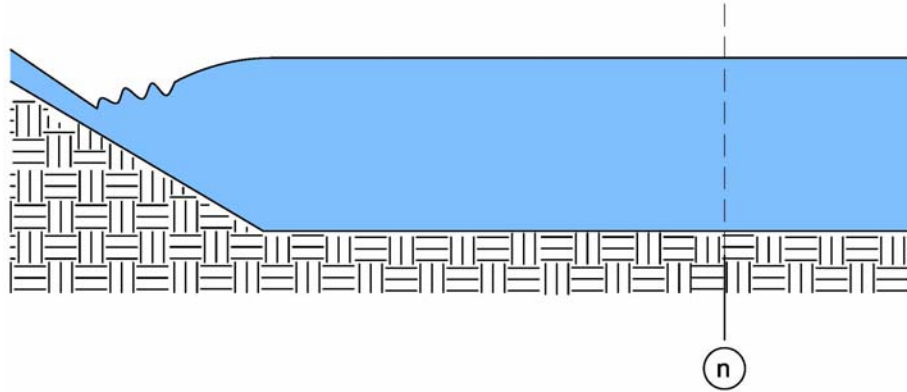


FIGURA 5-25 $E_2 < E_n$ Resalto ahogado.

5.4.3.7. LONGITUD DEL RESALTO

La longitud del resalto hidráulico (Figura 5-26), es la distancia medida entre la sección de inicio y la sección inmediatamente aguas abajo, en que termina la zona turbulenta. Para el cálculo de la longitud del resalto hidráulico, existen varias fórmulas empíricas, dentro de las cuales se tiene:

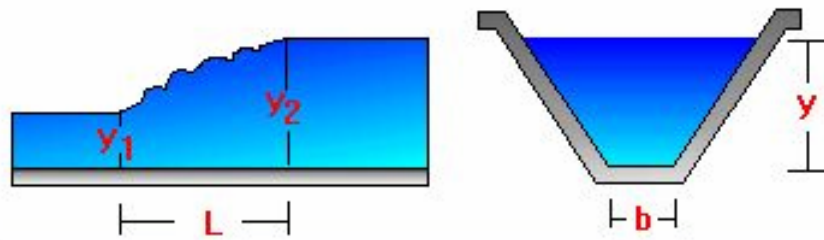


FIGURA 5-26 Longitud del resalto

➤ Según Sieñchin, la longitud del resalto es :

$$L = K \cdot (y_2 - y_1) \quad (5-43)$$

donde :

L = longitud del resalto, en m.

y_1 = tirante conjugado menor, en m.

y_2 = tirante conjugado mayor, en m.

K = parámetro que depende del talud Z del canal, según la siguiente tabla:

TALUD Z	0.00	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50
K	5.00	7.90	9.20	10.60	12.60	15.00

- Según Hsing, la longitud del resalto es:

$$L = 5 \cdot y_2 \cdot \left(1 + 4 \cdot \sqrt{\frac{y_2 - y_1}{y_1}} \right) \quad (5-44)$$

donde:

L = longitud del resalto, en m.

y_1 = tirante conjugado menor, en m.

y_2 = tirante conjugado mayor, en m.

- Según Pavlovski, la longitud del resalto es:

$$L = 2.5 \cdot (1.9 \cdot y_2 - y_1) \quad (5-45)$$

donde :

L = longitud del resalto, en m.

y_1 = tirante conjugado menor, en m.

y_2 = tirante conjugado mayor, en m.

- Según Schaumian, la longitud del resalto es:

$$L = 3.6 \cdot y_2 \cdot \left(1 - \frac{y_1}{y_2} \right) \cdot \left(1 + \frac{y_1}{y_2} \right)^2 \quad (5-46)$$

donde :

L = longitud del resalto, en m.

y_1 = tirante conjugado menor, en m.

y_2 = tirante conjugado mayor, en m.

- Según Chertousov, la longitud del resalto es:

$$L = 10.3 \cdot y_1 \cdot \left[\sqrt{\left(\frac{y_c}{y_1} \right)^3} - 1 \right]^{0.81} \quad (5-47)$$

donde :

L = longitud del resalto, en m.

y_l = tirante conjugado menor, en m.

y_c = tirante crítico, en m.

- Según el U.S.Bureau of Reclamation, la longitud del resalto en un canal rectangular se puede calcular con la siguiente tabla:

F_1	1.70	2.00	2.50	3.00	3.50	4.00	5.00	6.00	8.00	10.00
L / y_2	4.00	4.35	4.85	5.28	5.55	5.80	6.00	6.10	6.12	6.10

donde :

L = longitud del resalto, en m.

$F_1 = V_1 / \sqrt{(g \cdot y_1)}$ número de Froude en la sección supercrítica

y_l = tirante conjugado menor, en m.

y_2 = tirante conjugado mayor, en m.

La Figura 5-27, permite calcular la longitud del resalto hidráulico, para secciones rectangulares.

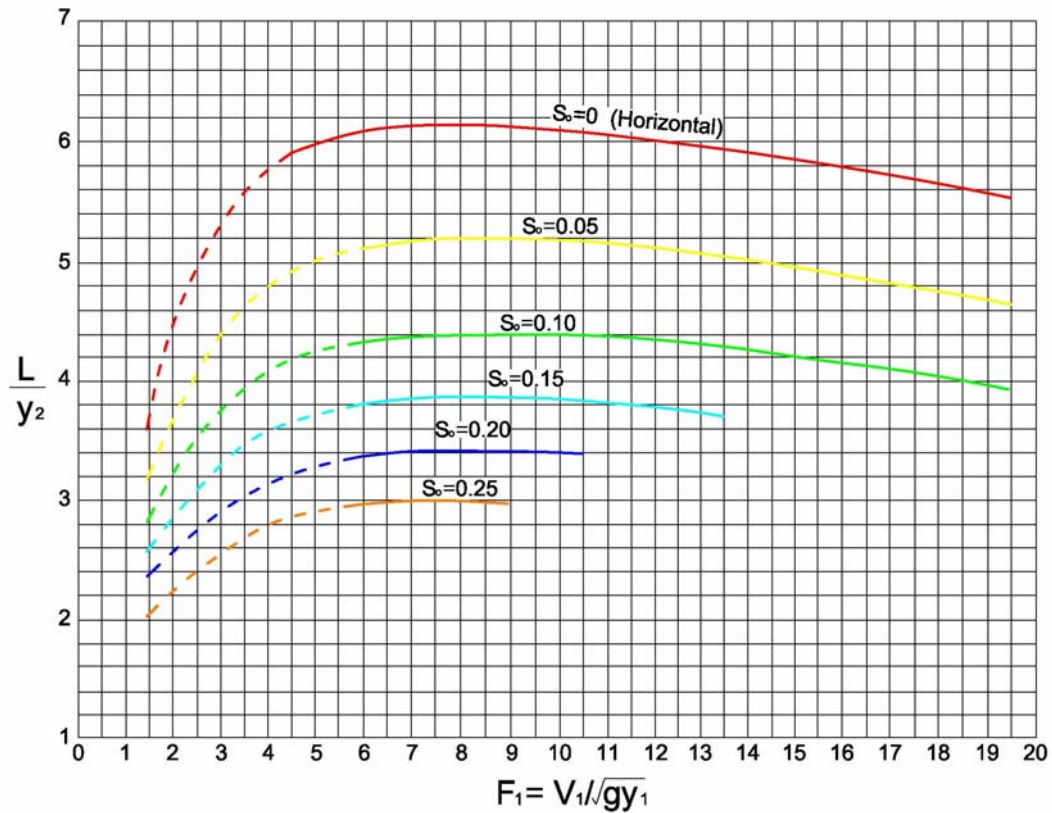


FIGURA 5-27 Longitud del resalto, en canales de sección rectangular con pendiente, según el U.S. Bureau of Reclamation

En algunos casos, para fijar el resalto hidráulico en la poza de disipación y disminuir su longitud, se colocan dados o bloques.

5.4.3.8. UBICACIÓN DEL RESALTO HIDRÁULICO

Después que se produce el resalto hidráulico (Figura 5-28), se tiene un flujo subcrítico, por lo cual cualquier singularidad causa efectos hacia aguas arriba, lo que obliga a que una vez ocurrido el resalto hidráulico, se tenga el tirante normal y_n .

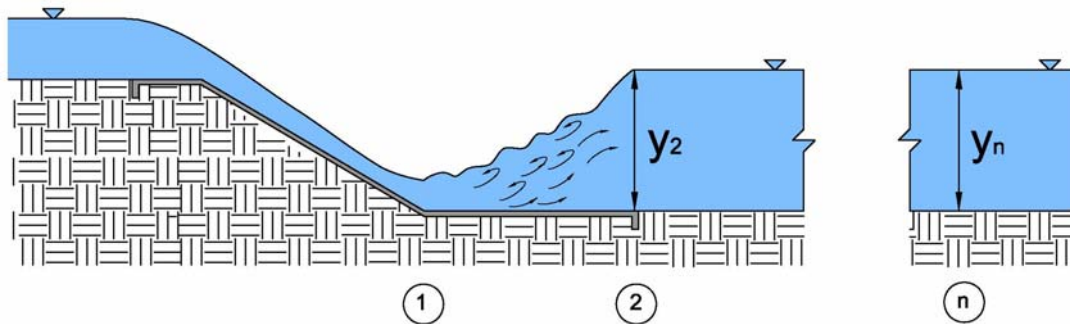


FIGURA 5-28 Ubicación del resalto hidráulico

Una forma práctica para determinar la ubicación del resalto hidráulico, es con el siguiente proceso:

- 1.- A partir del y_1 , calcular el conjugado mayor y_2 .
- 2.- Comparar y_2 con y_n .

- Si $y_2 > y_n$ el resalto es barrido (Figura 5-29) y se ubica en el tramo de menor pendiente. Antes del resalto se presenta una curva M3, que une el tirante del inicio del cambio de pendiente, con el tirante conjugado menor y_1' .

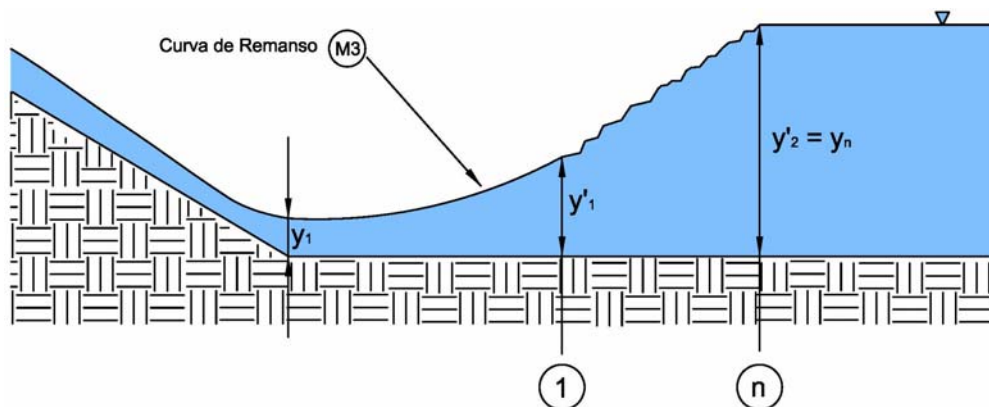


FIGURA 5-29 Resalto barrido

En este caso, hay que recalcular los tirantes conjugados, con $y_2' = y_n$, calcular el conjugado menor y_1

- Si $y_2 = y_n$, el resalto es claro (Figura 5-30) y se inicia justo en el cambio de pendiente.

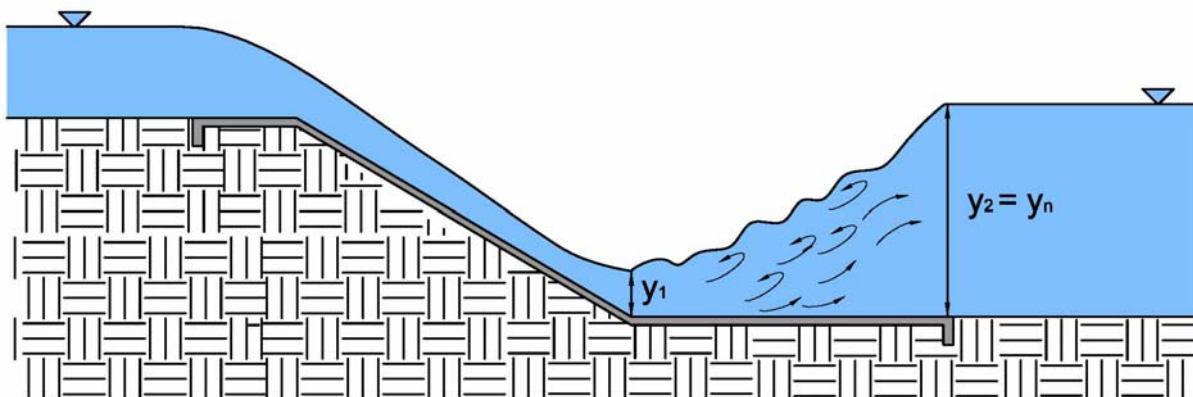


FIGURA 5-30 Resalto claro

- Si $y_2 < y_n$ el resalto es ahogado (Figura 5-31) y se ubica en el tamo de mayor pendiente. Después del resalto y antes del tirante normal se presenta una curva S1, que une el tirante conjugado mayor con el tirante normal.

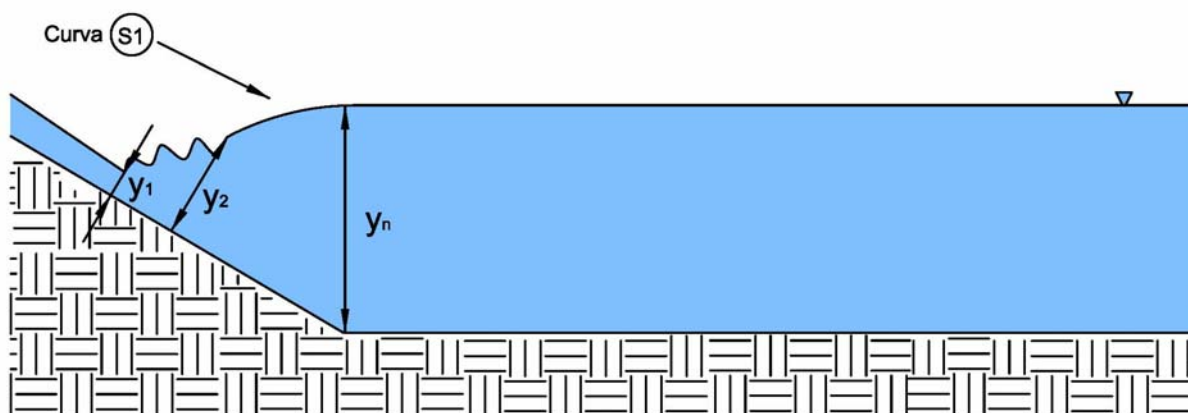


FIGURA 5-31 Resalto ahogado

5.5. PROBLEMAS RESUELTOS

5.5.1 Un canal rectangular de 2 m de ancho de solera, transporta un caudal de 3 m³/s. El tirante aguas abajo del resalto es 1 m. Hallar el tirante aguas arriba, la longitud del resalto, la pérdida de energía e indicar el tipo de resalto.

Solución:

a) Cálculo de y_1 :

Se sabe que:

$$y_1 = -\frac{y_2}{2} + \sqrt{\frac{2q^2}{y_2 g} + \frac{y_2^2}{4}}$$

donde:

$$q = \frac{Q}{b} = \frac{3}{2} = 1.5 \text{ m}^3 / \text{s} / \text{m} \quad ; \quad y_2 = 1 \text{ m}$$

luego:

$$y_1 = -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{2 \cdot 1.5^2}{1 \cdot 9.81} + \frac{1}{4}}$$

$$y_1 = 0.34 \text{ m}$$

b) Cálculo de L :

Usando el criterio de Sieñchin, se tiene:

$$L = K(y_2 - y_1)$$

Donde, para un talud $Z = 0$, se tiene $K = 5$, luego:

$$L = 5(y_2 - y_1)$$

Sustituyendo los valores de y_2 y y_1 , se tiene:

$$L = 5(1 - 0.34)$$

$$L = 3.29 \text{ m}$$

c) Cálculo de ΔE :

Sabemos que :

$$\Delta E = E_1 - E_2 \quad (1)$$

Donde:

$$E_1 = y_1 + \frac{V_1^2}{2g}$$

$$E_2 = y_2 + \frac{V_2^2}{2g}$$

Además:

$$V = \frac{q}{y}$$

Luego:

$$V_1 = \frac{q}{y_1} = \frac{1.5}{0.34} = 4.387 \text{ m/s} \Rightarrow \frac{V_1^2}{2g} = \frac{4.387^2}{2 \cdot 9.81} = 0.981 \text{ m}$$

$$V_2 = \frac{q}{y_2} = \frac{1.5}{1} = 1.5 \text{ m/s} \Rightarrow \frac{V_2^2}{2g} = \frac{1.5^2}{2 \cdot 9.81} = 0.1147 \text{ m}$$

Sustituyendo valores en (1), se tiene:

$$\Delta E = (0.34 + 0.981) - (1 + 0.1147)$$

$$\Delta E = 0.2082 \text{ m} - \text{kg} / \text{kg}$$

d) Tipo de resalto hidráulico:

Como sabemos, el tipo de resalto hidráulico que se establece según el número de Froude, tomando en consideración el tirante aguas arriba del resalto, es decir:

$$F_1 = \frac{V_1}{\sqrt{gy_1}} = \frac{4.387}{\sqrt{9.81 \cdot 0.34}}$$

$$F_1 = 2.395$$

Valor que está comprendido entre 1.7 y 2.5, por lo cual concluimos que se trata de un **resalto débil**.

5.5.2 Un canal trapezoidal tiene un ancho de solera de 0.40 m, las pendientes de las paredes son de 1 sobre 1 y transporta un caudal de 1 m³/s. El tirante aguas arriba del resalto es 0.30 m. Hallar la altura del resalto y la pérdida de energía en este tramo.

Solución:

a) Cálculo de la altura del resalto Δy :

$$\Delta y = y_2 - y_1 \text{ (1)}$$

En la cual no se conoce y_2

Cálculo de y_2 , usando las gráficas del anexo B

Para esto se requiere conocer:

$$r = \frac{V_1^2}{2gy_1}$$

Donde :

$$V_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{1}{(0.4 + 0.3) \cdot 0.3} = \frac{1}{0.21} = 4.7619 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow r = \frac{V_1^2}{2gy_1} = \frac{4.7619^2}{2 \cdot 9.81 \cdot 0.3} = 3.8525$$

También:

$$t = \frac{b}{Z \cdot y_1} = \frac{0.4}{1 \cdot 0.3} = 1.3333$$

Con los valores de $r = 3.8525$ y $t = 1.3333$, se ingresa al anexo B (sección parabólica), de donde se obtiene:

$$J = 3.1$$

$$\Rightarrow \frac{y_2}{y_1} = 3.1$$

$$y_2 = 3.1 \cdot y_1 = 3.1 \cdot 0.3$$

$$y_2 = 0.93 \text{ m}$$

Sustituyendo los valores de y_1 y y_2 en (1), se obtiene:

$$\Delta y = 0.93 - 0.30$$

$$\boxed{\Delta y = 0.63 \text{ m}}$$

b) Cálculo de la pérdida de energía ΔE :

Sabemos que:

$$\Delta E = E_1 - E_2$$

También:

$$\Delta E = \left(y_1 + \frac{V_1^2}{2g} \right) - \left(y_2 + \frac{V_2^2}{2g} \right) \quad (2)$$

$$\Rightarrow \frac{V_1^2}{2g} = \frac{4.7619^2}{2 \cdot 9.81} = 1.1557 \text{ m}$$

$$V_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{1}{(0.4 + 0.93) \cdot 0.93} = \frac{1}{0.2369} = 0.8085 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow \frac{V_2^2}{2g} = \frac{0.8085^2}{2 \cdot 9.81} = 0.0333 \text{ m}$$

Sustituyendo valores en (2), se tiene:

$$\Delta E = (0.30 + 1.1557) - (0.93 + 0.0333)$$

5.5.3 Un canal trapezoidal revestido de concreto con acabado liso ($n = 0.015$), conduce un caudal de $1.5 \text{ m}^3/\text{s}$ con una pendiente de 1 %, ancho de solera 1 m y talud $Z = 1$.

El canal tiene que atravesar una montaña por medio de un túnel de sección circular de diámetro 1.5 m y revestido de concreto de acabado regular ($n = 0.018$)

Para el paso de sección trapezoidal a circular se construye una transición que tiene la misma pendiente que el canal y una longitud de 10 m.

- Calcular la pendiente S_2 del túnel necesaria para que se inicie el resalto hidráulico en la sección del portal de entrada.
- Calcular la pendiente S_2 mínima con la que debe trazarse el túnel que elimine el resalto hidráulico.

Solución:

Se pide:

- S_2 para que se inicie el resalto en el punto (1)
 - S_2 para que no se produzca resalto
- I) Análisis del tipo de flujo en el canal:

- Cálculo del tirante normal:

Uso de la Figura 7-4:

$$\frac{Q \cdot n}{S^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{8}{3}}} = \frac{1.5 \cdot 0.015}{0.01^{\frac{1}{2}} \cdot 1^{\frac{8}{3}}} = 0.225$$

$$\frac{y}{b} = 0.40 \rightarrow y = 0.4 \cdot 1$$

$$\rightarrow y_n = 0.4 \text{ m}$$

- Calculo del tirante critico:

Uso de la Figura 6-2:

$$\frac{Q}{\sqrt{g} \cdot b^{2.5}} = \frac{1.5}{\sqrt{9.81} \cdot 1^{2.5}} = 0.4789$$

$$\frac{y_c}{b} = 0.52 \rightarrow y_c = 0.52 \cdot 1$$

$$\rightarrow y_c = 0.52 \text{ m}$$

Por ser $y_n = 0.4 \text{ m} < y_c = 0.52 \text{ m}$, se concluye que el flujo en el canal es supercrítico.

II) Cálculo del tirante crítico en el túnel

Uso de la Figura 6-2:

$$\frac{Q}{\sqrt{g} \cdot \phi^{2.5}} = \frac{1.5}{\sqrt{9.81} \cdot 1.5^{2.5}} = 0.1738$$

$$\frac{y_c}{\phi} = 0.42 \rightarrow y_c = 0.42 \cdot 1.5$$

$$\rightarrow y_c = 0.63 \text{ m}$$

III) Cálculo del tirante y_1 en la sección circular del portal de entrada.

Aplicando la Ecuación de Bernoulli entre las secciones (0) y (1), despreciando la pérdida por cambio de sección en la transición, se tiene:

$$y_{n_0} + V_0^2 + Z_0 = y_1 + \frac{V_1^2}{2 \cdot g} \quad (1)$$

donde:

$$y_{n_0} = 0.40 \text{ m}$$

$$A_0 = (1 + 0.4) \cdot 0.4 = 0.56 \text{ m}^2$$

$$V_0 = \frac{Q}{A_0} = \frac{1.5}{0.56} = 2.6786 \rightarrow \frac{V_0^2}{2 \cdot g} = \frac{2.6786^2}{19.62} = 0.3657 \text{ m}$$

$$Z_0 = S_1 \cdot L = 0.01 \cdot 10 = 0.1 \text{ m}$$

Sustituyendo valores en (1), resulta:

$$y_1 + \frac{V_1^2}{2 \cdot g} = 0.4 + 0.3657 + 0.1 = 0.8657$$

$$y_1 + \frac{Q^2}{2 \cdot g \cdot A_1^2} = 0.8657$$

Expresando en función de $\left(\frac{y_1}{\phi}\right) y \left(\frac{A_1}{\phi^2}\right)$, para usar la Tabla 3-3, se tiene:

$$\phi \cdot \left(\frac{y_1}{\phi} \right) + \frac{Q^2}{2 \cdot g \cdot \phi^4 \cdot \left(\frac{A_1}{\phi^2} \right)^2} = 0.8657$$

Sustituyendo valores:

$$1.5 \cdot \left(\frac{y_1}{\phi} \right) + \frac{1.5^2}{19.62 \cdot 1.5^4 \cdot \left(\frac{A_1}{\phi^2} \right)^2} = 0.8657$$

$$f\left(\frac{y_1}{\phi}\right) = 1.5 \cdot \left(\frac{y_1}{\phi} \right) + \frac{0.0227}{\left(\frac{A_1}{\phi^2} \right)^2} = 0.8657$$

Resolviendo por tanteos usando la Tabla 3-3, resulta:

$\left(\frac{y_1}{\phi} \right)$	$\left(\frac{A_1}{\phi^2} \right)$	$f\left(\frac{y_1}{\phi}\right)$	$\left(\frac{y_1}{\phi} \right)$	$\left(\frac{A_1}{\phi^2} \right)$	$f\left(\frac{y_1}{\phi}\right)$
0.36	0.2546	0.8902	0.43	0.3229	0.8627
0.37	0.2642	0.8802	0.44	0.3328	0.8650
0.38	0.2739	0.8726	0.442*	0.3348	0.8655
0.39	0.2836	0.8672	0.443*	0.3358	0.8658
0.393*	0.2865	0.8861	0.444*	0.3368	0.8661
0.394*	0.2875	0.8656	0.45	0.3428	0.8682
0.395*	0.2850	0.8720	0.46	0.3527	0.8725
0.40	0.2934	0.8637	0.47	0.3627	0.8776
0.41	0.3032	0.8619	0.48	0.3727	0.8834
0.42	0.3130	0.8617	0.49	0.3827	0.8900

Nota: los valores con (*) se calcularon por interpolación lineal

Como se observa en el cuadro anterior, hay dos valores de y_1 / ϕ que satisfacen la ecuación, a saber:

$$\left(\frac{y_1}{\phi} \right) = 0.394 \rightarrow y_1 = 0.394 \cdot 1.5 \rightarrow y_1 = 0.591 \text{ m}$$

$$\left(\frac{y_1}{\phi} \right) = 0.443 \rightarrow y_1 = 0.443 \cdot 1.5 \rightarrow y_1 = 0.6645 \text{ m}$$

De estos valores, el que satisface el problema es el que produzca un flujo supercrítico, ya que el flujo en el canal es supercrítico, es decir:

$$y_1 = 0.591 < y_c = 0.63 \rightarrow \text{flujo supercrítico}$$

$$y_1 = 0.6645 > y_c = 0.63 \rightarrow \text{flujo subcrítico}$$

$$\therefore y_1 = 0.591 \text{ m.}$$

IV) Cálculo de S_2 para que el resalto se inicie en el punto (1):

Para que el resalto se inicie en la sección del portal de entrada, se requiere que el tirante conjugado mayor, y_2 , sea igual tirante normal dentro del túnel.

- Cálculo de y_2 :

Usando las gráficas del anexo B, se tiene que:

$$ZC = \frac{Q}{\sqrt{g} \cdot \phi^{2.5}} = \frac{1.5}{\sqrt{9.81} \cdot 1.5^{2.5}} = 0.1738$$

$$\frac{y_1}{\phi} = 0.394$$

Del grafico se obtiene:

$$\frac{y_2}{\phi} = 0.44 \rightarrow y_2 = 0.44 \cdot 1.5 \rightarrow y_2 = 0.66 \text{ m}$$

$y_2 = 0.66 \text{ m} < 1.5 \text{ m}$, por lo general el túnel no se ahoga.

A partir del Figura 3-3, se tiene:

$$\left(\frac{A}{\phi^2} \right) = 0.3328 \rightarrow A = 0.3328 \cdot 1.5^2 = 0.7488 \text{ m}^2$$

$$\left(\frac{R}{\phi} \right) = 0.3328 \rightarrow R = 0.2294 \cdot 1.5 = 0.3441 \text{ m}$$

- Cálculo de la pendiente S_2 :

De la ecuación de Manning, se tiene:

$$S_2 = \frac{(Q \cdot n)^2}{A \cdot R^{\frac{2}{3}}} = \frac{(1.5 \cdot 0.018)^2}{0.7488 \cdot 0.3441^{\frac{2}{3}}}$$

$$S_2 = 0.0054$$

$$S_2 = 5.4 \text{ } ^0/_{00}$$

V) Cálculo de S_2 para que no produzca el resalto:

El flujo en el portal es supercrítico; para que se produzca resalto, se requiere que se pase a un flujo subcrítico.

La pendiente mínima que puede evitar que se produzca resalto es la crítica normal, ya que una menor pendiente producirá un flujo subcrítico y por lo tanto se producirá resalto

$$\therefore S_2 \text{ minima} = S_c$$

De la ecuación de Manning, se tiene:

$$S_2 = \frac{(Q \cdot n)^2}{A_c \cdot R_c^{\frac{2}{3}}}$$

donde:

$$\frac{y_c}{\phi} = 0.42 \rightarrow \frac{A_c}{\phi^2} = 0.313 \rightarrow A_c = 0.313 \cdot 1.5^2 = 0.7043 \text{ m}^2$$

$$\frac{R_c}{\phi} = 0.222 \rightarrow R_c = 0.222 \cdot 1.5^2 = 0.333 \text{ m}$$

luego:

$$S_c = \frac{(1.5 \cdot 0.018)^2}{0.7043 \cdot 0.333^{\frac{2}{3}}}$$

$$S_c = 0.0064$$

$$\therefore S_2 \text{ min} = 6.4 \text{ } ^0/_{00}$$

5.5.4 Un canal debe cubrir un desnivel $\Delta Z = 3,0 \text{ m}$, para lo cual se ha diseñado un ducto de sección cuadrada con una inclinación $\theta = 30^\circ$, como se muestra en la Figura. Aguas arriba del ducto el canal es de sección rectangular de ancho b y aguas abajo éste es de sección trapezoidal de ancho b y taludes $1 : Z \text{ (V:H)}$.

Suponga que las pendientes de los tramos A y C son pequeñas o despreciables, y que en el tramo B siempre existe escurrimiento con superficie libre.

- Encontrar una expresión que permita determinar la altura crítica en un canal rectangular inclinado en un ángulo θ grande.
- Esquematizar la curva y vs. E para el caso de un canal rectangular inclinado en un ángulo θ grande y compárela con la de un canal de idénticas características con un ángulo de inclinación pequeño.
- Calcule las alturas críticas en los tramos A, B y C de la Figura.
- Calcular las alturas y velocidades de escurrimiento en las secciones (1), (2), (3) y (4), despreciando pérdidas de energía. Suponga que el escurrimiento en (4) está controlado sólo por condiciones de aguas arriba.

Datos:

$$Q = 2,0 \text{ m}^3/\text{s};$$

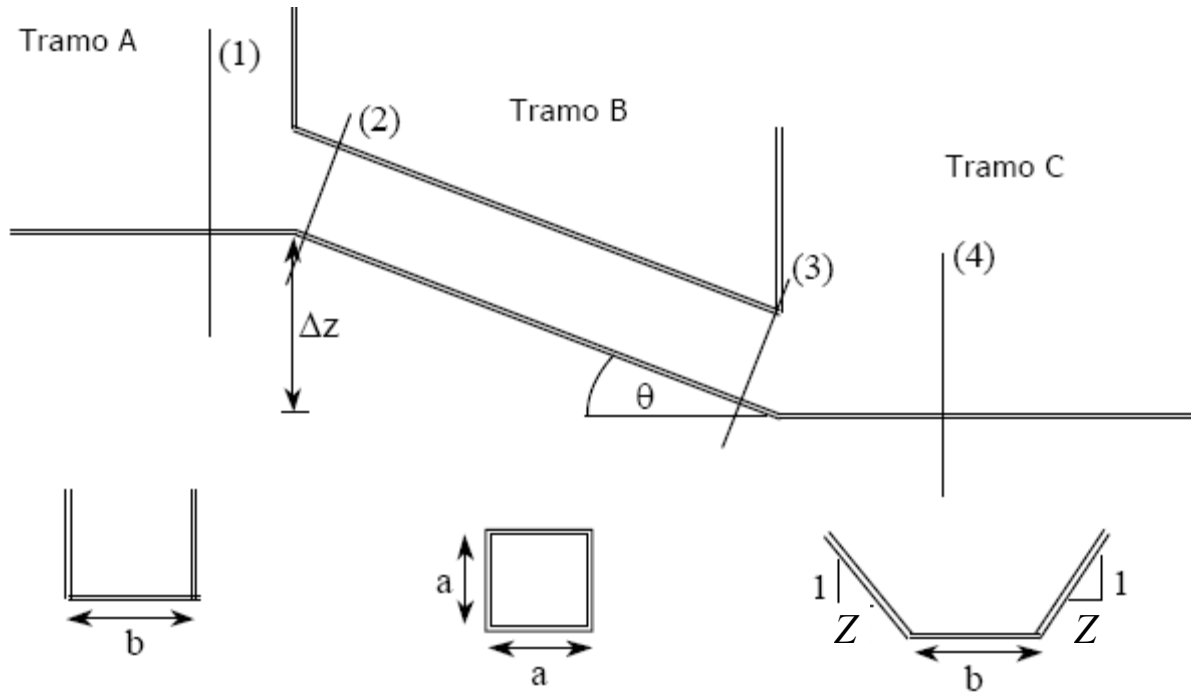
$$b = 2,0 \text{ m}$$

$$a = 1,5 \text{ m}$$

$$Z = 1,5$$

$$\Delta Z = 3,0 \text{ m}$$

$$\theta = 30^\circ$$



Solucion:

$$a) \ E = \frac{p_{fondo}}{\gamma} + \frac{V^2}{2 \cdot g} = \frac{\gamma \cdot y \cdot \cos \theta}{\gamma} + \frac{q^2}{2 \cdot g \cdot y^2} = y \cos \theta + \frac{q^2}{2 \cdot g \cdot y^2}$$

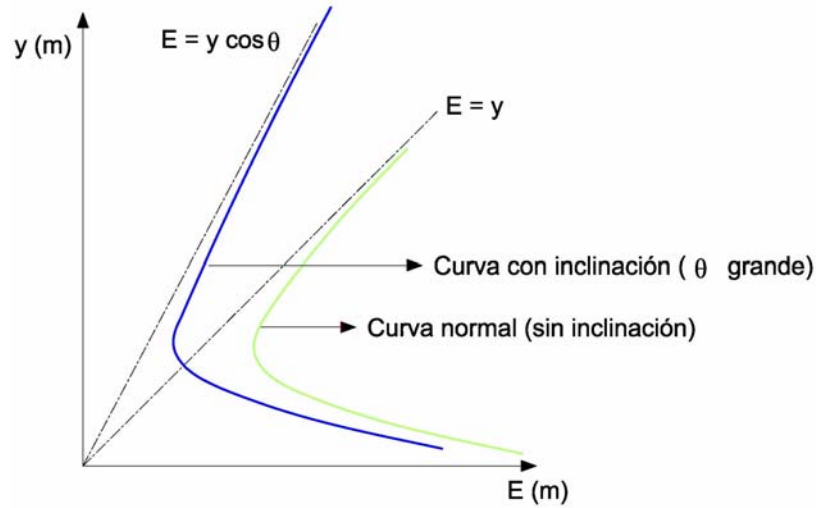
$$\frac{dE}{dy} = 0 \Rightarrow \frac{dE}{dy} = \cos \theta - \frac{q^2}{\underbrace{g \cdot y_c^3}_{F^2}} = 0$$

$$\Rightarrow y_c = \left(\frac{q^2}{g \cos \theta} \right)^{1/3}$$

$$b) \ E_c = y_c \cos \theta + \frac{q^2}{2 g y_c^2}$$

$$\text{se sabe que: } y_c^3 = \frac{q^2}{g \cos \theta}$$

$$E_c = y_c \cos \theta + \frac{q^2 y_c}{2g y_c^3} = y_c \cos \theta + \frac{q^2 y_c}{2g} \cdot \frac{g \cos \theta}{q^2} = \frac{3}{2} y_c \cos \theta$$



c) Para $Q = 2.0 \text{ m}^3 / \text{s}$

Tramo A: rectangular de ancho $b = 2.0 \text{ m}$ $q_A = 1.0 \text{ m}^3 / \text{s} / \text{m}$

$$y_{c_A} = \left(\frac{q_A^2}{g} \right)^{1/3} = 0.467 \text{ m.}$$

Tramo B: Cuadrado de lado $a = 1.5 \text{ m}$, inclinado en 30°

$$y_{c_B} = \left(\frac{q_B^2}{g \cos \theta} \right)^{1/3} = 0.594 \text{ m.}$$

Tramo C: Trapezoidal de ancho $b = 2.0 \text{ m}$ y taludes $1 : Z$ (V : H)

Para estas condiciones tenemos:

$$\frac{Q^2 \cdot T}{g \cdot A^3} = 1 \quad T = b + 2Zy$$

$$A = by + 2Zy^2$$

$$\Rightarrow Q^2 \cdot (b + 2Zy) = g \cdot (by + 2Zy^2)^3$$

$$\Rightarrow y_{c_c} = 0.418 \text{ m}$$

$$\text{d) } E_{c_A} = \frac{3}{2} y_{c_A} = \frac{3}{2} \cdot 0.467 = 0.7005 \approx 0.701 \text{ m}$$

$$E_{c_B} = \frac{3}{2} y_{c_b} \cos \theta = \frac{3}{2} \cdot 0.594 \cdot \cos(30^\circ) = 0.771 \text{ m}$$

En secciones trapezoidales se sabe que:

$$E_c = \frac{y(5T + b)}{4T} \quad y \quad T = b + 2Zy$$

$$\Rightarrow E_{c_c} = \frac{y_{c_c} \cdot [5 \cdot (b + 2 \cdot Z \cdot y) + b]}{4 \cdot (b + 2 \cdot Z \cdot y)} = \frac{0.418 \cdot [5 \cdot (2 + 2 \cdot 1.5 \cdot 0.418) + 2]}{4 \cdot (2 + 2 \cdot 1.5 \cdot 0.418)} = 0.588 \text{ m}$$

Entonces se tiene que:

$$E_{c_1} = E_{c_A} = 0.701 \text{ m}$$

$$B_{c_1} = B_{c_1} + \Delta Z = 3.701 \text{ m}$$

$$E_{c_2} = E_{c_B} = 0.771 \text{ m}$$

$$B_{c_2} = B_{c_2} + \Delta Z = 3.771 \text{ m}$$

$$E_{c_3} = E_{c_B} = 0.771 \text{ m} = B_{c_3}$$

$$E_{c_4} = 0.588 \text{ m} = B_{c_4}$$

Debe imponerse el régimen crítico en la sección con más altos requerimientos de energía

$$\Rightarrow \text{crítico en sección (2)} \Rightarrow y_2 - y_{c_B} = 0.594 \text{ m}$$

$$\text{En (1)} \quad E_1 = E_2 = y + \frac{q^2}{2gy^2} \Rightarrow y_1 = 0.651 \text{ m (río)} \Rightarrow \text{OK.}$$

$$y_2 = 0.347 \text{ m (torrente)} \Rightarrow X(\text{Solución no válida})$$

$$\text{En (3)} \quad E_3 = E_2 + \Delta z = 3.771 \text{ m}$$

$$E_3 = y \cos \theta + \frac{q^2}{2gy^2} \Rightarrow y_1 = 0.158 \text{ m (torrente)} \Rightarrow \text{OK.}$$

$$y_2 = 4.349 \text{ m (río)} \Rightarrow X(\text{Solución no válida})$$

$$\text{En (4)} \quad E_4 = E_3 \Rightarrow E_4 = y_4 + \frac{Q^2}{2gA^3} \Rightarrow y_1 = 0.109 \text{ m (torrente)}$$

$$y_2 = 3.771 \text{ m (río)} \Rightarrow X(\text{Solución no válida})$$

Velocidades:

$$1) \quad V_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{Q}{b \cdot y_1} = \frac{2}{2 \cdot 0.651} = 1.536 \text{ m/s}$$

$$2) \quad V_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{Q}{a \cdot y_2} = \frac{2}{1.5 \cdot 0.594} = 2.245 \text{ m/s}$$

$$3) \quad V_3 = \frac{Q}{A_3} = \frac{Q}{a \cdot y_2} = \frac{2}{1.5 \cdot 0.158} = 8.440 \text{ m/s}$$

$$4) \quad V_4 = \frac{Q}{A_4} = \frac{Q}{(b + Zy)y} = \frac{2}{(2 + 1.5 \cdot 0.109) \cdot 0.109} = 8.481 \text{ m/s}$$

5.4.5 En un canal horizontal que transporta un caudal Q_o de agua para riego, se requiere de obras hidráulicas que mejoren el funcionamiento de una extracción de agua, constituida por una salida perpendicular al eje principal del canal, precedida de una rejilla, emplazada con el fin de evitar la entrada de hojas, ramas o cualquier otro desperdicio.

En la extracción, puede considerarse válida la siguiente expresión:

$$B_{canal} = B_{extracción} + \Delta$$

donde Δ es la pérdida de energía que introduce la rejilla al flujo, a determinarse como $k \cdot Q_e^2$ (Q_e es el caudal extraído). B_{canal} puede estimarse como un promedio de Bernoulli de las secciones (1) y (2).

Indicar si los siguientes afirmaciones son correctas, justificando los resultados:

- a) Si $b = B$ (canal principal de ancho constante), no se podrá sacar agua mediante la extracción esquematizada.
- b) Independiente del valor de b , la sección (4) siempre controla el escurrimiento en el canal principal.
- c) El momento y la energía se conservan entre las secciones (1) y (3).
- d) Un ancho $b = 1$ m permite una extracción Q_e de aproximadamente 153 lt/s.

Indicaciones:

Suponga despreciables las pérdidas friccionales y las ocasionadas por cambios de sección. En la sección (4) no existe influencia desde aguas abajo, así como no la hay desde aguas arriba en la sección 1. De igual forma, no existe influencia desde aguas abajo en la sección (5) (entrada al canal secundario).

Datos:

$$Q_o = 1,5 \text{ m}^3/\text{s},$$

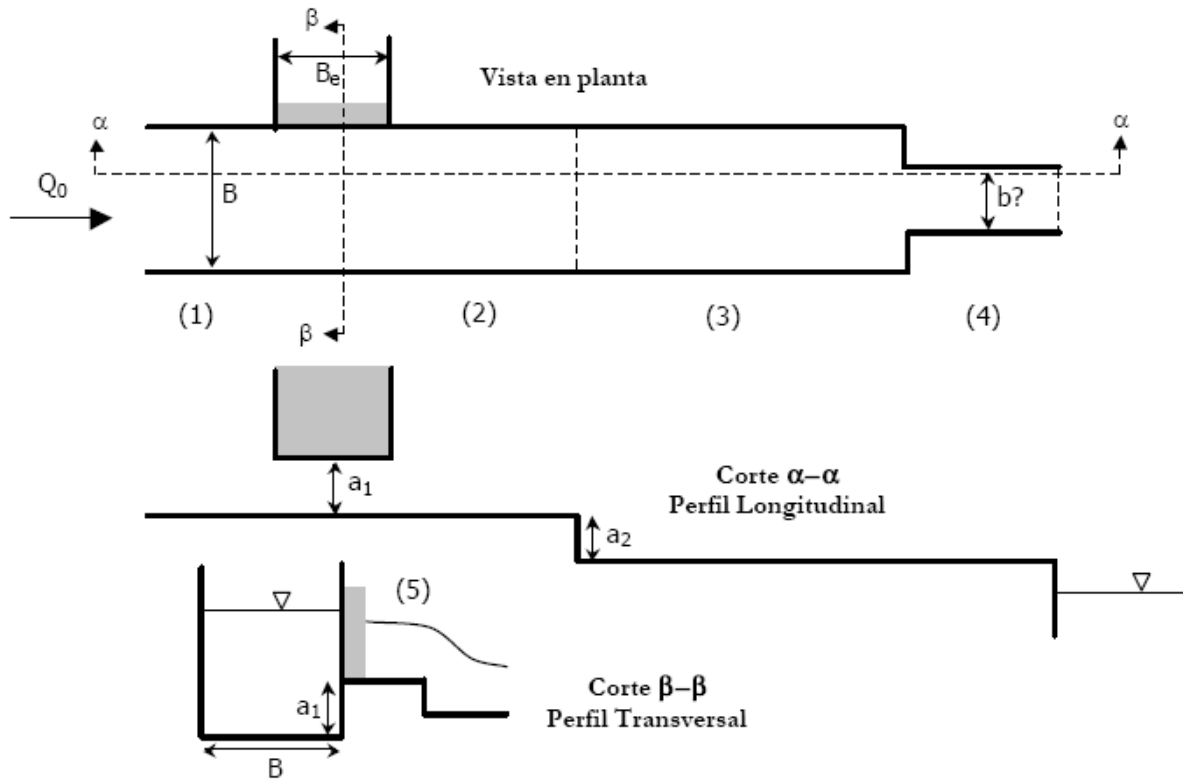
$$a_1 = 0,45 \text{ m},$$

$$a_2 = 0,15 \text{ m},$$

$$B = 2 \text{ m},$$

$$k = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^2,$$

$$B_e = 1 \text{ m}$$

**Solución:**

a) Si $b = B$, el estado crítico ocurrirá en la sección (2), que es mas alta que (3) y (4).

Entonces:

$$Q_o = 1.5 \text{ m}^3 / \text{s} \quad , \quad b = 2 \text{ m} \Rightarrow q = \frac{Q}{b} = \frac{1.5}{2} = 0.75 \text{ m}^3 / \text{s} / \text{m}$$

Altura critica:

$$y_c = \left(\frac{q^2}{g} \right)^{1/3} = \left(\frac{0.75^2}{9.81} \right)^{1/3} = 0.39 \text{ m}$$

Al no existir perdidas entre (3) y (4), $y_4 = 0.39 \text{ m}$.

Luego, el agua está por debajo del nivel de extracción, el agua no puede llegar a esta

\Rightarrow VERDADERA

b) Si la sección (4) es muy estrecha, podrá “competir” con (2) por cual de ellas establece el control hidráulico.

En el límite:

$$E_{c2} + a_2 = E_{c4}$$

$$\frac{3}{2} \cdot \left(\frac{(Q/B)^2}{g} \right)^{1/3} + a = \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{(Q/b)^2}{g} \right)^{1/3}$$

$$\Rightarrow b = 1.415 \text{ m}$$

O sea, si $b > 1.415 \text{ m}$, el estado crítico ocurre en (2);

si $b \leq 1.415 \text{ m}$, el estado crítico ocurre en (4);

\Rightarrow FALSO

- c) Entre las secciones (1) y (2) solo se conserva el momento (si existe una extracción, en este caso $M_1 = M_2$ pero $Q_1 \neq Q_2$).

Entre (2) y (3) no se conserva momento ya que hay una fuerza sobre la pared vertical de la grada.

\Rightarrow FALSO

- d) Supongamos que el caudal extraído es $0.153 \text{ m}^3/\text{s}$ y que hay estado crítico en (4):

$$y_4 = y_{c4} = \left(\frac{(Q/b)^2}{g} \right)^{1/3} = 0.570 \text{ m} \Rightarrow E_4 = E_{c4} = y_4 + \frac{v_4^2}{2g} = 0.855 \text{ m}$$

Igualando energía entre (3) y (4):

$$E_3 = E_4$$

$$\Rightarrow y_3 + \frac{q^2}{2gy_3^2} = 0.855 \Rightarrow y_3 = 0.186 \text{ m (no válido)}, y_2 = 0.821 \text{ m (válido)}$$

(Subcrítico aguas arriba del control hidráulico)

Igualando energía entre (2) y (3):

$$E_2 + a = E_3 \Rightarrow E_2 = 0.705 \text{ m}$$

$$y_2 + \frac{q^2}{2gy_2^2} = 0.705 \Rightarrow y_2 = 0.218 \text{ m (no válido)}, y_2 = 0.650 \text{ m (válido)}$$

Igualando momentos entre (1) y (2) (Existe salida de agua)

$$M_1 = M_2 = \frac{y_2^2}{2} + \frac{q^2}{gy_2} = 0.283 \text{ m}^2$$

$$\Rightarrow \frac{y_1^2}{2} + \frac{q^2}{gy_1} = 0.283 \text{ m}^2 \Rightarrow y_1 = 0.615 \text{ m (válido)}, y_1 = 0.223 \text{ m (no válido)}$$

$$\left. \begin{array}{l} E_1 = 0.691 \text{ m} \\ E_2 = 0.705 \text{ m} \end{array} \right\} E_{canal} = \frac{E_1 + E_2}{2} = \frac{0.691 + 0.705}{2} = 0.698 \text{ m}$$

$$E_{extracción} = E_{canal} - a_1 - kQ_E^2$$

$$E_{extracción} = 0.698 - 0.45 - 2 \cdot 0.153^2$$

$$E_{extracción} = 0.201 \text{ m}$$

$$\text{En (5) hay estado crítico} \Rightarrow E_c = 0.201 \text{ m} \Rightarrow y_c = \frac{2}{3} E_c = \frac{2}{3} \cdot 0.201 = 0.134 \text{ m}$$

$$\Rightarrow q_e = \sqrt{g y_c^3} = 0.154 \text{ m}^3 / \text{s} / \text{m} \quad (b_E = 1 \text{ m})$$

$$\Rightarrow Q = 0.154 \text{ m}^3 / \text{s} \Rightarrow \text{muy proximo} \Rightarrow OK \Rightarrow \text{VERDADERO}$$

5.6. PROBLEMAS PROPUESTOS

5.6.1 En un canal de sección circular, de 1.80 mts. De diámetro se conduce un caudal de 2 m³/s, con un tirante de 1.07 mts.

- Hallar el número de Froude correspondiente al tirante alterno.
- Hallar la energía mínima para que ocurra el caudal mencionado

Solución:

- $F = 1.9704$
- $E = 0.9429 \text{ m-Kg/Kg}$

5.6.2 En un tramo de un canal rectangular se produce el resalto hidráulico. Sabiendo que el tirante aguas abajo del resalto es 1.20 mts. Y que el número de Froude aguas arriba del resalto es 3.5804. determinar las velocidades en ambas secciones.

Solución:

$$V_1 = 5.7361 \text{ m/s}; V_2 = 1.25 \text{ m/s}.$$

5.6.3 En un canal rectangular de 1.5 mts, de ancho de solera, se transporta un caudal de 5 m³/s. En un cierto tramo de este canal, se produce un resalto hidráulico. Si el número de Froude para el tirante conjugado menor es 5 veces que para el tirante conjugado mayor, calcular:

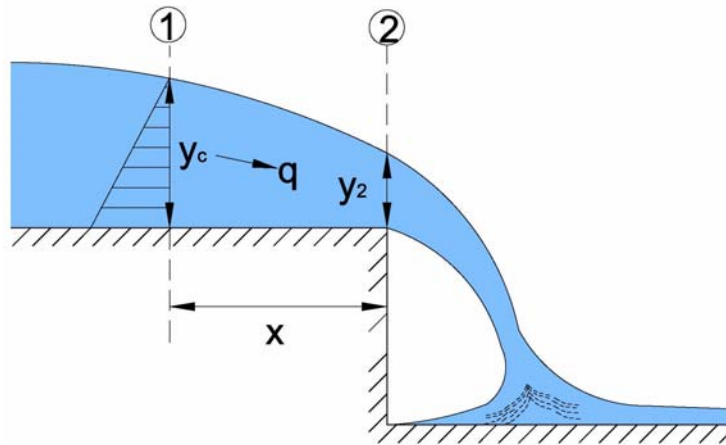
- La longitud del resalto hidráulico usando la fórmula de Sieñchin
- La energía disipada en el resalto

Solución:

- $L = 5.6 \text{ mts.}$
- $\Delta E = 0.3545 \text{ m-Kg/Kg.}$

5.6.4 Por la aplicación de la cantidad de movimiento, determinar el tirante que se presenta en la sección final de un canal rectangular horizontal a partir de la cual se inicia una caída

libre, ver la Figura. Suponer para ello que en dicha sección la presión en el fondo es cero y que la sección crítica se presenta a una distancia x hacia aguas arriba.



Solución:

$$y_2 = 0.6667 y_c$$

z

CAPÍTULO 6

FLUJO CRÍTICO

6.1. CRITERIO PARA EL ESTADO CRÍTICO DEL FLUJO

El estado crítico de flujo ha sido definido como la condición para la cual el número de Froude es igual a la unidad. Una definición más común es que este es el estado de flujo para el cual la energía específica es mínima para un caudal determinado. Un criterio teórico para el flujo crítico puede desarrollarse a partir de la siguiente definición:

Como $V = Q/A$, la ecuación $E = y + \alpha \cdot (V^2/2g)$, la cual es la ecuación para la energía específica en un canal de pendiente baja con $\alpha = 1$, puede escribirse como:

$$E = y + \frac{Q^2}{2 \cdot g \cdot A^2} \quad (6-1)$$

Al derivar con respecto a y y al notar que Q es constante,

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{Q^2}{g \cdot A^3} \cdot \frac{dA}{dy} = 1 - \frac{V^2}{g \cdot A} \cdot \frac{dA}{dy} \quad (6-2)$$

El diferencial de área mojada dA cerca de la superficie libre Figura 5-16 es igual a $T \cdot dy$. Ahora $dA / dy = T$, y la profundidad hidráulica es $D = A / T$; luego la anterior ecuación se convierte en:

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{V^2 \cdot T}{g \cdot A} = 1 - \frac{V^2}{g \cdot D}$$

En el estado crítico de flujo la energía específica es mínima, o $dE / dy = 0$. La anterior ecuación, por consiguiente, se convierte en:

$$\frac{V^2}{2 \cdot g} = \frac{D}{2} \quad (6-3)$$

donde:

D es la profundidad hidráulica $D = A / T$

.Este es el criterio para flujo crítico, el cual establece que en el estado crítico del flujo la altura de velocidad es igual a la mitad de la profundidad hidráulica. La anterior ecuación también se escribe como:

$$\frac{V}{\sqrt{g \cdot D}} = 1$$

lo cual significa que $F = 1$; esta es la definición de flujo crítico.

Si el anterior criterio (ecuación 6-3) va a utilizarse en cualquier problema, deben satisfacerse las siguientes condiciones:

- Flujo paralelo o gradualmente variado
- Canal con pendiente baja
- Coeficiente de energía supuesto igual a la unidad

Si el coeficiente de energía no se supone igual a la unidad, el criterio de flujo crítico es:

$$\alpha \cdot \frac{V^2}{2 \cdot g} = \frac{D}{2} \quad (6-4)$$

Para un canal con un ángulo de pendiente θ grande y un coeficiente de energía α , se tendrá que el criterio de flujo crítico es:

$$\alpha \cdot \frac{V^2}{2 \cdot g} = \frac{D \cdot \cos \theta}{2} \quad (6-5)$$

En este caso, el número de Froude puede definirse como:

$$F = \frac{V}{\sqrt{\frac{g \cdot D \cdot \cos \theta}{\alpha}}} \quad (6-6)$$

Si el estado crítico del flujo existe a través de toda la longitud de un canal o a lo largo de un tramo de este, el flujo en el canal es un flujo crítico. La pendiente del canal que mantiene un determinado caudal con una profundidad uniforme y crítica se conoce como pendiente crítica S_c . Una pendiente de canal menor que la pendiente crítica producirá un flujo mas lento de naturaleza subcrítica para el caudal determinado, tal como se demostrará mas adelante, y por consiguiente, se conoce como pendiente suave o subcrítica. Una pendiente mayor que la pendiente crítica producirá un flujo más rápido de naturaleza supercrítica y se conoce como pendiente empinada o supercrítica.

Un flujo en estado crítico o cerca de él es inestable. Esto se debe a que un pequeño cambio de energía específica en estado crítico, o cerca él, producirá un cambio grande en la profundidad. Este hecho también puede identificarse en la curva de energía específica. Como la curva es casi vertical cerca de la profundidad crítica, un ligero cambio en la energía cambiaría la profundidad a profundidades alternas mucho más pequeñas o más grandes, correspondientes a la energía específica después del cambio. Cuando el flujo esta cerca del estado crítico, la superficie del agua parece inestable y ondulada. Por lo general, tales fenómenos son causados por pequeños cambios en energía debido a las variaciones en la rugosidad del canal, la sección transversal, la pendiente o algunos depósitos de sedimentos o basuras. Si en el diseño de un canal se encuentra que la profundidad es igual o muy cercana a la profundidad crítica a lo largo de una gran longitud de canal, la forma o la pendiente del canal deben modificarse, si es posible, para asegurar una mayor estabilidad.

El criterio para un estado crítico de flujo es la base para el cálculo de flujo crítico. El flujo crítico se puede conseguir en forma práctica:

- a) Reduciendo la sección.
- b) Provocando una sobre elevación del fondo del cauce.
- c) Utilizando los dos criterios anteriores.

De lo anterior los términos del régimen crítico pueden definirse como sigue:

6.1.1. CAUDAL CRÍTICO

Es el caudal máximo para una energía específica determinada, o el caudal que se producirá con la energía específica mínima.

6.1.2. TIRANTE CRÍTICO

Es el tirante hidráulico que existe cuando el caudal es el máximo para una energía específica determinada, o el tirante al que ocurre un caudal determinado con la energía específica mínima.

6.1.3. VELOCIDAD CRÍTICA

La velocidad media cuando el caudal es el crítico.

6.1.4. PENDIENTE CRÍTICA

Es el valor particular de la pendiente del fondo del canal para la cual este conduce un caudal Q en régimen uniforme y con energía específica mínima, o sea, que en todas sus secciones se tiene el tirante crítico.

6.1.5. RÉGIMEN SUBCRÍTICO

Son las condiciones hidráulicas en las que los tirantes son mayores que los críticos, las velocidades menores que las críticas y los números de Froude menores que 1. Es un régimen lento, tranquilo, fluvial, adecuado para canales principales o de navegación.

6.1.6. RÉGIMEN SUPERCRÍTICO

Son las condiciones hidráulicas en las que los tirantes son menores que los críticos, las velocidades mayores que las críticas y los números de Froude mayores 1. Es un régimen rápido, torrencial, pero perfectamente estable, puede usarse en canales revestidos.

Los tipos de flujo están representados en la curva de energía específica (Figura 6-1), la zona superior de la curva de energía específica corresponde al flujo subcrítico ($y_2 > y_c$) y la inferior al flujo supercrítico ($y_1 < y_c$).

El número de Froude $F = V / \sqrt{g \cdot D}$, definido anteriormente, es una especie de indicador universal en la caracterización del flujo de superficie libre. La condición del flujo supercrítico se produce cuando $F > 1$, flujo subcrítico para $F < 1$ y crítico para $F = 1$. En flujo subcrítico una perturbación puede moverse aguas arriba, esto significa en términos prácticos, que mecanismos o condiciones de control tales como una compuerta o una caída influyen sobre las condiciones del flujo aguas arriba del control; por ello se afirma que el flujo subcrítico está controlado por las condiciones de aguas abajo. Por otra parte, en flujo supercrítico una perturbación solo puede viajar hacia aguas abajo; estableciendo los posibles controles únicamente del lado de aguas arriba.

En resumen de lo visto respecto al flujo crítico, los tipos de flujo pueden ser:

1. -Flujo supercrítico o rápido:

$$Si: y < y_c, \quad \text{ó} \quad F > 1 \quad \text{ó} \quad V > V_c \quad \text{ó} \quad S > S_c$$

En un flujo supercrítico, toda singularidad causa efectos hacia aguas abajo.

2. - Flujo crítico:

$$Si: y = y_c \quad \text{ó} \quad F = 1 \quad \text{ó} \quad V = V_c \quad \text{ó} \quad S = S_c$$

3.- Flujo subcrítico o lento:

$$Si: y > y_c \quad \text{ó} \quad F < 1 \quad \text{ó} \quad V < V_c \quad \text{ó} \quad S < S_c$$

En un flujo subcrítico, toda singularidad causa efectos hacia aguas arriba.

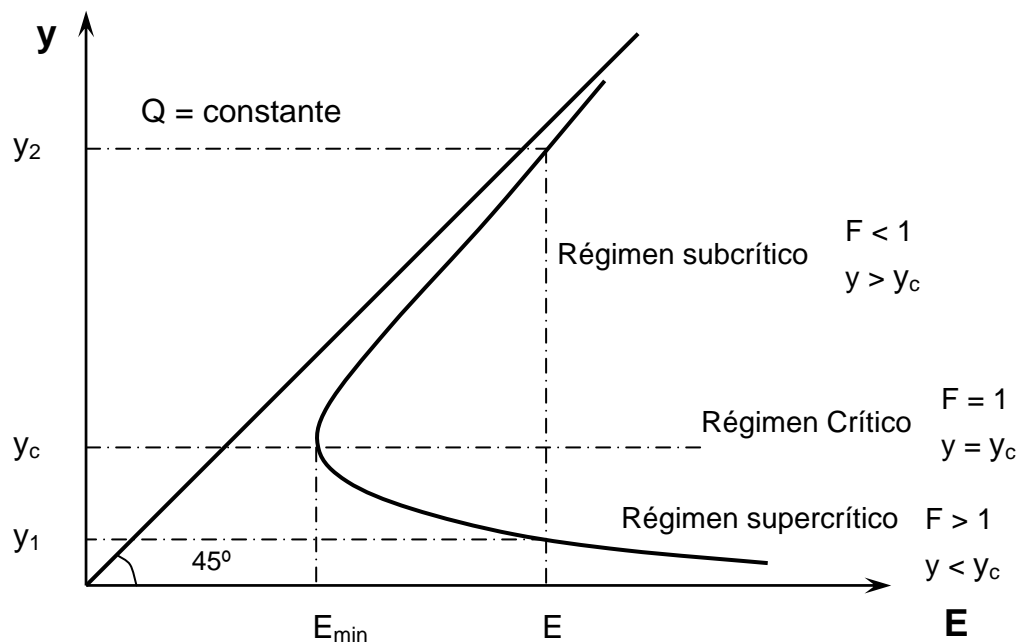


FIGURA 6-1 Curva de Energía Específica.

6.2. EL FACTOR DE SECCIÓN PARA EL CÁLCULO DE FLUJO CRÍTICO

Al sustituir la ecuación de continuidad $V = Q/A$ en la ecuación del criterio para flujo crítico $V^2/2 \cdot g = D/2$ y simplificando se tiene:

$$\frac{Q^2}{2 \cdot g \cdot A^2} = \frac{D}{2}$$

$$\frac{Q}{\sqrt{g}} = A \cdot \sqrt{D}$$

$$Z = \frac{Q}{\sqrt{g}} \quad (6-7)$$

Cuando se supone que el coeficiente de energía no es igual a la unidad:

$$Z = \frac{Q}{\sqrt{\frac{g}{\alpha}}} \quad (6-8)$$

Donde $Z = A \cdot \sqrt{D}$, es el *factor de sección para el cálculo del flujo crítico*.

La ecuación 6-8 establece que el factor de sección Z para un sección de canal en estado crítico de flujo es igual al caudal dividido por la raíz cuadrada de g/α . Debido a que el factor de sección Z por lo general es una función de valor único de la profundidad, la ecuación indica que existe solo una profundidad crítica posible para mantener determinado caudal en un canal y, de manera similar, cuando se fija la profundidad, que puede existir solo un caudal que mantenga un flujo crítico y que haga crítica la profundidad en una determinada sección.

Las ecuaciones 6-7 o 6-8 son herramientas muy útiles para el cálculo y el análisis del flujo crítico en un canal abierto. Cuando se conoce el caudal, la ecuación da el factor de sección crítico Z_c y, por consiguiente, la profundidad crítica y_c . Por otra parte, cuando la profundidad y , por tanto, el factor de sección son conocidos, el caudal crítico puede calcularse mediante la ecuación 6-7 de la siguiente manera:

$$Q = Z \cdot \sqrt{g}$$

o, mediante la ecuación 6-8, como sigue:

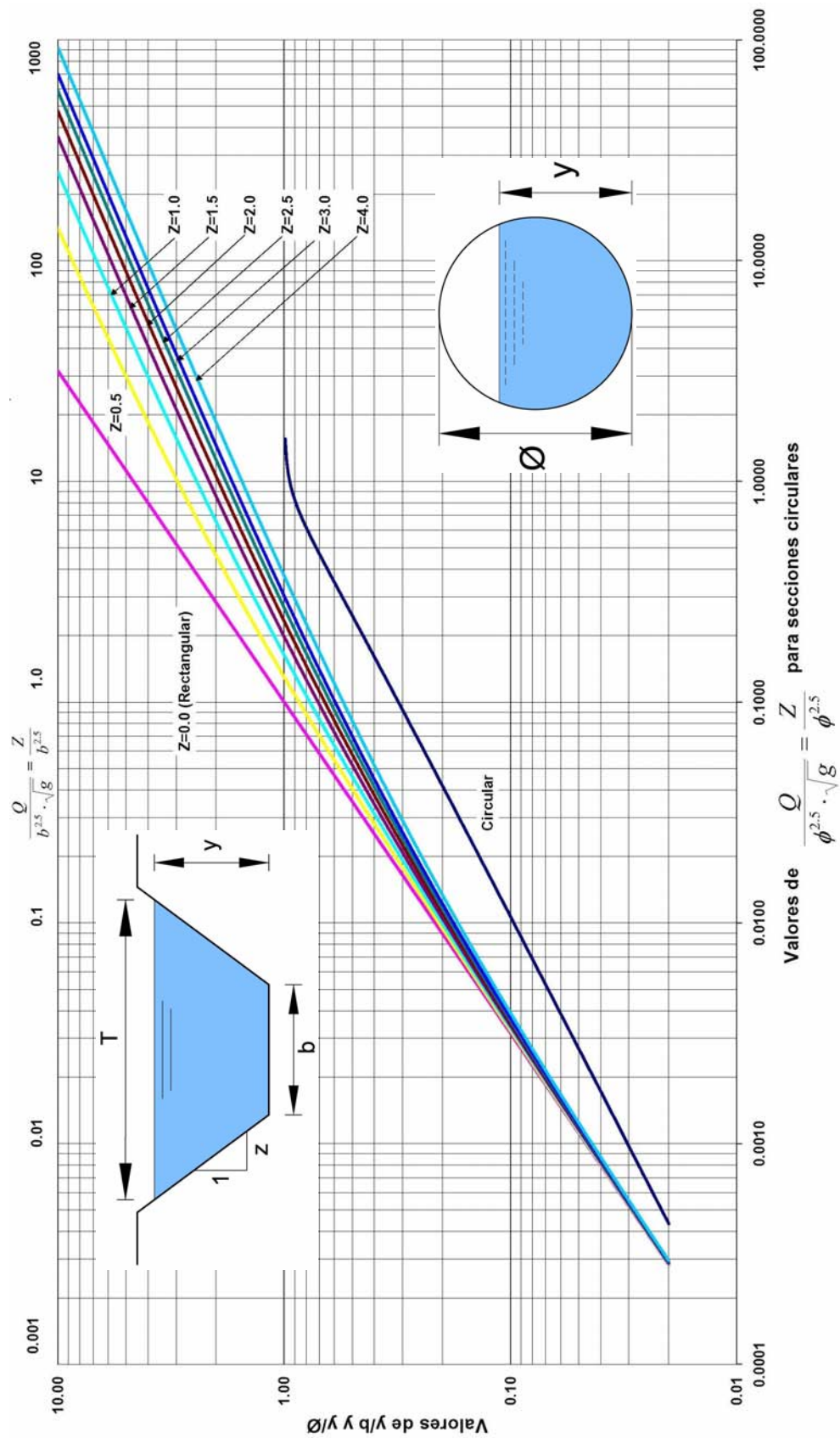
$$Q = Z \cdot \sqrt{\frac{g}{\alpha}} \quad (6-9)$$

Algunas veces se utiliza un subíndice c para especificar la condición de flujo crítico.

En la Tabla 3-1 se dan fórmulas para el factor de sección Z de canales más usuales. Los valores de Z para una sección circular pueden calcularse a partir de la curva dada en la Figura 3-4 o a partir de la Tabla 3-5.

Para simplificar el cálculo del flujo crítico se han preparado curvas adimensionales que muestran la relación entre la profundidad y el factor de sección Z (Figura 6-2) para canales rectangulares, trapezoidales y circulares.

FIGURA 6-2 Curvas para determinar el tirante crítico, en secciones rectangulares, trapezoidales y circulares



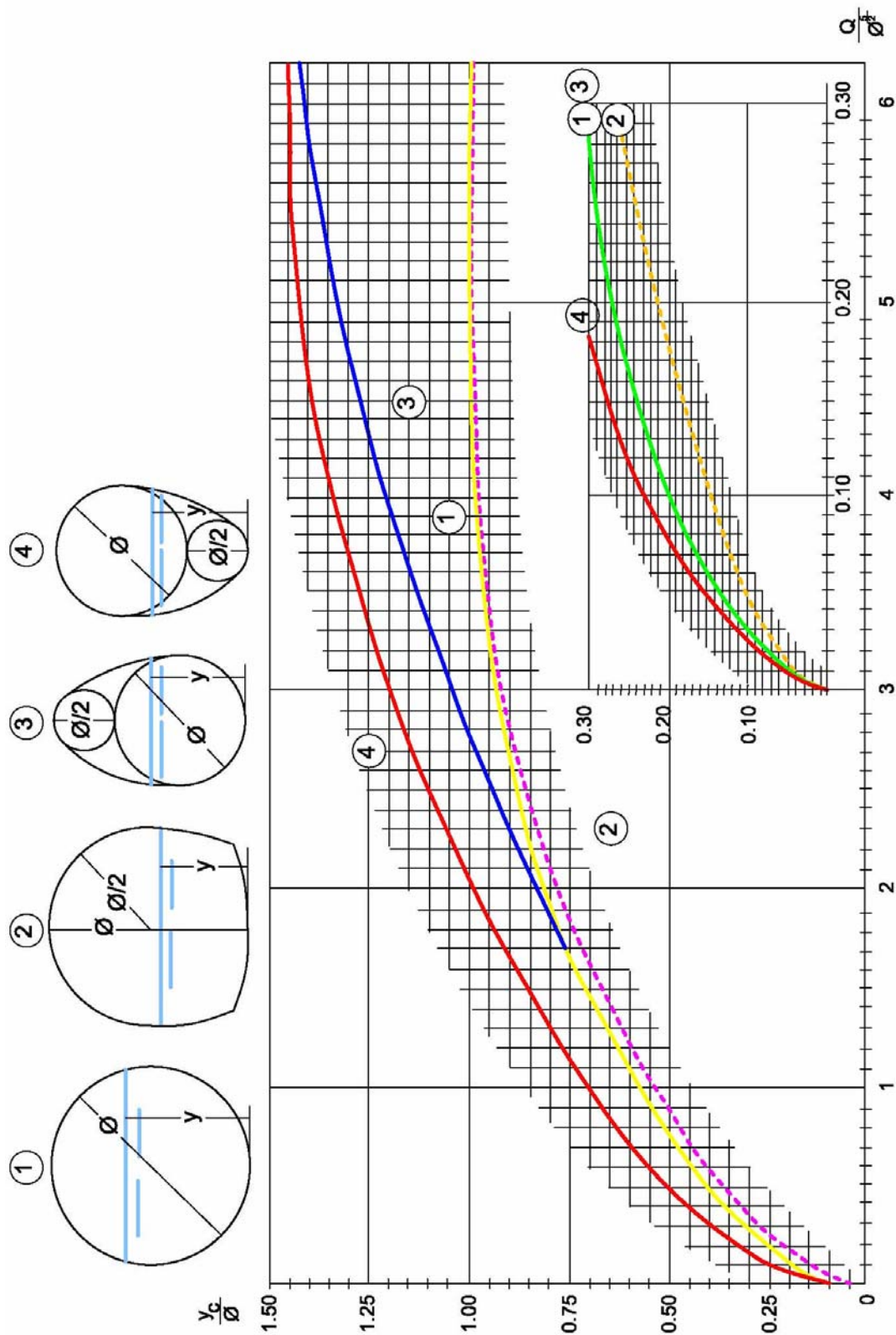


FIGURA 6-3 Curvas para determinar el tirante crítico, (1) para secciones circulares, (2) herradura, (3) ovoide con punta hacia arriba y (4) ovoide con punta hacia abajo.

6.3. EL EXPONENTE HIDRÁULICO PARA EL CÁLCULO DEL FLUJO CRÍTICO

Como el factor de sección Z es una función de la profundidad de flujo y , se supone que:

$$Z^2 = C \cdot y^M \quad (6-10)$$

donde C es un coeficiente y M es un parámetro conocido como exponente hidráulico para el flujo crítico.

En una gráfica logarítmica de la ecuación 6-10 es evidente que el exponente hidráulico M correspondiente a la profundidad y es:

$$M = 2 \cdot \frac{d(\ln Z)}{d(\ln y)} \quad (6-11)$$

Ahora, al tomar logaritmos a ambos lados de la ecuación

$$Z = A \cdot \sqrt{\frac{A}{T}} \quad (6-12)$$

y al derivar con respecto al $\ln y$,

$$\frac{d(\ln Z)}{d(\ln y)} = \frac{3}{2} \cdot \frac{T}{A} \cdot y - \frac{y}{2 \cdot T} \cdot \frac{dT}{dy} \quad (6-13)$$

Al igualar los lados derechos de las ecuaciones 6-11 y 6-13 y al resolver para M ,

$$M = \frac{y}{A} \cdot \left(3T - \frac{A}{T} \cdot \frac{dT}{dy} \right) \quad (6-14)$$

Esta es una ecuación general para el exponente hidráulico M , que es una función de la sección de canal y de la profundidad de flujo. Para una sección trapezoidal, las expresiones para A y T obtenidas de la Tabla 3-1 se sustituyen en la ecuación 6-14; la ecuación resultante se simplifica y se convierte en:

$$M = \frac{3(1 + 2Z(y/b))^2 - 2Z(y/b)[1 + Z(y/b)]}{[1 + 2Z(y/b)][1 + Z(y/b)]} \quad (6-15)$$

Esta ecuación indica que el valor de M para la sección trapezoidal es una función de Z y y/b . Para valores de $Z = 0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0$ y 4.0 , respectivamente, se construye una familia de curvas de M versus y/b (Figura 6-4). Estas curvas indican que el valor de M varía en un rango de 3.0 a 5.0.

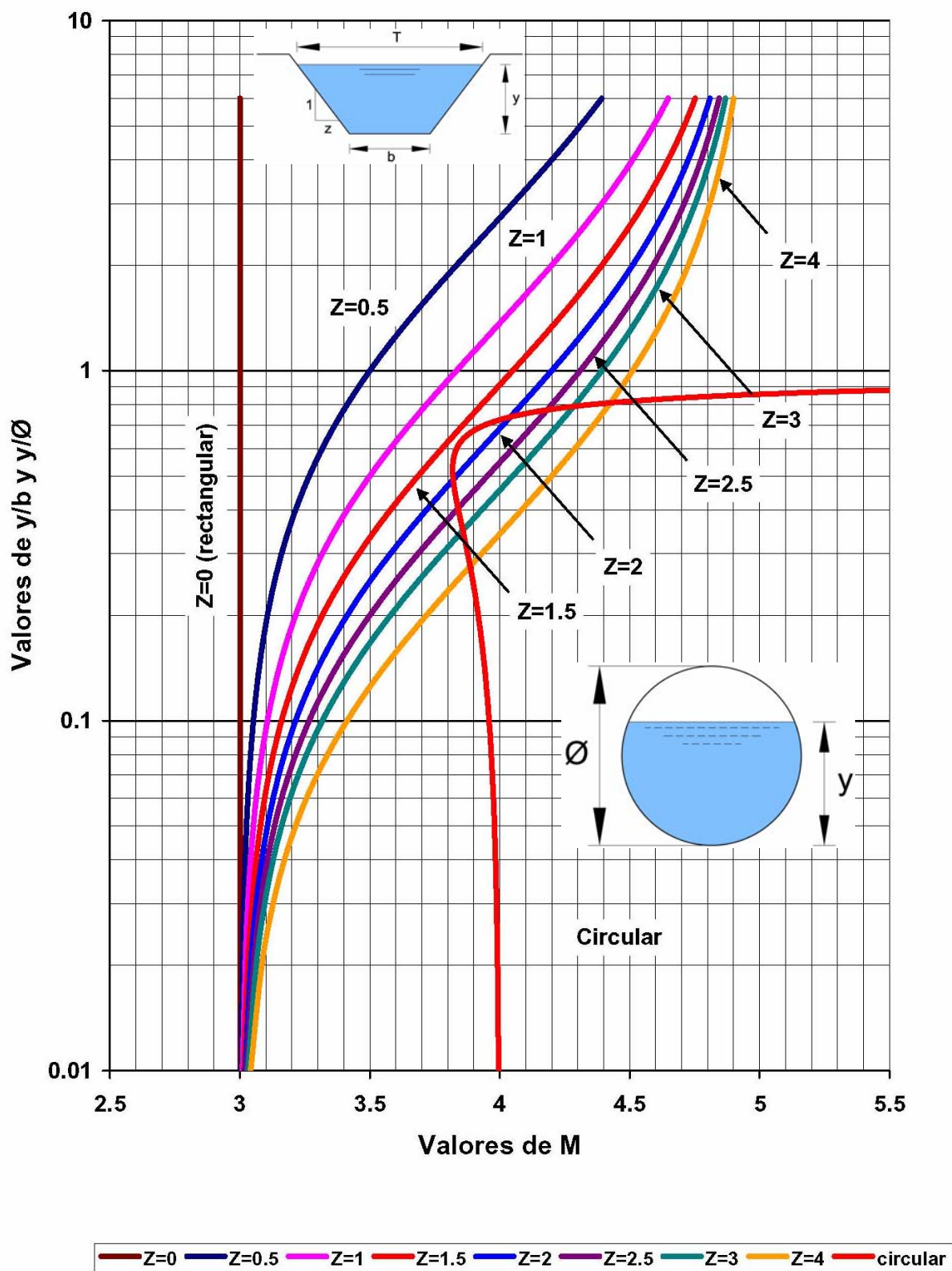


FIGURA 6-4 Curvas de valores de M para secciones rectangulares y trapecoidales

También se muestra (Figura 6-4) una curva para una sección circular con M graficado contra y/\emptyset , donde \emptyset es el diámetro. Esta curva fue desarrollada utilizando un procedimiento similar, pero construida utilizando una fórmula mucho mas compleja. La curva muestra que el valor de M varia dentro de un rango pequeño para valores de y/\emptyset menores que 0.7 o similares, pero se incrementa con rapidez a medida que el valor de y/\emptyset se vuelve mayor que 0.7. El significado de esta característica es que, cuando la profundidad de flujo en una sección circular se aproxima a la parte superior del círculo, el factor de sección y con él el caudal crítico, tal como se demuestra mediante la ecuación 6-7, crecen de manera indefinida. Es prácticamente imposible mantener un flujo crítico en un conducto circular con profundidades que se aproximen al máximo de la sección. La superficie ondulante del flujo crítico tocará la parte superior del conducto antes de que este se aproxime al tope de la tubería.

Para secciones de canal diferentes de los trapezoidales o de las circulares, los valores exactos de M pueden calcularse directamente a partir de la ecuación 6-14, siempre que pueda evaluarse al derivada dT/dy . Sin embargo valores aproximados de M para cualquier sección de canal pueden obtenerse a partir de la siguiente ecuación:

$$M = 2 \cdot \frac{\log\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)}{\log\left(\frac{y_1}{y_2}\right)} \quad (6-16)$$

donde Z_1 y Z_2 son los factores de sección para cualquier par de profundidades y_1 y y_2 en la determinada sección. Esta ecuación se deduce con facilidad de la ecuación 6-10. Al aplicar la ecuación 6-16 se recomienda un método gráfico en lugar de cálculo directo. Este requiere la graficación logarítmica de Z como ordenada contra la profundidad como abscisa (Figura 6-5).

Para la mayor parte de los canales, excepto los conductos cerrados con profundidades que se aproximan a una clave que se cierra gradualmente, la gráfica se vuelve curva y el exponente hidráulico para una determinada profundidad es igual al doble de la pendiente de la tangente a la curva en esa profundidad.

El exponente hidráulico M se describe aquí solo como un valor característico de una sección de canal bajo la condición de flujo crítico. La aplicación de este exponente será descrita con mayor detalle en el cálculo del flujo gradualmente variado.

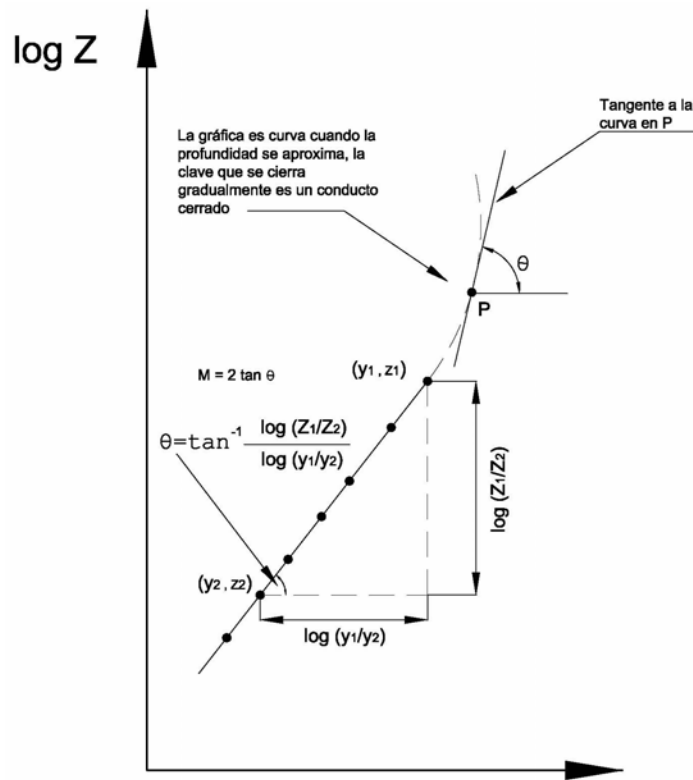


FIGURA 6-5 Determinación gráfica del valor de M

6.4. ECUACIÓN DEL RÉGIMEN CRÍTICO

6.4.1. CONDICIÓN PARA LA ENERGÍA ESPECÍFICA MÍNIMA (Q CONSTANTE)

De la ecuación 6-1, se tiene:

$$E = y + \frac{Q^2}{2 \cdot g} \cdot A^{-2} \quad (6-17)$$

donde:

Q es constante

$A = f(y)$.

De la primera consideración de la definición de régimen crítico, se tiene que un régimen es crítico si la energía específica es mínima, es decir si:

$$\frac{dE}{dy} = 0$$

Derivando la ecuación 6-17 con respecto al tirante e igualando a cero se tiene:

$$\frac{dE}{dy} = \frac{d}{dy} \left(y + \frac{Q^2}{2 \cdot g} \cdot A^{-2} \right) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{Q^2}{g \cdot A^3} \cdot \frac{dA}{dy} = 1 \quad (6-18)$$

En la Figura 6-6 se observa la interpretación del término $\frac{dA}{dy}$:

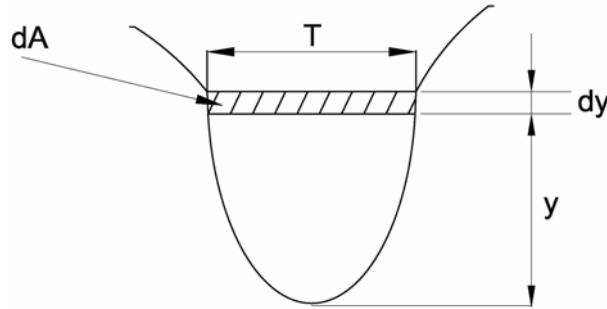


FIGURA 6-6 Sección transversal de un canal

El elemento de área dA cerca de la superficie libre es igual a $T \cdot dy$, es decir:

$$dA = T \cdot dy \rightarrow \frac{dA}{dy} = T \quad (6-19)$$

Sustituyendo la ecuación 6-19 en 6-18, resulta:

$$\frac{Q^2 \cdot T}{g \cdot A^3} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{Q^2}{g} = \frac{A_c^3}{T_c} \quad (6-20)$$

Como A y T están en función de y , la ecuación 6-20 impone las condiciones del flujo crítico en un canal de forma cualquiera y permite calcular el tirante crítico.

6.4.2. CONDICIÓN PARA EL CAUDAL MÁXIMO (E CONSTANTE)

De la ecuación 6-1 se tiene:

$$E = y + \frac{Q^2}{2 \cdot g \cdot A^2}$$

$$E - y = \frac{Q^2}{2 \cdot g \cdot A^2}$$

$$Q = \sqrt{2 \cdot g} \cdot A \cdot (E - y)^{\frac{1}{2}} \quad (6-21)$$

donde:

E es constante

$A = f(y)$.

En la ecuación 6-21 se observa que para $y = 0 \rightarrow A = 0$, entonces se tiene que $Q = 0$ y para $y = E \rightarrow Q = 0$ y entre esos dos valores existe un máximo para Q . Si se grafica Q vs. y se obtiene una curva como la que se muestra en la Figura 6-7.

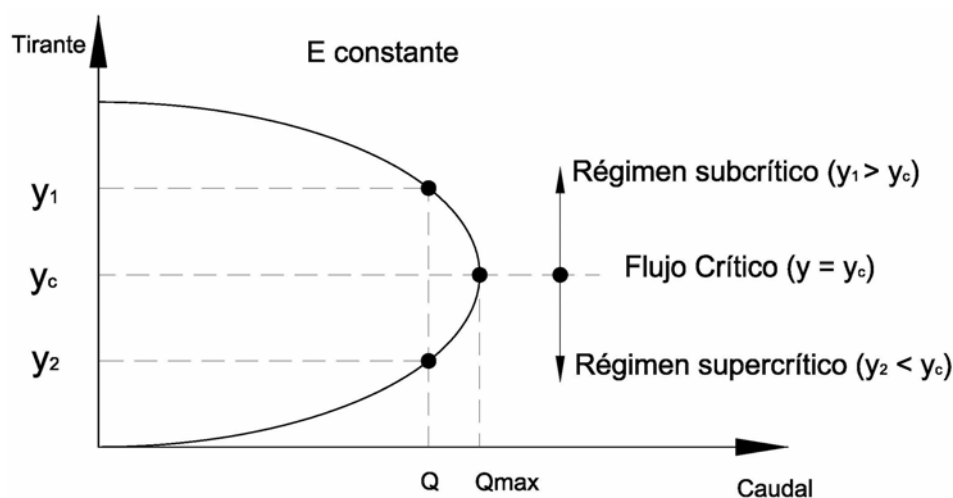


FIGURA 6-7 Relación entre el caudal y tirante

Se observa que existen dos valores de y para cada valor de Q , excepto en el máximo.

De la segunda consideración de la definición de régimen crítico, se tiene que un régimen es crítico, para una E constante, Q es máximo, es decir si:

$$\frac{dQ}{dy} = 0$$

Derivando 6-21 con respecto al tirante e igualando a cero, se tiene:

$$\frac{dQ}{dy} = \frac{d}{dy} (\sqrt{2 \cdot g} \cdot A \cdot (E - y)^{\frac{1}{2}}) = 0$$

$$-\frac{A}{2 \cdot (E-y)^{\frac{1}{2}}} + (E-y)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{dA}{dy} = 0$$

Multiplicando ambos miembros por $(E-y)^{1/2}$, se tiene:

$$-\frac{A}{2} + (E-y) \cdot \frac{dA}{dy} = 0$$

$$(E-y) \cdot \frac{dA}{dy} = \frac{A}{2}$$

pero: $\frac{dA}{dy} = T$, luego:

$$E-y = \frac{A}{2 \cdot T} \quad (6-22)$$

De la ecuación 6-1, se tiene:

$$E-y = \frac{Q^2}{2 \cdot g \cdot A^2} \quad (6-23)$$

Igualando las ecuaciones 6-22 y 6-23, resulta:

$$\begin{aligned} \frac{Q^2}{2 \cdot g \cdot A^2} &= \frac{A}{2 \cdot T} \\ \Rightarrow \frac{Q^2}{g} &= \frac{A^3}{T_c} \end{aligned}$$

que es idéntica a la ecuación 6-20

En resumen se dice que un canal, o alguna sección de el esta trabajando bajo un régimen crítico cuando:

- Posee la energía específica mínima para un caudal dado, o
- Posee el caudal máximo para una energía específica dada, o
- Posee la fuerza específica mínima para un caudal dado.
- La altura de velocidad es igual a la mitad de la profundidad hidráulica en un canal de baja pendiente.
- El número de Froude es igual a la unidad.

- f) La velocidad de flujo en un canal de baja pendiente con distribución uniforme de velocidades es igual a la celeridad de pequeñas ondas gravitacionales en aguas poco profundas causadas por perturbaciones locales.

6.4.3. RELACIONES ENTRE LOS PARÁMETROS PARA UN RÉGIMEN CRÍTICO

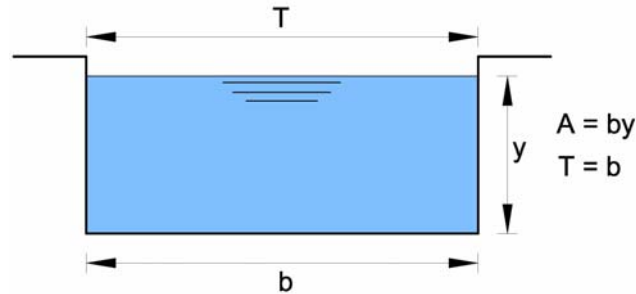
Las condiciones teóricas en que se desarrolla el régimen crítico están dadas por la ecuación 6-20:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A^3_c}{T_c}$$

Esta ecuación indica que dada la forma de la sección en un canal y el caudal, existe un tirante crítico único y viceversa.

Veamos a continuación, para las secciones más usuales, las fórmulas que relacionan los parámetros en un régimen crítico.

6.4.3.1. SECCIÓN RECTANGULAR



a) Relación entre el tirante crítico y el caudal unitario:

Sustituyendo valores en 6-20, se tiene:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{b^3 \cdot y_c^3}{b}$$

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{Q^2}{b^2 \cdot g}}$$

Se define la relación $q = Q / b$ como “caudal unitario” o caudal por unidad de ancho, luego:

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} \quad (6-24)$$

Esta ecuación permite el cálculo directo del tirante crítico en una sección rectangular.

b) Relación entre la velocidad y el tirante crítico:

En 6-20 sustituyendo $Q = V \cdot A$, se tiene:

$$\frac{V_c^2 \cdot A_c^2}{g} = \frac{A_c^3}{T_c}$$

$$\frac{V_c^2}{g} = \frac{A_c}{T_c} = \frac{b \cdot y_c}{b}$$

$$\frac{V_c^2}{g} = y_c \quad (6-25)$$

$$V_c = \sqrt{g \cdot y_c}$$

c) Relación entre la energía específica mínima y el tirante crítico:

La ecuación de la energía específica:

$$E = y + \frac{V^2}{2 \cdot g}$$

para las condiciones críticas, se expresa :

$$E_{\min} = y_c + \frac{V_c^2}{2 \cdot g}$$

Sustituyendo 6-25 en la ecuación anterior, se obtiene:

$$E_{\min} = y_c + \frac{y_c}{2} \quad (6-26)$$

$$E_{\min} = \frac{3}{2} \cdot y_c \quad (6-27)$$

d) Determinación del número de Froude:

Sabemos que $F = \frac{V}{\sqrt{g \cdot D}}$

En este caso:

$$D = \frac{A}{T} = \frac{b \cdot y}{b} = y$$

$$F = \frac{V}{\sqrt{g \cdot y}}$$

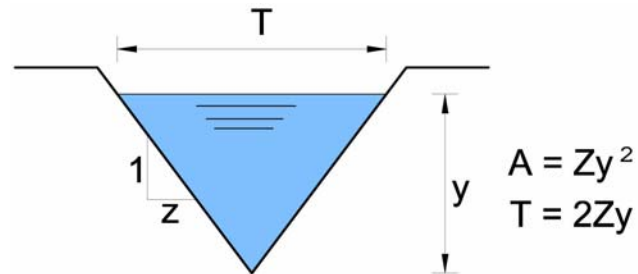
De la ecuación 6-25 se tiene:

$$\frac{V_c^2}{g \cdot y_c} = 1$$

$$\frac{V_c}{\sqrt{g \cdot y_c}} = 1$$

$$\therefore F_c = 1$$

6.4.3.2. SECCIÓN TRIANGULAR



a) Relación entre el tirante y el caudal

Sustituyendo valores en 6-20, se tiene:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{Z^3 \cdot y_c^6}{2 \cdot Z \cdot y_c}$$

$$y_c = \sqrt[5]{\frac{2 \cdot Q^2}{g \cdot Z^2}} \quad (6-28)$$

Esta ecuación permite el cálculo directo del tirante crítico en una sección triangular.

b) Relación entre la velocidad y el tirante crítico:

En 6-28 sustituyendo la ecuación de continuidad, resulta:

$$y_c^5 = \frac{2 \cdot V_c^2 \cdot A_c^2}{g \cdot Z^2}$$

pero: $A_c = Z \cdot y_c^2$, luego:

$$y_c^5 = \frac{2 \cdot V_c^2 \cdot Z^2 \cdot y_c^4}{g \cdot Z^2}$$

$$y_c = \frac{2 \cdot V_c^2}{g} \quad (6-29)$$

$$V_c = \sqrt{\frac{g \cdot y_c}{2}}$$

c) Relación entre la energía específica mínima y el tirante crítico:

De la ecuación 6-29, se tiene:

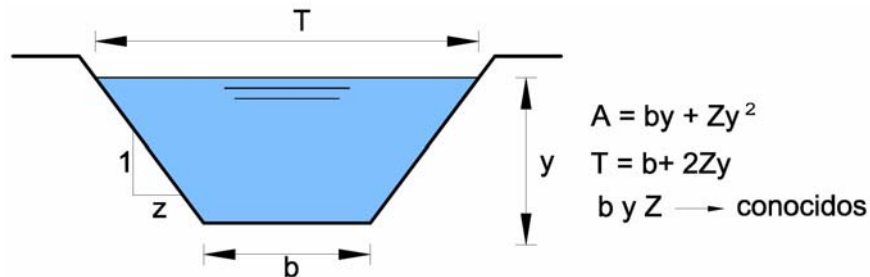
$$\frac{V_c^2}{2 \cdot g} = \frac{y_c}{4}$$

sustituyendo este valor en 6-26, resulta:

$$E_{\min} = y_c + \frac{y_c}{4}$$

$$E_{\min} = \frac{5}{4} \cdot y_c$$

6.4.3.3. SECCIÓN TRAPEZOIDAL



a) Relación entre el tirante y el caudal

Sustituyendo valores en la ecuación 6-20, se tiene:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{(b \cdot y_c + Z \cdot y_c^2)^3}{b + 2 \cdot Z \cdot y_c} \quad (6-30)$$

Como se observa en la ecuación 6-30, se tiene una ecuación en función de y_c , es decir:

$$f(y_c) = \frac{(b \cdot y_c + Z \cdot y_c^2)^3}{b + 2 \cdot Z \cdot y_c} = \frac{Q^2}{g} = cte \quad (6-31)$$

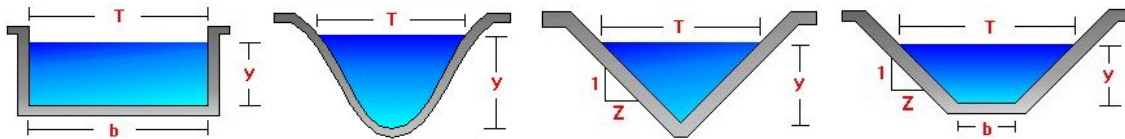
Resolviendo la ecuación 6-31, se obtiene el tirante crítico y_c .

Las relaciones entre los diferentes parámetros del flujo crítico se resumen a continuación en la Tabla 6-1.

Tabla 6-1 Secciones críticas
(Adaptado de: M. Villón)

$$E = y_c + \frac{v_c^2}{2 \cdot g}$$

	Rectángulo	Parábola	Triángulo	Trapecio
Tirante crítico y_c	$\frac{2}{3} \cdot E$	$\frac{3}{4} \cdot E$	$\frac{4}{5} \cdot E$	$\frac{4 \cdot T}{5 \cdot T + b} \cdot E$
	$0.467 \cdot q^{\frac{2}{3}}$	$0.701 \cdot q^{\frac{2}{3}}$	$0.935 \cdot q^{\frac{2}{3}}$	$0.467 \cdot \frac{2 \cdot T}{b + T} \cdot q^{\frac{2}{3}}$
		$0.456 \left(\frac{1}{p} \right)^{\frac{1}{4}} \cdot Q^{\frac{1}{2}}$	$0.728 \left(\frac{Q}{Z} \right)^{\frac{2}{5}}$	$\frac{4ZE - 3b + \sqrt{16Z^2 E^2 + 16Z E b + 9b^2}}{10Z}$
Energía de velocidad $\frac{v_c^2}{2 \cdot g}$	$\frac{1}{3} \cdot E$	$\frac{1}{4} \cdot E$	$\frac{1}{5} \cdot E$	$\frac{T + b}{5 \cdot T + b} \cdot E$
Velocidad crítica v_c	$\sqrt{g \cdot y_c}$	$0.816 \cdot \sqrt{g \cdot y_c}$	$0.707 \cdot \sqrt{g \cdot y_c}$	$\sqrt{\frac{T + b}{2 \cdot T}} \cdot \sqrt{g \cdot y_c}$
Caudal máximo q_{\max}	$1.704 \cdot E^{\frac{3}{2}}$	$1.107 \cdot E^{\frac{3}{2}}$	$0.792 \cdot E^{\frac{3}{2}}$	$8.854 \cdot \left[\frac{b + T}{5 \cdot T + b} \right]^{\frac{3}{2}} \cdot E^{\frac{3}{2}}$



$$q = \frac{Q}{T}$$

6.5. CÁLCULO DEL FLUJO CRÍTICO

El cálculo del flujo crítico comprende la determinación de la profundidad crítica y la velocidad cuando se conocen el caudal y la sección de canal. A continuación se dan tres diferentes métodos para la resolución. Por otro lado, si se conocen la profundidad crítica y la sección del canal puede determinarse el caudal crítico por el método descrito en la sección 6-2.

- a) **Método algebraico.-** Para una sección geométrica simple de canal, el flujo crítico puede determinarse mediante un cálculo algebraico con las ecuaciones básicas deducidas en la sección 6.4.

- b) **Método de la curva y vs. Z (tirante vs. Factor de sección).**- Para una sección de canal complicada o natural, por lo general se emplea un procedimiento gráfico para el cálculo del flujo crítico. Mediante este procedimiento se construye una curva de y versus Z , (ver Figura 6-8). Luego se calcula el valor de Q / \sqrt{g} . A partir de la ecuación 6-8 se obtiene directamente la profundidad crítica de la curva, donde.
- $$Z = Q / \sqrt{g}$$

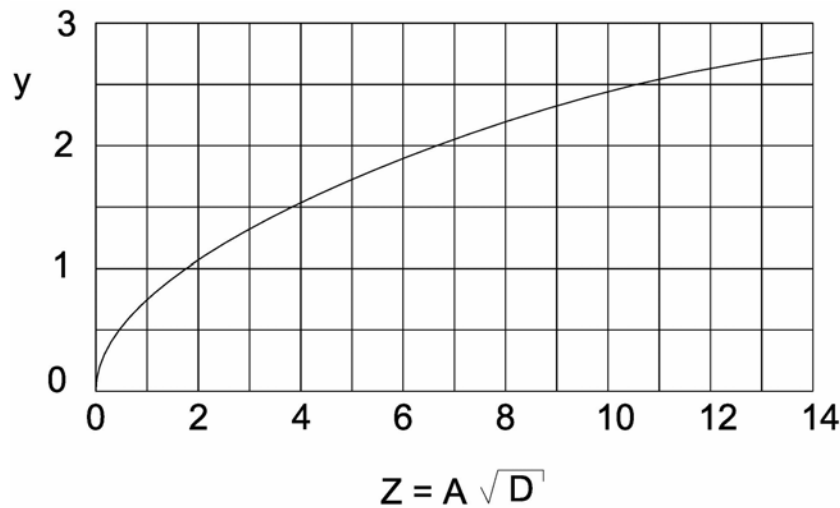


FIGURA 6-8 Curva de y vs. Z para una sección circular.

- c) **Método gráfico o del cuadro de diseño.**- Este método del cuadro de diseño es el más simplificado y rápido, ya que para la determinación de la profundidad crítica basta utilizar la Figura 6-2

De la ecuación 6-20, se tiene:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A_c^3}{T_c}$$

o también:

$$\frac{Q}{\sqrt{g}} = \frac{A_c^{3/2}}{T_c^{1/2}} \quad (6-32)$$

si analizamos las dimensiones del segundo miembro de la ecuación 6-32, se tiene:

$$\frac{A_c^{3/2}}{T_c^{1/2}} = \frac{[L^2]^{3/2}}{[L]^{1/2}} = \frac{[L^3]}{[L^{1/2}]} = [L^{5/2}] = [L^{2.5}]$$

Como se observa, $A_c^{3/2} / T_c^{1/2}$, tiene como dimensiones $L^{2.5}$, para que de cómo resultado un valor adimensional, se debe dividir entre una longitud elevada a la 2.5, en este caso se puede dividir entre $b^{2.5}$.

Dividiendo ambos miembros de la ecuación 6-32 entre $b^{2.5}$, resulta:

$$\frac{Q}{b^{2.5} \cdot \sqrt{g}} = \frac{A_c^{3/2}}{b^{2.5} \cdot T_c^{1/2}} \quad (6-33)$$

Donde Q y b son conocidos, luego:

$$\frac{A_c^{3/2}}{b^{2.5} \cdot T_c^{1/2}} = cte$$

Con este valor, en la Figura 6-2, como eje x , se entra por la parte superior hasta interceptar a la curva en Z , luego se encuentra y_c/b , de donde se calcula y_c .

La Figura 6-2 permite calcular el tirante crítico (conocidos Q y b ó \emptyset) para una sección rectangular, trapezoidal y circular. Para este último caso se entra con $A_c^{3/2} / \emptyset^{5/2} \cdot T_c^{1/2}$.

6.6. CONTROL DE FLUJO

El control de flujo en un canal abierto se define como el establecimiento de una condición definitiva de flujo en un canal o, más específicamente, una relación definitiva entre el nivel y el caudal del flujo. Cuando el control de flujo se alcanza en una cierta sección de canal, esta sección es una sección de control. La sección de control regula el flujo de tal modo que restringe la transmisión de efectos de cambios en la condición del flujo, ya sea en una dirección hacia aguas arriba o en una dirección aguas abajo, según el estado de flujo en el canal. Como la sección de control mantiene una relación nivel-caudal definitiva, siempre es un lugar adecuado para una estación de aforo y para el desarrollo de una curva de calibración de caudales, la cual es una curva que representa la relación profundidad-caudal en la estación de aforo.

En el estado crítico de flujo puede establecerse una relación definitiva nivel-caudal, y representarla mediante la ecuación 6-7. Esta ecuación muestra que la relación nivel-caudal es teóricamente independiente de la rugosidad del canal y de otras circunstancias no controladas. Por consiguiente, una sección de flujo crítico es una sección de control.

La localización de la sección de control en un canal prismático por lo general esta gobernada por el estado de flujo, el cual a su vez se determina mediante la pendiente del canal. Tomando como ejemplo un canal prismático recto largo en el cual se crea un embalse mediante una presa a través del canal y el agua fluye por encima de la presa a través de un vertedero de rebose Figura 6-9.

Se muestran tres condiciones de flujo en el canal, que representan los flujos subcrítico, crítico, y supercrítico, respectivamente. Las pendientes del canal en los tres casos son, suave o subcrítica, crítica y empinada o supercrítica, de manera equivalente.

Si el canal tiene una pendiente crítica (esquema intermedio de la Figura 6-9), entonces en principio el flujo es uniforme y crítico a través del canal. Sin embargo, debido a la presencia de la presa, el flujo a través de embalse será subcrítico y la superficie del embalse será casi horizontal. En el extremo de aguas abajo desarrollará una curva de caída, que se extiende aguas arriba desde una sección cercana a la cresta del vertedero y se vuelve asintótica al nivel del embalse.

Los siguientes ejemplos explican la importancia del hecho de que en pendientes subcríticas el efecto de cambio en la elevación de la superficie del agua del lado de aguas abajo se transmite aguas arriba a través de una curva de remanso, en tanto que en pendientes supercríticas no puede transmitirse lejos aguas arriba. La condición de flujo en canal subcrítico se afecta por las condiciones de aguas abajo; pero, en un canal supercrítico o en el lugar donde el agua entra al canal, la condición de flujo depende por completo de las condiciones agua arriba. En consecuencia, se dice que el control de flujo se localiza en el extremo de aguas abajo para canales con pendientes subcríticas, y en el extremo de aguas arriba para canales con pendientes supercríticas.

Cuando el canal tiene una pendiente subcrítica, una sección de control en el extremo de aguas abajo puede ser una sección crítica, como la creada en la parte superior de un vertedero de rebose. En una pendiente supercrítica, la sección de control en el extremo de aguas arriba también puede ser una sección crítica. Una compuerta deslizante, o un orificio o cualquier otra estructura de control también pueden utilizarse para crear una sección de control. Se debe notar que si la pendiente del canal es crítica, subcrítica o supercrítica, dependerá no solo de la medida de la pendiente real, sino también del caudal o en la profundidad de flujo.

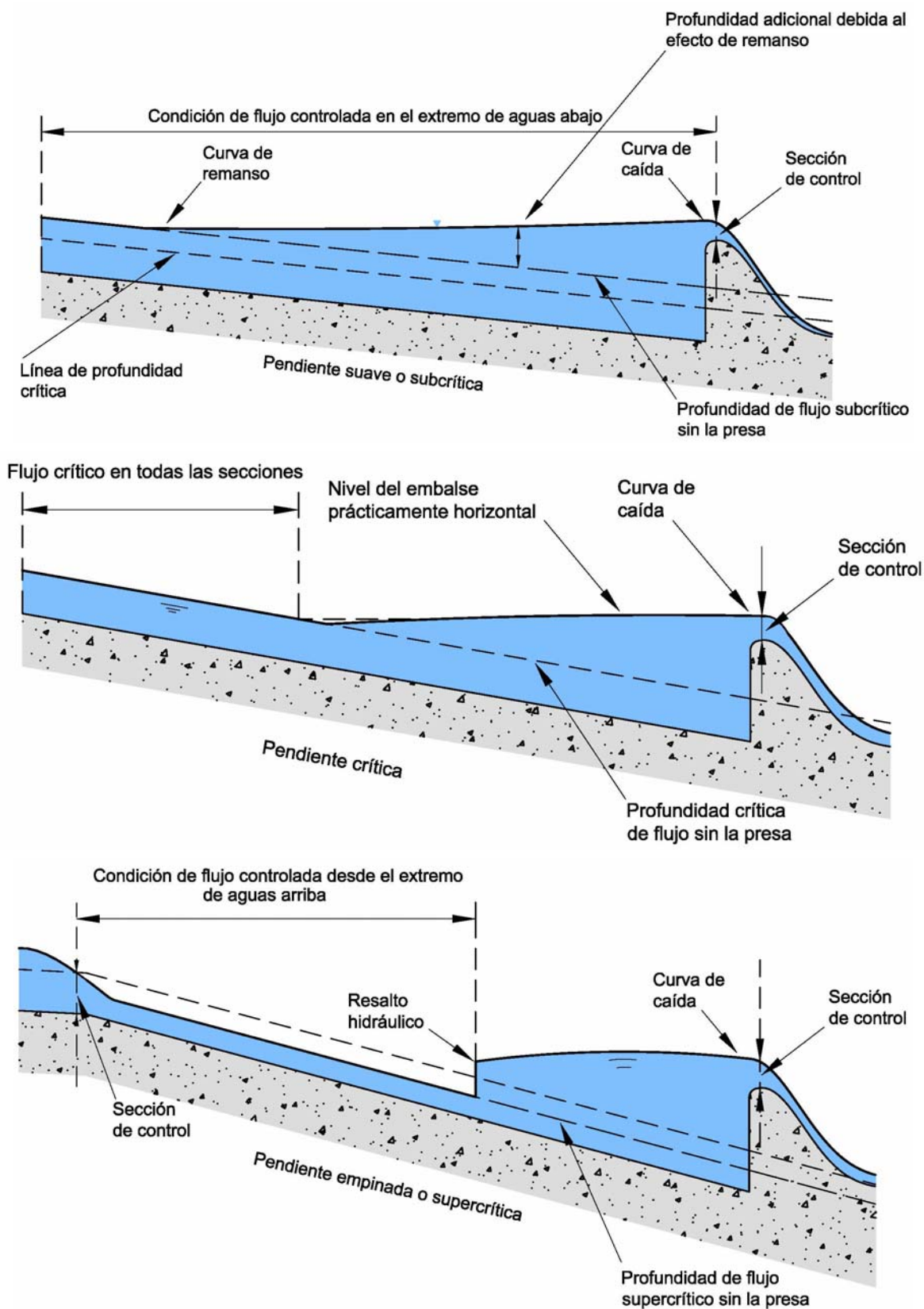


FIGURA 6-9 Condiciones de flujo en un canal prismático largo

6.7. MEDIDORES DEL REGIMEN CRÍTICO – MEDIDORES PARSHALL

Los medidores de régimen crítico consisten en un simple estrangulamiento adecuado de una sección, en el descenso o en la sobre elevación del fondo, o aún en una combinación conveniente de esas singularidades, capaz de ocasionar el régimen crítico. En particular serán tratados los medidores Parshall, cuya aplicación se viene generalizando cada vez más.

La palabra canaleta, empleada por algunos para designar dispositivos, como el Parshall, parece no definir bien lo que se tiene a la vista, además de ser un término ya consagrado para otros dispositivos, tales como la pieza que recoge y conduce las aguas pluviales de un tejado; que en filtros rápidos, recibe las aguas de lavado, el agua de una fuente, etc. Es por eso que se prefiere escribir medidores Parshall, o aforadores Parshall en lugar de canaletas Parshall.

Los medidores de régimen crítico también han sido designados como canaletas Venturi¹, *Venturi flume*, *VenturiKanal*, denominaciones que no son consideradas muy adecuadas, pues podrían dar la impresión de medidores semejantes, en principio, a los conocidos tubos Venturi, esto es, medidores que se basan en la determinación de dos cargas o dos niveles. Para los medidores de régimen crítico es suficiente una única medida de nivel.

6.7.1. VENTAJAS DE LOS MEDIDORES DE REGIMEN CRÍTICO

Además de la facilidad en su construcción, presentan ventajas que tienen sus propias características hidráulicas: una sola determinación de carga es suficiente, la pérdida de carga es reducida, no hay obstáculos capaces de provocar la formación de depósitos, etc.

6.7.2. MEDIDOR PARSHALL

Es un medidor que se incluye entre los de régimen crítico², consiste en una sección convergente, una sección de paredes verticales paralelas llamadas garganta y una sección divergente, dispuesta en planta y elevación como muestra la Figura 6-10.

¹ Estas canaletas fueron desarrolladas y estudiadas en E.E.U.U., también fueron desarrollados y probados por Jameson, Engel, Linforts en Inglaterra; Crump e Inglis en la India..

² Idealizado por R.L. Parshall, Ingeniero de servicio de Irrigación del Departamento de Agricultura de los Estados Unidos.

En la Figura 6-10 se muestra las siguientes dimensiones:

W = tamaño de la canaleta o ancho de garganta en pulg. o pies.

A = longitud de la pared lateral de la sección convergente.

$2/3A$ = distancia desde el final de la cresta hasta el punto de medición.

B = longitud axial de la sección convergente.

C = ancho del extremo de aguas debajo de la canaleta.

D = ancho del extremo de aguas arriba de la canaleta.

E = profundidad de la canaleta.

F = longitud de la garganta.

G = longitud de la sección divergente.

K = diferencia de nivel entre el punto mas bajo de la canaleta y la cresta.

M = longitud del fondo de aproximación.

N = profundidad de la depresión en la garganta debajo de la cresta.

P = ancho entre dos extremos de las paredes curvadas.

R = radio de curvatura de las paredes curvas.

X = distancia horizontal desde el punto mas bajo de la garganta hasta el punto de medición H_b .

Los medidores Parshall son indicados nominalmente, por el ancho de la garganta; así, un Parshall de 9 pulgadas mide 0.23 m. en la menor sección transversal.

El fondo a nivel en la primera sección, es inclinado en la garganta con un declive de 9 vertical: 24 horizontal, cualquiera que sea su tamaño.

En la sección divergente, el fondo es ascendente a razón de 1 vertical: 6 horizontal en el caso de los medidores de 1 a 8 pies. Para estos medidores, la diferencia de nivel entre aguas arriba y el extremo aguas abajo es de 3 pulgadas (7.6 cm.).

Los menores medidores empleados son los de 1 pulgada y el mayor construido hasta hoy mide 50 pies y tiene una capacidad para 5000 l/s.

Las dimensiones aproximadas para los medidores Parshall de 1 a 8 pies pueden ser determinadas como siguen:

$$\begin{aligned} F &= 0.610 \text{ m.} & G &= 0.915 \text{ m.} & B &= 0.49W + 1.194(m.) \\ C &= W + 0.305 & D &= 1.196W + 0.479 \end{aligned}$$

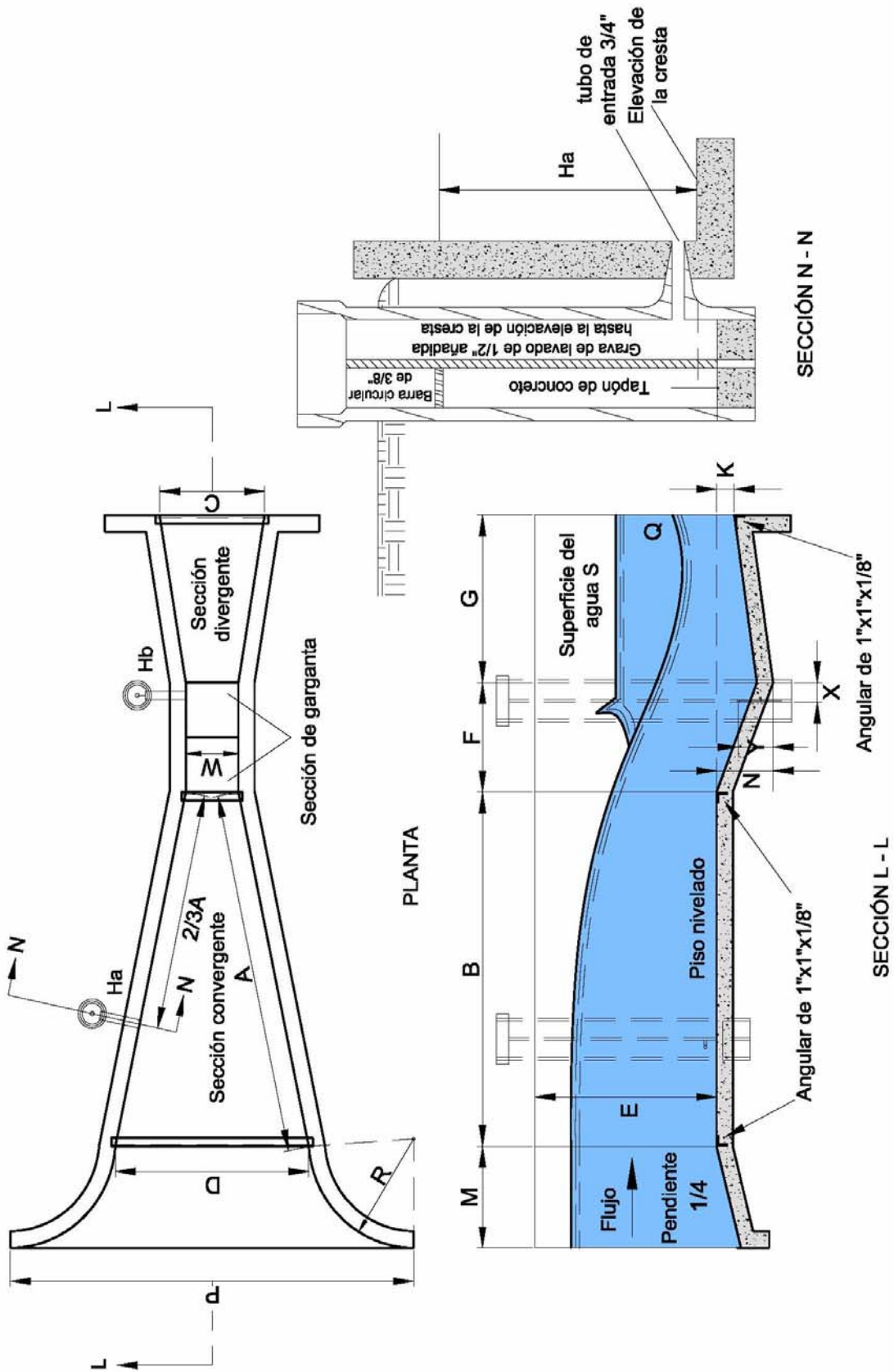


FIGURA 6-10 Planta, elevación y dimensiones de una canaleta Parshall

Para obtener las dimensiones reales para varios tamaños de canaletas Parshall véase la Tabla 6-2 que incluye las dimensiones típicas para los medidores hasta 10 pies, y la Tabla que incluye las dimensiones y capacidades a flujo libre para varios anchos de garganta (anexo C)..

TABLA 6-2 Dimensiones típicas de medidores Parshall en (cm.)

(Fuente: J.M. de Azevedo Netto)

	<i>W</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>	<i>G</i>	<i>K</i>	<i>N</i>
1"	2,5	36,3	35,6	9,3	16,8	22,9	7,6	20,3	1,9	2,9
3"	7,6	46,6	45,7	17,8	25,9	38,1	15,2	30,5	2,5	5,7
6"	15,2	62,1	61,0	39,4	40,3	45,7	30,5	61,0	7,6	11,4
9"	22,9	88,0	86,4	38,0	57,5	61,0	30,5	45,7	7,6	11,4
1'	30,5	137,2	134,4	61,0	84,5	91,5	61,0	91,5	7,6	22,9
1½'	45,7	144,9	142,0	76,2	102,6	91,5	61,0	91,5	7,6	22,9
2'	61,0	152,5	149,6	91,5	120,7	91,5	61,0	91,5	7,6	22,9
3'	91,5	167,7	164,5	122,0	157,2	91,5	61,0	91,5	7,6	22,9
4'	122,0	183,0	179,5	152,5	193,8	91,5	61,0	91,5	7,6	22,9
5'	152,5	198,3	194,1	183,0	230,3	91,5	61,0	91,5	7,6	22,9
6'	183,0	213,5	209,0	213,5	266,7	91,5	61,0	91,5	7,6	22,9
7'	213,5	228,8	224,0	244,0	303,0	91,5	61,0	91,5	7,6	22,9
8'	244,0	244,0	239,2	274,5	340,0	91,5	61,0	91,5	7,6	22,9
10'	305,0	274,5	427,0	366,0	475,9	122,0	91,5	183,0	15,3	34,3

Las dimensiones correspondientes a cada letra de la Tabla 6-2 se muestran en la Figura 6-10.

6.7.3. USOS Y APLICACIONES

El medidor Parshall fue ideado teniendo como objetivo principal la irrigación, los de tamaños menores, para regular la descarga de agua distribuida a las propiedades agrícolas y los mayores, para ser aplicados en grandes canales de riego.

Los medidores Parshall vienen siendo aplicados al control de la velocidad, en los desarenadores de las estaciones de tratamiento de aguas. En 1947, Morgan y Ryan proyectaron para Greley, Colorado, un Parshall modificado que asocia las funciones de un medidor a las de un dispositivo de mezcla rápida, dispersión de coagulantes en tratamiento de agua.

La medición del caudal, tan necesaria en servicios de tratamiento de aguas, puede ser realizada, con relativa facilidad e ínfimo caudal utilizándose, convenientemente y siempre que fuese posible, medidores Parshall. Su empleo ha sido recomendado para canales principales, estaciones de tratamiento, entradas en depósitos, etc.

6.7.4. CONDICIONES DE DESCARGA

El flujo a través de un medidor Parshall se puede verificar en dos condiciones diferentes, que corresponden a dos regímenes distintos:

- a) flujo a descarga libre
- b) ahogamiento o sumersión

En el primer caso, la descarga se hace libremente como en los vertederos en que la vena de la vertiente es independiente de las condiciones aguas abajo.

El segundo caso ocurre, cuando el nivel de aguas abajo es suficientemente elevado para influir y retardar el flujo a través del medidor; es el régimen comúnmente señalado como descarga sumergida, de características diferentes de aquellas que se emplean para los vertedores. Para este segundo caso habría propiedad en la designación canal Venturi.

El ahogamiento es causado por las condiciones aguas abajo, obstáculos existentes, falta de declive o niveles obligados en tramos o unidades subsecuentes.

En el caso del flujo libre es suficiente medir la carga H para determinarse el caudal (Figura 6-11).

Si el medidor es ahogado, será necesario medirse también, una segunda carga H_2 , en un punto próximo a la sección final de la garganta (Figura 6-11).

La relación H_2/H constituye la razón de sumersión o la sumergencia. Si el valor de H_2/H es igual o inferior a 0.6 (60 %) para los Parshall de 3.6 ó 9 pulgadas, o, entonces, igual o inferior a 0.70 (70 %) para los medidores de 1 a 8 pies, la descarga será libre. Si estos límites se exceden habrá alargamiento y el caudal será reducido. Como ya se dijo, será inferior a la obtenida por la fórmula, siendo indispensable aplicar una corrección negativa.

Cuando el Parshall es seguido de un canal o de una unidad de tratamiento, en que se conoce el nivel del agua, la verificación del régimen del flujo en el medidor es inmediata, bastando calcular la sumergencia (razón H_2/H).

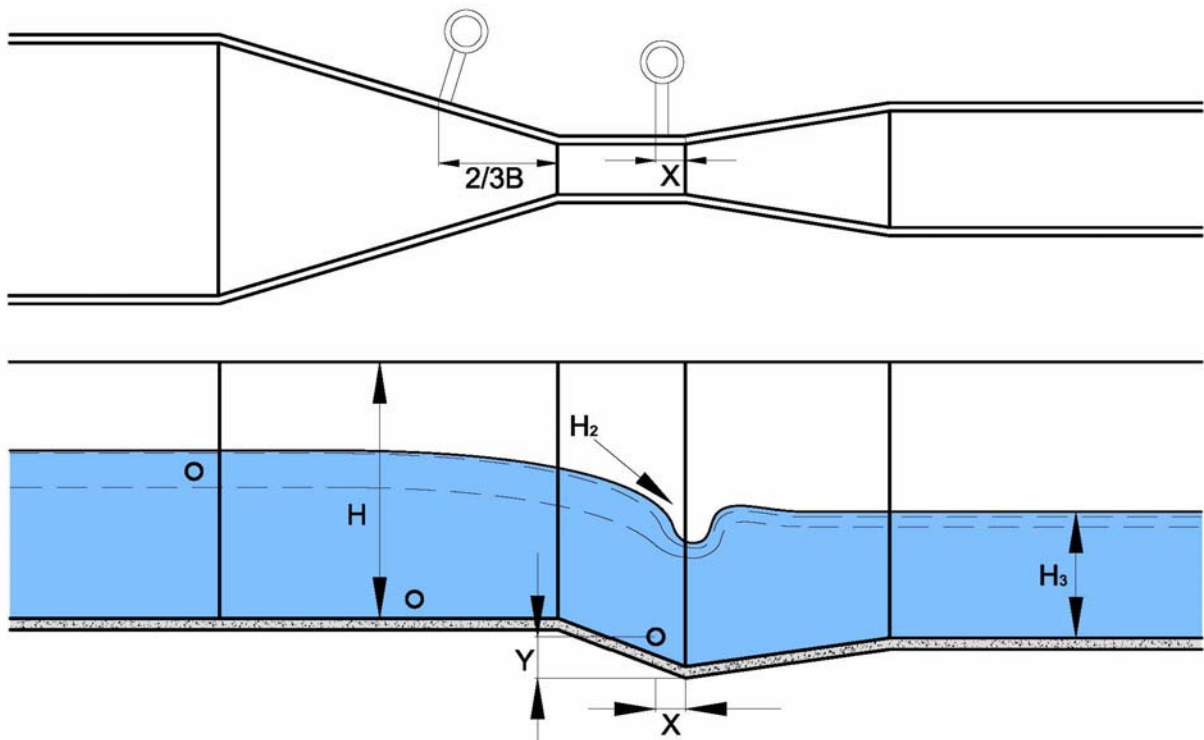


FIGURA 6-11 Planta y elevación de una canaleta Parshall

En la práctica, siempre que sea posible se tratará de tener la descarga libre, por el hecho de quedar restringido a una medición de carga única. A veces esa conducción no puede ser conseguida o establecida, debido a circunstancias locales o a limitaciones impuestas.

De cualquier manera, mientras tanto, la sumergencia nunca deberá exceder el límite práctico de 95 %, pues arriba de este valor, no se puede contar con la precisión deseable.

6.7.5. SELECCIÓN DEL TAMAÑO

En la selección del tamaño mas conveniente para cualquier caudal, se deben hacer las siguientes consideraciones: ancho del canal existente, tirante de agua de ese canal, pérdida de carga admisible; posibilidad de caudales futuros diferentes, etc. Para la fijación de las dimensiones definitivas, se puede partir de un tamaño elegido inicialmente realizándose para el mismo y para otros tamaños próximos, los cálculos y verificaciones por las fórmulas y diagramas adjuntos.

Como primera indicación, conviene mencionar que el ancho de la garganta (W), frecuentemente, esta comprendido entre un tercio y la mitad de los anchos de los canales existentes. Esto sin embargo, no se aplica, a los canales con tirantes bajos o a los muy profundos o estrechos.

La Tabla 6-3 muestra los límites de aplicación para los medidores considerando el funcionamiento en régimen de descarga libre.

TABLA 6-3 Límites de aplicación en medidores Parshall con descarga libre
(Fuente: J.M. de Azevedo Netto)

W (pulg, pies y cm)		Capacidad (l/s)	
		Mínima	Máxima
3"	7,6	0,9	53,8
6"	15,2	1,5	110,4
9"	22,9	2,6	251,9
1'	30,5	3,1	455,6
1½'	45,7	4,3	696,2
2'	61,0	11,9	936,7
3'	91,5	17,3	1426,3
4'	122,0	36,8	1921,5
5'	152,5	62,8	2422,0
6'	183,0	74,4	2929,0
7'	213,5	115,4	3440,0
8'	244,0	130,7	3950,0
10'	305,0	200,0	5660,0

Si bien las sumergencias límites para el flujo libre sean de 60 % para los medidores menores de 1 pie, y de 70 % para los mayores, se recomiendan como valores prácticos máximos, respectivamente 50 % y 60 %, dejándose así, un margen para posibles variaciones de caudal, garantizándose un punto único de medición de carga.

Al seleccionar un medidor para condiciones y caudales determinados, se verifica que para los valores menores de W , corresponden mayores pérdidas de carga, consideradas siempre las sumergencias máximas.

6.7.6. PUNTOS DE MEDICIÓN

Con la descarga libre, la única medida de carga H , necesaria y suficiente para conocerse el caudal, es hecha en la sección convergente, en un punto localizado a $2/3$ de la dimensión B (o $2/3$ de A).

En esta posición se puede medir el tirante de agua con una regla, o se instala junto a la pared, una escala para las lecturas. Se puede también asentar un tubo de 1 a 2 pulgadas, comunicando el nivel del agua a un pozo lateral de medición. En este pozo, se podrá tener una boya que accione un asta metálica, para indicación mecánica del caudal, o para transmisión eléctrica del valor medio, a distancia (Figura 6-12.).

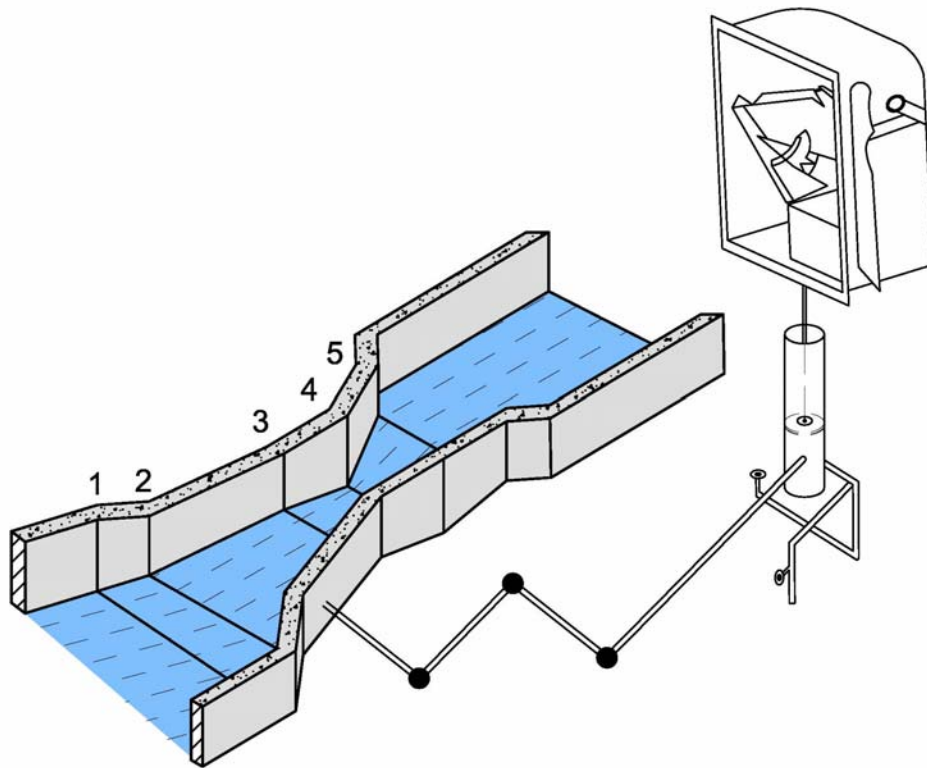


FIGURA 6-12 Puntos de medición

Los pozos laterales de medición generalmente son de sección circular con diámetro igual a $W + 0.15 \text{ m}$.

Si las condiciones de flujo fuesen de sumersión, además de la medida en la posición especificada arriba, será necesario medir la altura del nivel del agua H_2 , en un punto máximo de la sección final de la garganta. Para los medidores de 6 pulgadas hasta 8 pies, la posición

para esta segunda medida deberá quedar a 2 pulgadas aguas arriba de la parte final de la sección estrechada.

Si fuese ejecutado un pozo lateral para esa medición, el tubo de conexión deberá ser asentado a una altura de 3 pulgadas desde la parte mas profunda del medidor (Figura 6-11).

Las dos cargas H y H_2 son medidas a partir de la misma referencia; cota de fondo de la sección convergente.

6.7.7. VENTAJAS DE LOS MEDIDORES PARSHALL

Las ventajas de los medidores Parshall, que pasan factores ya señalados, pueden ser resumidas como sigue.

- Gran facilidad de construcción.
- Bajo costo de ejecución.
- No hay sobre elevación del fondo.
- No hay peligro de formación de depósitos debido a materias en suspensión, siendo por ello de gran utilidad en el caso de alcantarillas o de aguas que llevan sólidos en suspensión.
- Pueden funcionar como un dispositivo en que una sola medición de H es suficiente.
- Gran habilidad en soportar sumergencias elevadas, sin alteración de caudal.
- Medidores Parshall de los más variados tamaños, ya fueron ensayados hidráulicamente, lo que permite su empleo en condiciones semejantes, sin necesidad de muchos ensayos o aforos.
- En su ejecución pueden ser empleados diversos materiales, seleccionándose el más conveniente para las condiciones locales. Ya fueron empleados el concreto, mampostería, madera, metal (medidores portátiles de tamaño de hasta 10 pies), asbestocemento, etc.

6.7.8. FORMULAS Y TABLAS

Los numerosos experimentos y observaciones hechos con medidores Parshall llevaron a resultados que corresponden a expresiones del tipo:

$$Q = K \cdot H^n \quad (6-34)$$

La Tabla 6-4 incluye los valores del coeficiente K , tanto para sistema métrico, como para el sistema inglés de unidades. La misma tabla presenta los valores del exponente n .

Por ejemplo, para el Parshall de un pie, la ecuación de caudal en el sistema métrico es:

$$Q = 0.690 \cdot H^{1.522} \quad (6-35)$$

La Tabla 6-5 da los valores de caudal ya calculados para los medidores Parshall más comunes.

Los autores, con base en los propios datos de Parshall obtuvieron la siguiente fórmula aproximada para esos medidores:

$$Q = 2.2 \cdot W \cdot H^{3/2} \quad (6-36)$$

Donde:

$Q = \text{Caudal en } m^3 / s$

$W = \text{ancho de la garganta en mts.}$

$H = \text{Carga en mts.}$

TABLA 6-4 Valores del exponente n y del coeficiente K .

(Fuente: J.M. de Azevedo Netto)

W	(m)	n	K	
			Unidades métricas	Unidades inglesas
3"	0,076	1,547	0,176	0,0992
6"	0,152	1,580	0,381	2,06
9"	0,229	1,530	0,535	3,07
1'	0,305	1,522	0,690	4,00
1½'	0,457	1,538	1,054	6,00
2'	0,610	1,550	1,426	8,00
3'	0,915	1,566	2,182	12,00
4'	1,220	1,578	2,935	16,00
5'	1,525	1,587	3,728	20,00
6'	1,830	1,595	4,515	24,00
7'	2,135	1,601	5,306	28,00
8'	2,440	1,606	6,101	32,00

TABLA 6-5 Valores del exponente n y del coeficiente K .

(Fuente: J.M. de Azevedo Netto)

H (cm)	Valores de W							
	3"	6"	9"	1'	1½'	2'	3'	4'
3	0.8	1.4	2.5	3.1	4.2	-	-	-
4	1.2	2.3	4.0	4.6	6.9	-	-	-
5	1.5	3.2	5.5	7.0	10.0	13.8	20	-
6	2.3	4.5	7.3	9.9	14.4	18.7	27	35
7	2.9	5.7	9.1	12.5	17.8	23.2	34	45
8	3.5	7.1	11.1	14.5	21.6	28.0	42	55
9	4.3	8.5	13.5	17.7	26.0	34.2	50	66
10	5.0	10.3	15.8	20.9	30.8	40.6	60	78
11	5.8	11.6	18.1	23.8	35.4	46.5	69	90
12	6.7	13.4	24.0	27.4	40.5	53.5	79	105
13	7.5	15.2	23.8	31.0	45.6	60.3	93	119
14	8.5	17.3	26.6	34.8	51.5	68.0	101	133
15	9.4	19.1	29.2	38.4	57.0	75.5	112	149
16	10.8	21.1	32.4	42.5	63.0	83.5	124	165
17	11.4	23.2	35.6	46.8	69.0	92.0	137	182
18	12.4	25.2	38.8	51.0	75.4	100.0	148	198
19	13.5	27.7	42.3	55.2	82.2	109.0	163	216
20	14.6	30.0	45.7	59.8	89.0	118.0	177	235
25	20.6	42.5	64.2	83.8	125.0	167.0	248	331
30	27.4	57.0	85.0	111.0	166.0	221.0	334	446
35	34.4	72.2	106.8	139.0	209.0	280.0	422	562
40	42.5	89.5	131.0	170.0	257.0	345.0	525	700
45	51.0	107.0	157.0	203.0	306.0	414.0	629	840
50	-	-	185.0	240.0	362.0	486.0	736	990
55	-	-	214.0	277.0	418.8	563.0	852	1144
60	-	-	243.0	314.0	478.3	642.0	971	1308
65	-	-	-	356.0	543.4	730.0	1110	1490
70	-	-	-	402.0	611.3	821.0	1249	1684

6.7.9. LOCALIZACION DE LOS MEDIDORES PARSHALL

Los medidores Parshall deben ser localizados tratando de evitarse grandes turbulencias en su sección inicial. No deben, por ejemplo ser instalados inmediatamente después de una compuerta o una curva, pues las turbulencias provocadas en el agua podrían causar ondas o sobre elevaciones capaces de alterar la precisión de los resultados, lo ideal es proyectar tales medidores en un tramo recto del canal.

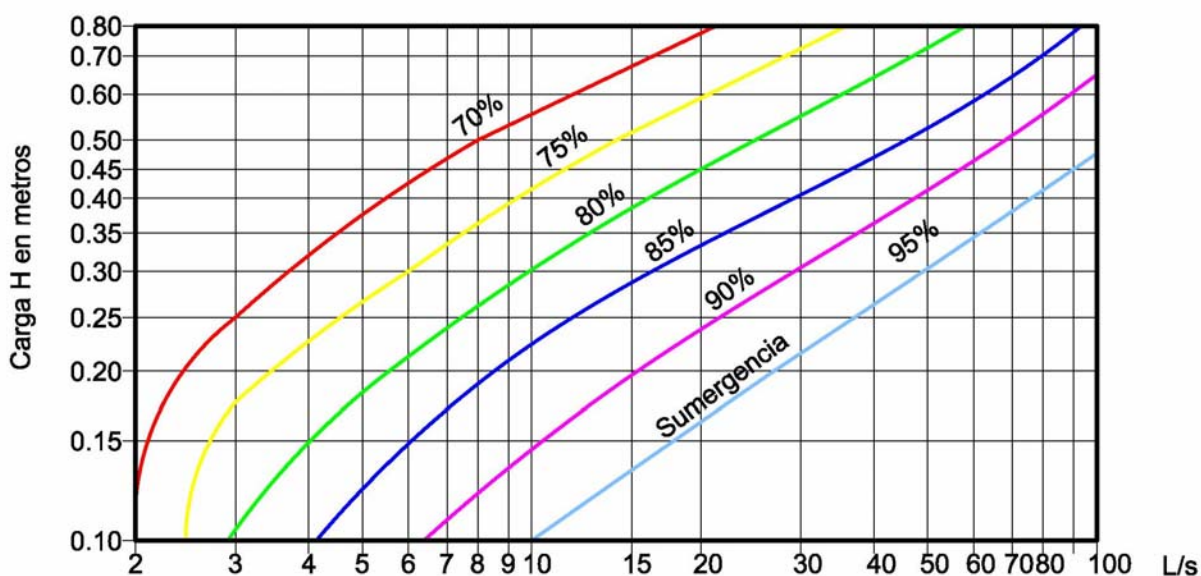
6.7.10. MEDIDORES AHOGADOS

Si las condiciones de flujo son tales, que se verifica el ahogamiento, serán necesarias dos medidas de nivel de agua para la determinación del porcentaje de sumergencia.

El ahogamiento retarda el flujo, habiendo una reducción de descarga. En estas condiciones, el caudal real será inferior a aquel que se obtendría por el empleo de fórmula o tablas. Para la determinación del caudal será indispensable la aplicación de una corrección.

$$\text{Caudal real} = \text{Descarga libre} - \text{corrección total}$$

En la Figura 6-13 se da las correcciones del caudal en L/s, en función del porcentaje de sumergencia, para medidores de 1 pie ($W = 1'$). Para medidores mayores, se encuentran, en el mismo ábaco, los coeficientes relativos que deberán ser tomados en cuenta.



Reducción de caudal debido al ahogamiento: Parshall de 1 pie; para medidores mayores a las reducciones encontradas, deberán ser multiplicadas por los siguientes factores:

W en pies	1	1 1/2	2	3	4	5	6	7	8
Factores	1.0	1.4	1.8	2.4	3.1	3.7	4.3	4.9	5.4

FIGURA 6-13 Ábaco de valores de corrección para medidores ahogados (Fuente: J.M. de Azevedo Netto).

6.8. PROBLEMAS RESUELTOS

6.8.1 Un canal trapezoidal tiene un ancho de solera $b = 1 \text{ m}$, talud $Z = 1$ y debe conducir un caudal de $3 \text{ m}^3/\text{s}$. Calcular el tirante crítico, la energía específica mínima y la pendiente crítica si el coeficiente de rugosidad es $n = 0.015$.

Solución:

Datos

$$Q = 3 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$n = 0.015$$

Se pide

$$y_c, E_{\min}, S_c \rightarrow ?$$

I) Cálculo de y_c :

a) Uso del nomograma preparado por Ven Te Chow para el cálculo del tirante crítico:
Partiendo de la ecuación:

$$\frac{Q}{\sqrt{g} \cdot b^{2.5}} = \frac{A_c^{\frac{3}{2}}}{T_c^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{5}{2}}}$$

$$\frac{A_c^{\frac{3}{2}}}{T_c^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{5}{2}}} = \frac{3}{\sqrt{9.81} \cdot 1^{2.5}}$$

$$\frac{A_c^{\frac{3}{2}}}{T_c^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{5}{2}}} = 0.9578$$

En la Figura 6-2, entramos con este valor como eje x, hasta interceptar la curva $Z = 1$, obteniéndose:

$$\frac{y_c}{b} = 0.76$$

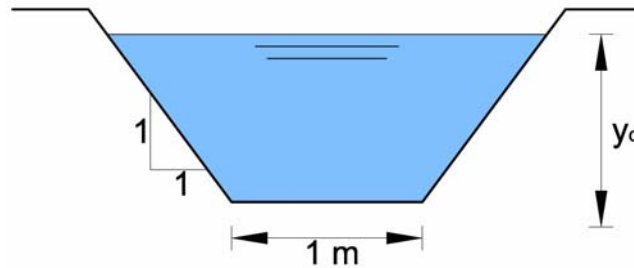
$$y_c = 0.76 \cdot 1$$

$$y_c = 0.76 \text{ m}$$

b) Método algebraico

Sabemos que para las condiciones críticas, se cumple:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A_c^3}{T_c}$$



$$A_c = (b + Z \cdot y_c) \cdot y_c = (1 + y_c) \cdot y_c$$

$$T_c = (b + 2 \cdot Z \cdot y_c) = (1 + 2 \cdot y_c)$$

$$Q = 3 \text{ m}^3 / \text{s}$$

Sustituyendo valores, resulta:

$$\frac{9}{9.81} = \frac{[(1 + y_c) \cdot y_c]^3}{1 + 2 \cdot y_c}$$

$$\frac{[(1 + y_c) \cdot y_c]^3}{1 + 2 \cdot y_c} = 0.9174$$

Resolviendo la ecuación se tiene:

$$y_c = 0.753 \text{ m}$$

II) Cálculo de E_{\min} :

Sabemos que:

$$E_{\min} = y_c + \frac{V_c^2}{2 \cdot g}$$

$$V_c = \frac{Q}{A_c} = \frac{Q}{(1 + y_c) \cdot y_c}$$

$$V_c = \frac{3}{(1 + 0.753) \cdot 0.753}$$

$$V_c = 2.2727 \text{ m/s}$$

luego:

$$E_{\min} = 0.753 + \frac{2.2727^2}{19.62}$$

$$E_{\min} = 1.0304 \frac{\text{m} - \text{kg}}{\text{kg}}$$

III) Cálculo de S_c :

De la fórmula de Manning, se tiene:

$$S = \left[\frac{V \cdot n}{R^{\frac{2}{3}}} \right]^2$$

Para las condiciones críticas:

$$S_c = \left[\frac{V_c \cdot n}{R_c^{\frac{2}{3}}} \right]^2$$

$$R_c = \frac{A_c}{P_c} = \frac{(1 + y_c) \cdot y_c}{1 + 2 \cdot \sqrt{2} \cdot y_c} = \frac{(1 + 0.753) \cdot 0.753}{1 + 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 0.753}$$

$$R_c = 0.4218$$

$$R_c^{\frac{2}{3}} = 0.5624$$

luego:

$$S_c = \left[\frac{2.2727 \cdot 0.015}{0.5624} \right]^2$$

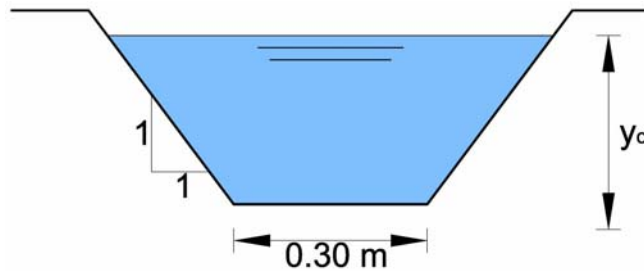
$$S_c = 0.0037$$

$$S_c = 3.7 \text{ } ^0/_{00} +$$

Esta pendiente se denomina pendiente crítica normal.

- 6.8.2** En un canal trapezoidal de ancho de solera $b = 0.30 \text{ m}$, talud $Z = 1$, determinar el caudal que debe pasar para una energía específica mínima de 0.48 (m-Kg)/Kg .

Solución:



Datos:

$$E_{\min} = 0.48 \frac{\text{m} \cdot \text{kg}}{\text{kg}}$$

Se pide determinar el caudal

I) Sabemos que la ecuación para la energía específica mínima es:

$$E_{\min} = y_c + \frac{V_c^2}{2 \cdot g} = 0.48 \quad (1)$$

Para el régimen crítico se cumple:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A_c^3}{T_c} \quad (2)$$

$$\frac{Q^2}{g \cdot A_c^2} = \frac{A_c}{T_c}$$

luego:

$$\frac{v_c^2}{g} = \frac{A_c}{T_c} \quad (3)$$

Sustituyendo (3) en (1), resulta:

$$y_c + \frac{A_c}{2 \cdot T_c} = 0.48 \quad (4)$$

donde:

$$A_c = (b + Z \cdot y_c) \cdot y_c = (0.3 + y_c) \cdot y_c$$

$$T_c = (b + 2 \cdot Z \cdot y_c) = (0.3 + 2 \cdot y_c)$$

Sustituyendo valores en (4), se obtiene:

$$y_c + \frac{(0.3 + y_c) \cdot y_c}{2 \cdot (0.3 + 2 \cdot y_c)} = 0.48$$

Multiplicando ambos miembros por $2 \cdot (0.3 + 2 \cdot y_c)$, se tiene:

$$2 \cdot y_c \cdot (0.3 + 2 \cdot y_c) + (0.3 + y_c) \cdot y_c = 0.48 \cdot 2 \cdot (0.3 + 2 \cdot y_c)$$

Resolviendo la ecuación y tomando la solución positiva, resulta:

$$y_c = 0.3628 \text{ m}$$

De (2), se tiene:

$$Q = \sqrt{\frac{g \cdot A_c^3}{T_c}}$$

donde :

$$A_c = (0.3 + 0.3628) \cdot 0.3628 = 0.2404$$

$$T_c = (0.3 + 2 \cdot 0.3628) = 1.0256$$

Luego, sustituyendo valores, resulta:

$$Q = \sqrt{\frac{9.81 \cdot 0.2404^3}{1.0256}}$$

$$\therefore Q = 0.3645 \text{ m}^3 / \text{s}$$

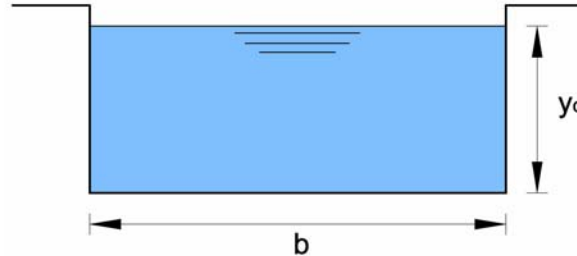
- 6.8.3** Un canal rectangular con un coeficiente de rugosidad $n = 0.014$, trazado con una pendiente de 0.0064 , transporta un caudal de $Q = 0.664 \text{ m}^3/\text{s}$. En condiciones de flujo crítico indicar el ancho de solera del canal.

Datos

$$n = 0.014$$

$$S = 0.0064$$

$$Q = 0.664 \text{ m}^3/\text{s}$$



Se pide calcular el ancho b en condiciones de flujo crítico

Solución:

- a) La ecuación para el caudal de la formula de Manning, es:

$$Q = \frac{1}{n} \cdot A \cdot R^{\frac{2}{3}} \cdot S^{\frac{1}{2}}$$

o también

$$A \cdot R^{\frac{2}{3}} = \frac{n \cdot Q}{S^{\frac{1}{2}}} \quad (1)$$

donde:

$$Q = 0.664 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$n = 0.014$$

$$S = 0.0064$$

$$A = b \cdot y$$

$$A = \frac{b \cdot y}{b + 2 \cdot y}$$

- b) Sustituyendo valores en (1), resulta:

$$\frac{0.664 \cdot 0.014}{0.0064^{\frac{1}{2}}} = b \cdot y \cdot \left[\frac{b \cdot y}{b + 2 \cdot y} \right]^{\frac{2}{3}}$$

de donde, para las condiciones del flujo crítico, se tiene:

$$\frac{(b \cdot y_c)^{\frac{5}{3}}}{(b + 2 \cdot y_c)^{\frac{2}{3}}} = 0.1162 \quad (2)$$

- c) En un canal rectangular, para un flujo crítico, se cumple:

$$y_c^3 = \frac{q^2}{g}$$

o también:

$$y_c^3 = \frac{Q^2}{g \cdot b^2}$$

$$y_c^3 = \frac{0.664^2}{9.81 \cdot b^2}$$

$$y_c = \frac{0.355}{b^{\frac{2}{3}}} \quad (3)$$

d) Reemplazando (3) en (2), resulta:

$$\frac{\left[b \cdot \frac{0.355}{b^{\frac{2}{3}}} \right]^{\frac{5}{3}}}{\left[b + \frac{2 \cdot 0.355}{b^{\frac{2}{3}}} \right]^{\frac{2}{3}}} = 0.1162$$

e) Simplificando

$$\frac{0.1784 \cdot b}{\left(b^{\frac{5}{3}} + 0.711 \right)^{\frac{2}{3}}} = 0.1162$$

Resolviendo la ecuación tendremos:

$$b = 0.835 \text{ m.}$$

6.8.4 Una alcantarilla de concreto de sección circular de 1 m de diámetro conduce un caudal de 600 l/s. Determinar la profundidad crítica utilizando el Método de la curva y vs. Z (tirante vs. Factor de sección).

Solución:

Datos:

$$Q = 600 \text{ l/s} = 0.60 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\phi = 1.0 \text{ m}$$

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2$$

Se genera la curva y vs. Z a partir de la siguiente tabla:

y	ϕ	A	P	T	R	D	Z
0,00	1,00	0,00	0,06	0,06	0,00	0,00	0,00
0,10	1,00	0,04	0,64	0,60	0,06	0,07	0,01
0,20	1,00	0,11	0,93	0,80	0,12	0,14	0,04
0,30	1,00	0,20	1,16	0,92	0,17	0,22	0,09
0,40	1,00	0,29	1,37	0,98	0,21	0,30	0,16
0,50	1,00	0,39	1,57	1,00	0,25	0,39	0,25
0,60	1,00	0,49	1,77	0,98	0,28	0,50	0,35
0,70	1,00	0,59	1,98	0,92	0,30	0,64	0,47
0,80	1,00	0,67	2,21	0,80	0,30	0,84	0,62
0,90	1,00	0,74	2,50	0,60	0,30	1,24	0,83

Donde:

y = tirante de agua (m).

ϕ = diámetro interior de la alcantarilla (m).

A = área mojada (m^2).

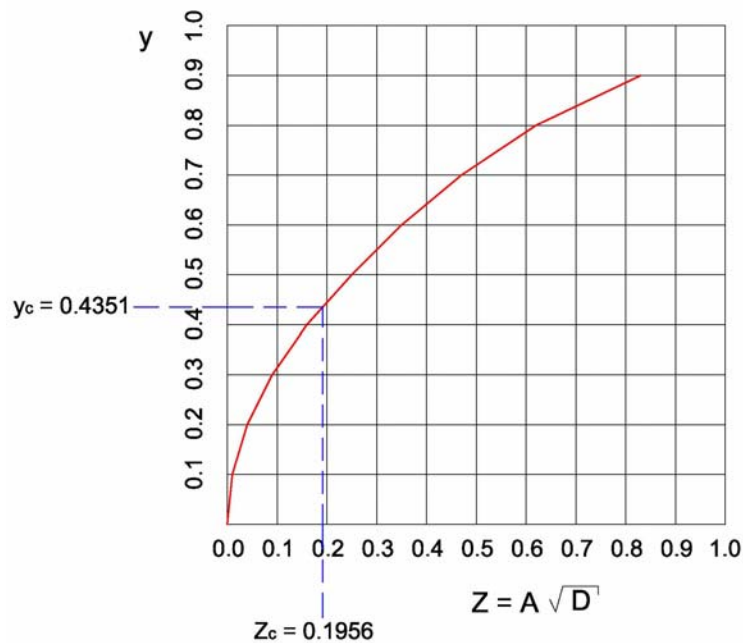
P = perímetro mojado (m).

T = espejo de agua (m).

R = radio hidráulico (m).

D = profundidad hidráulica (m).

Z = factor de sección.



6.9. PROBLEMAS PROPUESTOS

- 6.9.1** Hallar la relación entre el tirante crítico y la energía específica mínima en un canal de sección trapezoidal, para un ancho de solera b y un talud Z .

$$\text{Sol. } y_c = \frac{4ZE_{\min} - 3b + \sqrt{16Z^2 E_{\min}^2 + 16ZE_{\min} b + 9b^2}}{10Z}$$

- 6.9.2** Las condiciones de flujo aguas debajo de una cierta sección de un canal rectangular, imponen que escurra un caudal de $5 \text{ m}^3/\text{s}$ con una energía específica de 1.5636 m . Si el canal tiene un ancho de solera de $b = 2 \text{ m}$, para que se produzca un cambio de régimen a cuanto debe reducirse el ancho del canal?

Sol. Se debe reducir a $b = 1.5 \text{ m}$.

- 6.9.3** Demostrar que en un canal rectangular se cumple que los tirantes alternos y_1 y y_2 , y el tirante crítico y_c se cumple la siguiente relación:

$$y_c^3 = \frac{2y_1^2 y_2^2}{y_1 + y_2}$$

- 6.9.4** El agua fluye en un canal rectangular de 2 m de ancho, el cual lleva un caudal de $2 \text{ m}^3/\text{s}$. El canal es reducido en ancho a 0.5 m . Determinar la profundidad en la contracción y la profundidad aguas arriba. Suponga que ocurre flujo crítico en la contracción.

- 6.9.5** Un caudal de $1 \text{ m}^3/\text{s}$ transita bajo una compuerta deslizante a una velocidad de 3 m/s en un canal de 1 m de ancho. Determinar si el flujo es supercrítico y, si lo es, calcular la profundidad conjugada a la cual el agua se elevará luego de un resalto hidráulico.

CAPÍTULO 7

FLUJO UNIFORME

7.1. DESARROLLO DEL FLUJO UNIFORME Y DE SUS ECUACIONES

7.1.1. CARACTERÍSTICAS DEL FLUJO UNIFORME

Se considera que el flujo uniforme tiene las siguientes características principales:

- La profundidad, el área mojada, la velocidad y el caudal en la sección del canal son constantes.
- La línea de energía, la superficie del agua y el fondo del canal son paralelos; es decir, sus pendientes son todas iguales, o $S_f = S_w = S_c = S$.

Se considera que el flujo uniforme es sólo permanente, debido a que el flujo uniforme no permanente prácticamente no existe. En corrientes naturales, aún el flujo uniforme permanente es raro, debido a que en ríos y corrientes en estado natural casi nunca se experimenta una condición estricta de flujo uniforme. A pesar de esto, a menudo se supone una condición de flujo uniforme para el cálculo de flujo en corrientes naturales. Los resultados obtenidos a partir de esta suposición son aproximados y generales, pero ofrecen una solución relativamente simple y satisfactoria para muchos problemas prácticos.

El flujo uniforme no puede ocurrir a velocidades muy altas, ya que atrapa aire y se vuelve muy inestable.

7.1.2. ESTABLECIMIENTO DEL FLUJO UNIFORME

Cuando el flujo ocurre en un canal abierto, el agua encuentra resistencia a medida que fluye aguas abajo. Esta resistencia por lo general es contrarestanda por las componentes de fuerza gravitacionales que actúan sobre el cuerpo de agua en la dirección del movimiento (Figura 7-1). Un flujo uniforme se desarrollará si la resistencia se balancea con las fuerzas

gravitacionales. La magnitud de la resistencia, depende de la velocidad del flujo. Si el agua entra al canal con lentitud, la velocidad y, por consiguiente, la resistencia son pequeñas, y la resistencia es sobrepasada por las fuerzas de gravedad, dando como resultado una aceleración de flujo en el tramo aguas arriba. La velocidad y la resistencia se incrementarán de manera gradual hasta que se alcance un balance entre fuerzas de resistencia y de gravedad. A partir de este momento, y de ahí en adelante, el flujo se vuelve uniforme. El tramo de aguas arriba que se requiere para el establecimiento del flujo uniforme se conoce como zona transitoria. En esta zona el flujo es acelerado y variado. Hacia el extremo de aguas abajo, la resistencia puede ser excedida de nuevo por las fuerzas gravitacionales y el flujo nuevamente se vuelve variado.

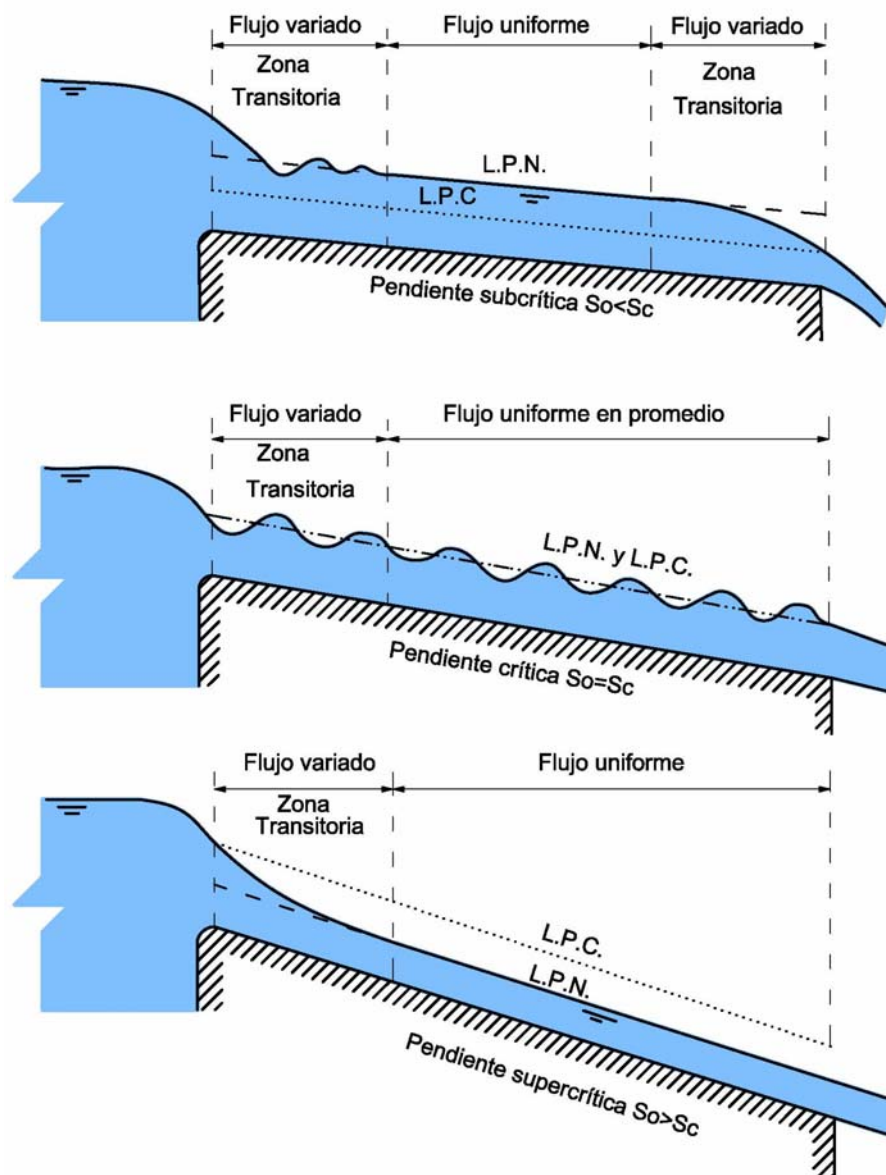


FIGURA 7-1 Establecimiento del flujo uniforme en un canal largo

En la Figura 7-1 se muestra un canal largo con tres pendientes diferentes: subcrítica, crítica y supercrítica. En la pendiente subcrítica el agua en la zona de transición aparece ondulante. El flujo es uniforme en el tramo medio del canal pero variado en los dos extremos. En la pendiente crítica la superficie del agua del flujo crítico es inestable. En el tramo intermedio pueden ocurrir ondulaciones, pero en promedio la profundidad es constante y el flujo puede considerarse uniforme. En la pendiente supercrítica la superficie de agua transitoria pasa del nivel subcrítico al nivel supercrítico a través de una caída hidráulica gradual. Después de la zona de transición el flujo se aproxima al uniforme.

La profundidad del flujo uniforme se conoce como **profundidad normal**. En todas las figuras la línea de trazos cortos representa la línea de profundidad normal, abreviada como L.P.N., y la línea punteada representa la línea de profundidad crítica o L.P.C.

7.1.3. EXPRESIÓN DE LA VELOCIDAD EN FLUJO UNIFORME

Para los cálculos hidráulicos la velocidad media de un flujo uniforme turbulento en canales abiertos por lo general se expresa aproximadamente por la llamada ecuación de flujo uniforme. La mayor parte de las ecuaciones prácticas de flujo uniforme pueden expresarse de la siguiente manera:

$$V = C \cdot R^x \cdot S^y \quad (7-1)$$

donde:

V = velocidad media

R = radio hidráulico

S = pendiente de energía

x, y = exponentes

C = factor de resistencia al flujo, el cual varía con la velocidad media, el radio hidráulico, la rugosidad del canal, la viscosidad y muchos otros factores.

Puede suponerse que el flujo en un canal natural es uniforme bajo condiciones normales, es decir, si no existen flujos de creciente o flujos notablemente variados causados por irregularidades en el canal. Al aplicar una ecuación de flujo uniforme a una corriente natural se entiende que el resultado es muy aproximado, debido a que las condiciones del flujo están sujetas a más factores inciertos de los que se involucrarían en un canal artificial regular.

Se ha desarrollado y publicado una variedad de ecuaciones de flujo uniforme, pero ninguna de ellas cumple todas las cualidades de una buena ecuación. Las ecuaciones mejor conocidas y más ampliamente utilizadas son las ecuaciones de Chézy y de Manning.

7.1.4. LA ECUACIÓN DE CHEZY

En 1769 el Ingeniero Francés Antoine Chézy¹ desarrollaba probablemente la primera ecuación de flujo uniforme, la famosa ecuación de Chezy, que a menudo se expresa como:

$$V = C \cdot \sqrt{R \cdot S} \quad (7-2)$$

donde:

V = velocidad media del canal medida en m/s.

R = radio hidráulico en m.

S = pendiente de la línea de energía, en m/m.

C = factor de resistencia al flujo, conocido como C de Chézy.

La ecuación de Chézy puede deducirse matemáticamente a partir de dos suposiciones. La primera suposición fue hecha por Chézy. Esta establece que la fuerza que resiste el flujo por unidad de área del lecho de la corriente es proporcional al cuadrado de la velocidad; es decir, esta fuerza es igual a $K \cdot V^2$, donde K es una constante de proporcionalidad. La superficie de contacto del flujo con el lecho de la corriente es igual al producto del perímetro mojado y la longitud del tramo del canal ($P \cdot L$), (Figura 7-2). Luego la fuerza total que resiste al flujo es igual a:

$$K \cdot V^2 \cdot P \cdot L \quad (7-3)$$

La segunda suposición es el principio básico del flujo uniforme, el cual se cree que fue establecido por primera vez por Brahms en 1754. Esta establece que en el flujo uniforme la componente efectiva de la fuerza gravitacional que causa el flujo debe ser igual a la fuerza total de resistencia. La componente efectiva de la fuerza gravitacional (Figura 7-2) es paralela al fondo del canal e igual a:

$$\gamma \cdot A \cdot L \cdot \text{sen} \theta = \gamma \cdot A \cdot L \cdot S \quad (7-4)$$

¹ En 1769 el informe de Chézy mostraba que la ecuación fue desarrollada y verificada mediante experimentos hechos en canales de tierra, el canal Courpalet, y en el río Sena.

donde:

γ = Peso unitario del agua

A = Área mojada

θ = Ángulo de la pendiente

S = Pendiente del canal.

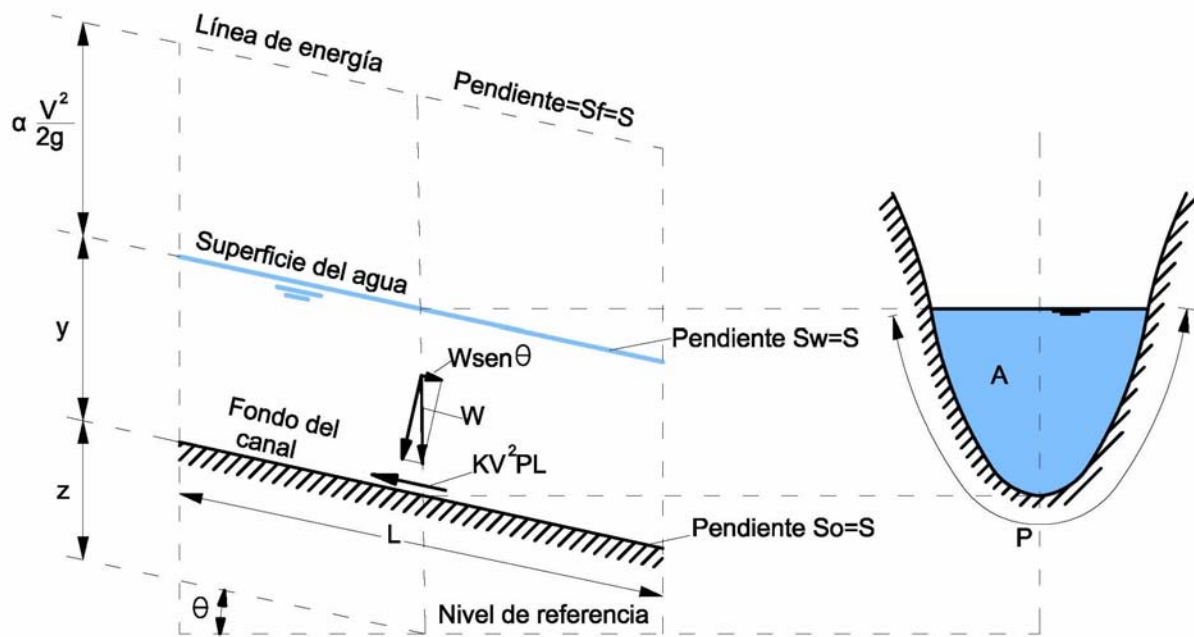


FIGURA 7-2 Deducción de la ecuación de Chézy para flujo uniforme en un canal abierto.

Como en la práctica la pendiente en los canales es pequeña ($\theta \ll 5^\circ$), entonces:

$$\text{sen } \theta \approx \text{tg } \theta = S$$

Sustituyendo la fuerza total que resiste al flujo y la pendiente, resulta:

$$\gamma \cdot A \cdot L \cdot S = K \cdot V^2 \cdot P \cdot L \quad (7-5)$$

Despejando la velocidad se tiene:

$$V = \sqrt{\left(\frac{\gamma}{K}\right) \cdot \left(\frac{A}{P}\right) \cdot S}$$

Además sustituyendo $A/P = R$ y reemplazando $\sqrt{\gamma/K}$ por un factor C , se tiene finalmente la ecuación de Chézy:

$$V = C \cdot \sqrt{R \cdot S} \quad (7-6)$$

7.1.5. CÁLCULO DEL FACTOR DE RESISTENCIA DE CHEZY

a) **La ecuación de G.K.²**.- En 1869, dos Ingenieros Suizos, E. Ganguillet y W.R. Kutter, publicaron una ecuación que expresa el valor de C en términos de la pendiente S , el radio hidráulico R , y el coeficiente de rugosidad n , la ecuación es:

$$C = \frac{23 + \frac{0.0015}{S} + \frac{1}{n}}{1 + \left(23 + \frac{0.0015}{S} \right) \cdot \frac{n}{\sqrt{R}}} \quad (7-7)$$

donde:

R = radio hidráulico en m.

S = pendiente de la línea de energía en m/m.

n = coeficiente de rugosidad que depende de la naturaleza de las paredes del canal; en la Tabla 7-1, se presentan los valores de n propuestos por Horton.

Para pendientes menores que 0.0005, la fórmula de E. Ganguillet y W.R. Kutter tiene una forma particular establecida por W.R. Kutter, la cual se expresa como:

$$C = \frac{100 \cdot \sqrt{R}}{m + \sqrt{R}} \quad (7-8)$$

Los valores del coeficiente de rugosidad m se muestran en la Tabla 7-2.

b) **La ecuación de Bazin³**.- En 1897, el Ingeniero hidráulico Francés Henry Bazin propuso una ecuación donde el C de Chezy se considera como una función de R pero no de S , de acuerdo a sus experiencias presento, en el sistema métrico, la siguiente expresión para C :

$$C = \frac{87}{1 + \frac{\psi}{\sqrt{R}}} \quad (7-9)$$

donde:

R = radio hidráulico en m.

ψ = coeficiente que depende de la rugosidad de las paredes del canal.

² La ecuación G.K. se dedujo a partir de datos de mediciones de flujo en canales de diferentes tipos, incluidos los aforos de Bazin y aforos de muchos ríos de Europa y Norteamérica.

³ La ecuación de Bazin se desarrolló primordialmente a partir de datos obtenidos en pequeños canales experimentales; pero su aplicación general es menos satisfactoria que la ecuación G.K.

Bazin en forma experimental, determino algunos valores de ψ , los cuales son:

$\psi = 0.06$ para paredes de plancha metálica, cemento liso o madera cepillada.

$\psi = 0.16$ para paredes de ladrillo, o madera sin cepillar.

$\psi = 0.46$ para paredes de mampostería.

$\psi = 0.85$ para canales en tierra de superficie muy regular.

$\psi = 1.30$ para canales en tierra ordinarios.

$\psi = 1.75$ para canales en tierra muy rugosos, cubiertos con maleza y cantos rodados.

La Tabla 7-3 proporciona valores de ψ , determinados por medición directa en gran número de canales.

c) La ecuación de Powell⁴. - En 1950, Powell sugirió una ecuación logarítmica para la rugosidad de canales artificiales. Esta ecuación, una función implícita de C , es:

$$C = -23.2 \cdot \log \left(1.811 \cdot \frac{C}{Re} + \frac{\varepsilon}{R} \right) \quad (7-10)$$

donde:

R = radio hidráulico en m

Re = número de Reynolds

ε = coeficiente de rugosidad, valores tentativos se presentan en la Tabla 7-4.

Para canales rugosos, el flujo por lo general es tan turbulento que Re se vuelve muy grande comparado con C ; luego la ecuación (7-10) se aproxima a la forma:

$$C = 23.2 \cdot \log \left(\frac{R}{\varepsilon} \right) \quad (7-11)$$

Para canales lisos, la rugosidad superficial puede ser tan pequeña que ε se vuelve insignificante con R ; luego la ecuación (7-10) se aproxima a la forma:

$$C = 23.2 \cdot \log \left(0.5521 \frac{Re}{C} \right) \quad (7-12)$$

⁴ La ecuación de Powell fue desarrollada a partir de un número limitado de experimentos de laboratorio en canales lisos y rugosos. Su aplicación esta limitada, debido a que se necesita investigación adicional para ε .

TABLA 7-1 Valores de n dados por Horton, para ser usados en las formulas de Kutter y de Manning (Fuente: Trueba Coronel, Samuel)

Superficie	Condiciones de las paredes			
	Perfectas	Buenas	Medianamente Buenas	Malas
Tubería hierro forjado negro comercial	0,0120	0,0130	0,0140	0,0150
Tubería hierro forjado galvanizado comercial	0,0130	0,0140	0,0150	0,0170
Tubería de latón o vidrio	0,0090	0,0100	0,0110	0,0130
Tubería acero remachado en espiral	0,0130	0,015*	0,0170	
Tubería de barro vitrificado	0,0100	0,013*	0,0150	0,0170
Tubos comunes de barro para drenaje	0,0110	0,012*	0,014*	0,0170
Tabique vidriado	0,0110	0,0120	0,013*	0,0150
Tabique con mortero de cemento	0,0120	0,0130	0,015*	0,0170
Superficies de cemento pulido	0,0100	0,0110	0,0120	0,0130
Superficies aplanadas con mortero de cemento	0,0110	0,0120	0,013*	0,0150
Tuberías de concreto	0,0120	0,0130	0,015*	0,0160
Tuberías de duela	0,0100	0,0110	0,0120	0,0130
Acueductos de tablón				
Labrado	0,0100	0,012*	0,0130	0,0140
Sin labrar	0,0110	0,013*	0,0140	0,0150
Con astillas	0,0120	0,015*	0,0160	
Canales revestidos con concreto	0,0120	0,014*	0,016*	0,0180
Superficie de mampostería con cemento	0,0170	0,0200	0,0250	0,0300
Superficie de mampostería en seco	0,0250	0,0300	0,0330	0,0350
Acueductos semicirculares metálicos, lisos	0,0110	0,0120	0,0130	0,0150
Acueductos semicirculares metálicos corrugados	0,0225	0,0250	0,0275	0,0300
Canales y zanjas				
En tierra, alineados y uniformes	0,0170	0,0200	0,0225	0,025*
En roca, lisos y uniformes	0,0250	0,0300	0,033*	0,0350
En roca, con salientes y sinuosos	0,0350	0,0400	0,0450	
Sinuosos y de escurrimiento lento	0,0225	0,025*	0,0275	0,0300
Dragados en tierra	0,0250	0,0275*	0,0300	0,0330
Con lecho pedregoso y bordos de tierra enhierbados	0,0250	0,0300	0,035*	0,0400
Plantilla de tierra, taludes ásperos	0,0280	0,030*	0,033*	0,0350
Corrientes naturales				
Limpios, bordos, rectos, llenos sin hendiduras ni charcos profundos	0,0250	0,0275	0,0300	0,0330
Limpios, bordos, rectos, llenos sin hendiduras ni charcos profundos; pero con algo de hierba y piedra	0,0300	0,0330	0,0350	0,0400
Sinuoso, algunos charcos y escollos, limpio	0,0330	0,0350	0,0400	0,0450
Sinuoso, algunos charcos y escollos, limpio; de poco tirante, con pendiente y sección menos eficiente	0,0400	0,0450	0,0500	0,0550
Sinuoso, algunos charcos y escollos, limpio; algo de hierba y piedras	0,0350	0,0400	0,0450	0,0500
Sinuoso, algunos charcos y escollos, limpio; de poco tirante, con pendiente y sección menos eficiente, en secciones pedregosas	0,0450	0,0500	0,0550	0,0600
Ríos con tramos lentos, cauce enhierbado o con charcos profundos	0,0500	0,0600	0,0700	0,0800
Playas muy enhierbadas	0,0750	0,1000	0,1250	0,1500

(*) Valores de uso común para proyectos

TABLA 7-2 Valores del coeficiente m de rugosidad usados en la fórmula de Kutter para pendientes menores de 0.0005 (*Fuente: Rocha, Arturo*).

Forma	Descripción	m
Semicircular	Superficie muy lisa. Cemento muy pulido	0,12
	Superficie bastante lisa. Madera cepillada	0,15
Rectangular y otras	Superficie bien terminada	0,20
	Superficie usada, tuberías de abastecimiento de agua con mucho tiempo de servicio, pero sin incrustaciones	0,25
	Piedra labrada pero bien acabada	0.30-0.35
	Piedra no bien terminada, usada	0,45
	Piedra rustica, fondo con poco lodo	0,55
	Piedra mal terminada, fondo fangoso	0,75
	Piedra antigua, sin vegetación, fangoso	1,00
Trapezoidal	Fondo rocoso. Ancho inferior a 150 m. Poca vegetación	1,25
	Sección definida, en tierra sin vegetación	1,50
	En tierra con fondo pedregoso o fangoso con poca vegetación y ancho superior a 2 m (corresponde a algunos arroyos y ríos)	1,75
	En tierra con vegetación muy abundante, con mal mantenimiento, lecho fangoso y arrastre de material de fondo	2,50

TABLA 7-3 Valores de ψ para emplearse en la formula de Bazin (*Fuente: Trueba Coronel, Samuel*)

Superficie	Naturaleza de las paredes			
	Perfectas	Buenas	Medianamente buenas	Malas
Tubos de albañal, vitrificados	0,06	0,22	0,33	0,50
Tubos de arcilla común, para drenaje	0,11	0,17	0,28	0,50
Mampostería con mortero de cemento	0,14	0,22	0,33	0,50
Superficies de cemento pulidas		0,06	0,14	0,22
Aplanados de cemento	0,06	0,11	0,22	0,33
Tubería de concreto	0,14	0,22	0,33	0,41
Acueductos de duela o tabloncillos, cepillados		0,14	0,22	0,28
Acueductos de tabloncillos sin cepillar	0,06	0,22	0,28	0,33
Acueductos de tabloncillos con astillas y palos	0,14	0,33	0,41	0,55
Canales revestidos con concreto	0,14	0,28	0,41	0,55
Mampostería de piedras irregulares o sin labrar	0,50	0,69	1,05	1,38
Mampostería seca, zampeados	1,90	1,38	1,60	1,74
Piedra labrada, sillería, paredes de ladrillo	0,22	0,28	0,36	0,50
Acueductos de lámina, lisos	0,06	0,14	0,22	0,33
Acueductos de lámina corrugada	0,88	1,05	1,21	1,38
Canales de tierra, con maleza y piedras, sinuosos, etc.	1,05	1,38	1,74	2,10
Canales excavados en roca	1,38	1,74	2,04	2,32
Corrientes naturales, en buenas condiciones	1,05	1,38	1,74	2,10
Corrientes naturales, con maleza, cantos rodados, rocas	1,74	2,43	3,48	4,86

TABLA 7-4 Valores tentativos del ε de Powell (Fuente: V.T.Chow)

Descripción del canal	ε de Powell	
	Nuevo	Viejo
Superficie de cemento pulido	0,0002	0,0004
Canaletas de tabloncillos de madera sin cepillar	0,0010	0,0017
Canales revestidos en concreto	0,0040	0,0060
Canales en tierra, rectos y uniformes	0,0400	
Canales en tierra, dragados	0,1000	

7.1.6. LA ECUACIÓN DE MANNING

En 1889 el Ingeniero Irlandés Robert Manning⁵ presentó una ecuación, la cual se modificó mas adelante hasta llegar a su bien conocida forma actual. La ecuación de Manning es el resultado del proceso de un ajuste de curvas, y por tanto es completamente empírica en su naturaleza. En las aplicaciones de la ecuación de Manning, es esencial que el sistema de unidades que esta siendo usado sea identificado y que se emplee el coeficiente apropiado. En el sistema de unidades del S.I., la ecuación de Manning es:

$$V = \frac{1}{n} \cdot R^{\frac{2}{3}} \cdot S^{\frac{1}{2}} \quad (7-13)$$

donde:

V = velocidad media, en m/s.

n = coeficiente de rugosidad de Manning.

R = radio hidráulico, en m.

S = pendiente de la línea de energía, en m/m.

Como en el caso del coeficiente de resistencia de Chezy, n no es adimensional, porque tiene dimensiones de:

$$T \cdot L^{-1/3}$$

o en el caso específico de la ecuación (7-13) se tiene $[s / m^{1/3}]$. La ecuación de Manning en unidades S.I. puede ser convertida a unidades inglesas sin afectar el valor numérico de n .

⁵ Manning presento su ecuación en 1889, en principio fue dada en una forma compleja, luego simplificada. Otros autores la expresaron en unidades métricas e inglesas utilizando el mismo n de G.K.

$$n \text{ en } \left[\frac{s}{m^{1/3}} \right] = 0.6730 \text{ } n \text{ en } \left[\frac{s}{\text{pies}^{1/3}} \right]$$

Por lo tanto, en unidades inglesas, la ecuación de Manning es:

$$V = \frac{1}{0.6730 \cdot n} \cdot R^{\frac{2}{3}} \cdot S^{\frac{1}{2}} = \frac{1.49}{n} \cdot R^{\frac{2}{3}} \cdot S^{\frac{1}{2}}$$

Con objeto de generalizar la ecuación de Manning puede escribirse como:

$$V = \frac{\mu}{n} \cdot R^{\frac{2}{3}} \cdot S^{\frac{1}{2}} \quad (7-14)$$

donde

$\mu = 1.00$ si son utilizadas unidades S.I.

$\mu = 1.49$ si son utilizadas unidades Inglesas.

En vista de que las ecuaciones de Chezy y Manning describen un mismo fenómeno, los coeficientes de C y n deben estar relacionados. Al igualar ambas ecuaciones se obtiene:

$$C \cdot \sqrt{R \cdot S} = \frac{\mu}{n} \cdot R^{\frac{2}{3}} \cdot S^{\frac{1}{2}}$$

$$C = \frac{\mu}{n} \cdot R^{\frac{1}{6}} \quad (7-15)$$

Esta ecuación da una relación importante entre el C de Chezy y el n de Manning. El exponente del radio hidráulico en la ecuación de Manning no es una constante, sino que varía en un rango que por lo general depende de la forma y la rugosidad del canal. La ecuación de flujo uniforme muy utilizada en la Unión Soviética es de este tipo y fue propuesta por Pavlovskii en 1925. En unidades métricas esta ecuación es:

$$C = \frac{1}{n} \cdot R^y \quad (7-16)$$

donde:

$$y = 2.5 \cdot \sqrt{n} - 0.13 - 0.75 \cdot \sqrt{R} \cdot (\sqrt{n} - 0.10) \quad (7-17)$$

y donde C es el factor de resistencia en la ecuación de Chezy expresada en unidades métricas, el exponente y depende del coeficiente de rugosidad y del radio hidráulico. Esta ecuación es válida para los valores de R entre 0.1 m y 3.0 m y para valores de n entre 0.011 y 0.040. Por lo general se sugieren las siguientes formas aproximadas de la ecuación (7-17):

$$y = 1.5 \cdot \sqrt{n} \quad \text{para } R < 1.0 \text{ m} \quad (7-18)$$

$$y = 1.3 \cdot \sqrt{n} \quad \text{para } R > 1.0 \text{ m} \quad (7-19)$$

Combinando la fórmula de Manning y la ecuación de la continuidad, la expresión para el cálculo del caudal en unidades del sistema métrico es la siguiente:

$$Q = \frac{1}{n} \cdot A \cdot R^{\frac{2}{3}} \cdot S^{\frac{1}{2}} \quad (7-20)$$

donde:

Q = caudal en m³/s

n = coeficiente de resistencia de Manning.

A = área de la sección transversal en m².

R = radio hidráulico en m.

S = pendiente en m/m.

En la literatura Europea es frecuente que la fórmula de Manning aparezca con el nombre de Strickler o Manning- Strickler, bajo la siguiente forma:

$$V = K \cdot R^{\frac{2}{3}} \cdot S^{\frac{1}{2}} \quad (7-21)$$

donde:

$$K = \frac{1}{n}$$

es decir, K es el inverso de n , cuyos valores se muestran en la Tabla 7-1.

Las fórmulas indicadas de los diferentes autores han sido deducidas experimentalmente, por lo cual no son dimensionalmente homogéneas, es decir, que las unidades del segundo miembro no proporcionan unidades de velocidad ni de caudal.

7.1.7. SELECCIÓN DEL COEFICIENTE DE RUGOSIDAD DE MANNING

Al aplicar la ecuación de Manning o la ecuación de G.K., la mayor dificultad está en la determinación del coeficiente de rugosidad n , ya que no existe un método exacto para la selección del valor de n . Con el fin de dar una guía para la determinación correcta del coeficiente de rugosidad, se estudiarán cuatro enfoques generales:

- Entender los factores que afectan el valor de n con el fin de adquirir el conocimiento básico del problema y disminuir el rango de incertidumbre.
- Consultar una tabla de valores comunes de n para canales de diferentes tipos.
- Examinar y familiarizarse con la apariencia de algunos canales comunes cuyos coeficientes de rugosidad se conocen.
- Determinar el valor de n mediante métodos empíricos

7.1.7.1. FACTORES QUE AFECTAN EL COEFICIENTE DE RUGOSIDAD DE MANNING

Los factores que ejercen la mayor influencia sobre el coeficiente de rugosidad tanto en canales artificiales como en canales naturales se describen a continuación:

A.- Rugosidad superficial.- La rugosidad superficial se representa por el tamaño y la forma de los granos del material que forman el perímetro mojado y que producen un efecto retardador del flujo. Por lo general éste se considera como el único factor para la selección del coeficiente de rugosidad, pero en realidad es solo uno de varios factores. En general, granos finos dan como resultado un valor relativamente bajo de n , y granos gruesos, un valor alto.

En corrientes aluviales en las cuales el material es fino, como arena, arcilla, marga o limos, el efecto retardador es mucho menor que cuando el material es grueso, como las gravas o cantos rodados. Cuando el material es fino, el valor de n es bajo y relativamente no se afecta por cambios en el nivel de flujo. Cuando el material consta de gravas y cantos rodados, el valor de n por lo general es alto, en particular en niveles bajos o altos.

B.- Vegetación.- La vegetación puede considerarse como una clase de rugosidad superficial, pero también reduce de manera notable la capacidad del canal y retarda el flujo. Este efecto depende por completo de la altura, la densidad, la distribución y del tipo de vegetación, y es muy importante en el diseño de pequeños canales de drenaje.

El U.S. Soil Conservation Service ha hecho una serie de estudios del flujo de agua en canales pequeños poco profundos protegidos con recubrimiento vegetal. Se ha encontrado que para estos canales los valores de n varían con la forma y la sección transversal del canal, la pendiente del lecho del canal y la profundidad del flujo. Al comparar dos canales y mantener los demás factores iguales, la menor profundidad promedio arroja un valor de n mayor, debido

a la mayor proporción afectada por la vegetación. Luego, un canal triangular tiene un valor de n menor que un canal angosto. Un flujo con suficiente profundidad tiende a doblar y a sumergir la vegetación, con lo cual se producen valores bajos de n . Una pendiente alta genera altas velocidades, mayor aplanamiento de la vegetación y valores bajos de n .

C.- Irregularidad del canal.- Las irregularidades del canal incluyen irregularidades en el perímetro mojado y variaciones en la sección transversal, tamaño y forma de ésta a lo largo del canal. En canales naturales, tales irregularidades por lo general son producidas por la presencia de barras de arena, ondas de arena, crestas, depresiones, hoyos y montículos en el lecho del canal. Estas irregularidades introducen rugosidad adicional a la causada por la rugosidad superficial y otros factores. Un cambio gradual y uniforme en la sección transversal o en su tamaño y forma no produce efectos apreciables en el valor de n , pero cambios abruptos o alternaciones de secciones pequeñas y grandes requieren el uso de un valor grande de n . En este caso, el incremento en n puede ser 0.005 o mayor. Los cambios que hacen que el flujo cambie de manera sinuosa de un lado al otro del canal producirán el mismo efecto.

D.- Alineamiento del canal.- Curvas suaves con radios grandes producirán valores de n relativamente bajos, en tanto que curvas bruscas con meandros severos incrementaran el valor de n . Un aumento de 0.002 en el valor de n constituye una provisión adecuada para la pérdida en curvas en la mayor parte de las canaletas que contengan curvaturas pronunciadas sin importar que estén construidos en concreto o en otros materiales. La presencia de meandros en corrientes naturales, sin embargo, puede incrementar el valor de n en el 30%.

E.- Sedimentación y socavación.- La sedimentación puede cambiar un canal muy irregular en un canal relativamente uniforme y disminuir el n , en tanto que la socavación puede hacer lo contrario e incrementar el n . Sin embargo, el efecto dominante de la sedimentación dependerá de la naturaleza del material depositado. Depósitos no uniformes, como las barras de arena y ondulaciones de arena, constituyen irregularidades del canal e incrementaran la rugosidad. La cantidad y uniformidad de la socavación dependerán del material que conforma el perímetro mojado. Así, un lecho de arena o de gravas se erosionara más uniformemente que un lecho de arcillas. La sedimentación de las arcillas erosionadas en los terrenos aguas arriba tendera a emparejar las irregularidades en un canal dragado a través de un suelo arcilloso.

F.- Obstrucción.- La presencia de obstrucciones de troncos, deshechos de flujos, atascamientos, pilas de puente, y estructuras similares tiende a incrementar el n . La magnitud de este aumento depende de la naturaleza de las obstrucciones, de su tamaño, forma, número y distribución.

G.- Tamaño y forma del canal.- No existe evidencia definitiva acerca del tamaño y la forma del canal como factores importantes que afecten el valor de n . Un incremento en el radio hidráulico puede aumentar o disminuir el n .

H.- Nivel y caudal.- En la mayor parte de las corrientes el valor de n disminuye con el aumento en el nivel y en el caudal. Cuando el agua es poco profunda, las irregularidades del fondo del canal quedan expuestas y sus efectos se vuelven pronunciados. Sin embargo, el valor de n puede ser grande en niveles altos si las bancas están cubiertas por pastos o son rugosas. Cuando el caudal es muy alto, la corriente puede rebosar sus bancas y una parte del flujo se localizara en la planicie de inundación. El valor de n para planicies de inundación por lo general es mayor que el del canal en si y su magnitud depende de la condición superficial o la vegetación. Si el lecho y las bancas de un canal son suaves y regulares y la pendiente del fondo es uniforme, el valor de n puede permanecer constante para todos los niveles; en estas condiciones a menudo se supone un valor constante de n para el cálculo de flujo. Esto ocurre principalmente en canales artificiales. En planicies de inundación el valor de n a menudo varía con el nivel de sumergencia de la vegetación correspondiente a niveles bajos.

I.- Cambio estacional.- Debido al crecimiento estacional de plantas acuáticas, hierbas, malezas, sauces y árboles en el canal o en las bancas, el valor de n puede aumentar en la estación de crecimiento y disminuir en la estación inactiva. Este cambio estacional puede producir cambios en otros factores.

J.- Material en suspensión y carga de lecho.- El material en suspensión y la carga de lecho, ya sea en movimiento o no, consumirá energía y causara una perdida de altura e incrementara la rugosidad aparente del canal.

A partir del reconocimiento de varios factores primordiales que afectan el coeficiente de rugosidad, Cowan desarrolló un procedimiento para estimar el valor de n . Mediante este procedimiento, el valor de n puede calcularse por:

$$n = (n_o + n_1 + n_2 + n_3 + n_4) \cdot m_5 \quad (7-22)$$

donde:

n_o es un valor básico de n para un canal recto, uniforme y liso en los materiales naturales involucrados.

n_1 es un valor que debe agregarse al n_o para corregir el efecto de las rugosidades superficiales.

n_2 es un valor para considerar las variaciones en forma y tamaño de la sección transversal del canal.

n_3 es un valor para considerar las obstrucciones.

n_4 es un valor para considerar la vegetación y las condiciones de flujo.

m_5 es un factor de corrección de los efectos por meandros en el canal.

Todos los valores anteriores pueden seleccionarse de la Tabla 7-5 de acuerdo con las condiciones dadas.

Al establecer el valor de n_1 , se considera que el grado de irregularidades es suave para superficies comparables con la mejor obtenible en los materiales involucrados; menor para canales artificiales bien dragados, con taludes laterales ligeramente erosionados o socavados en canales artificiales o canales de drenaje; moderado para canales mediana a pobremente dragados, taludes laterales moderadamente derrumbados o erosionados de canales artificiales o canales de drenaje; y severos para bancas muy derrumbadas de cauces naturales o con taludes laterales muy erosionados o muy derrumbados en canales artificiales o canales de drenaje, y canales artificiales excavados en roca con superficies deformes, con entrantes y salientes e irregulares.

Al establecer el valor de n_2 se considera que las variaciones en tamaño y forma de la sección transversal es gradual cuando el cambio en el tamaño o en la forma ocurre de manera gradual, ocasionalmente alternante cuando las secciones grandes y pequeñas se alternan ocasionalmente o cuando los cambios en la forma causan el cambio de la corriente principal de un lado al otro, y frecuentemente alternante cuando las secciones grandes y pequeñas se alternan con frecuencia o cuando los cambios en la forma causan frecuentes cambios de la corriente principal de un lado al otro.

TABLA 7-5 Valores para el cálculo del coeficiente de rugosidad mediante la ecuación (7-22).
(Fuente: V.T.Chow)

Condiciones del canal		Valores	
Material involucrado	Tierra	n_0	0,020
	Corte en roca		0,025
	Grava fina		0,024
	Grava gruesa		0,028
Grado de irregularidad	Suave	n_1	0,000
	Menor		0,005
	Moderado		0,010
	Severo		0,020
Variaciones de la sección transversal	Gradual	n_2	0,000
	Ocasionalmente alternante		0,005
	Frecuamente alternante		0.010 - 0.015
Efecto relativo de las obstrucciones	Insignificante	n_3	0,000
	Menor		0.010 - 0.015
	Apreciable		0.020 - 0.030
	Severo		0.040 - 0.060
Vegetación	Baja	n_4	0.005 - 0.010
	Media		0.010 - 0.025
	Alta		0.025 - 0.050
	Muy alta		0.050 - 0.100
Grado de los efectos por meandros	Menor	m_5	1,0000
	Apreciable		1,1500
	Severo		1,3000

Al establecer el valor de n_3 se consideran la presencia y las características de obstrucciones como depósitos de basura, palos, raíces expuestas, cantos rodados y troncos caídos y atascados. Las condiciones consideradas en los pasos anteriores no deben ser reevaluadas o tenidas en cuenta mas de una vez. Para juzgar el efecto relativo de las obstrucciones, considerar lo siguiente: hasta que punto las obstrucciones ocupan o reducen el promedio de área mojada, la naturaleza de las obstrucciones (objetos puntiagudos o angulares inducen mayor turbulencia que objetos curvos o con superficies lisas), y la posición y el espaciamiento, transversal y longitudinal, de las obstrucciones en el tramo bajo consideración.

Al establecer el valor de n_4 se considera el grado del efecto de la vegetación:

Bajo: Para condiciones comparables a lo siguiente:

- Crecimientos densos de pastos o malezas flexibles, donde la profundidad promedio de flujo es de dos a tres veces la altura de la vegetación.

- Varas flexibles de plantas jóvenes, donde la profundidad promedio de flujo es tres a cuatro veces la altura de la vegetación.

Medio: Para condiciones comparables a las siguientes:

- Césped cuando la profundidad promedio de flujo es una o dos veces la altura de la vegetación.
- Pastos con tallo, malezas o plantas jóvenes con cubierta moderada cuando la profundidad promedio de flujo es dos o tres veces la altura de la vegetación.
- Crecimientos de matorrales, moderadamente densos, a lo largo de los taludes laterales de un canal sin vegetación importante a lo largo del fondo del canal, cuando el radio hidráulico es mayor que 61 cm.

Alto: Para condiciones comparables a las siguientes:

- Prados de césped cuando la profundidad promedio es mas o menos igual a la altura de la vegetación
- Sauces o plantas de algodón, con crecimiento intermedio entre malezas y matorrales, cuando el radio hidráulico es mayor que 61 cm.
- Matorrales de sauces, con intercalaciones de algunas malezas con follaje completo a lo largo de los taludes laterales sin vegetación importante a lo largo del fondo del canal, cuando el radio hidráulico es mayor que 61 cm.

Muy alto: Para condiciones comparables a las siguientes:

- Pastos cuando la profundidad promedio del flujo es menor que la mitad de la altura de la vegetación.
- Matorrales de sauces, con crecimientos intercalados de malezas con follaje completo a lo largo de los taludes laterales o crecimientos densos de plantas de hojas anchas en el fondo del canal.
- Árboles en la estación de crecimiento con intercalaciones de malezas y matorrales.

Al establecer el valor de m_5 , el grado de los efectos por meandros depende de la relación entre la longitud con meandros y la longitud recta del tramo del canal. Los meandros

se consideran menores para relaciones de 1 a 1.2, *apreciables* para relaciones de 1.2 a 1.5, y *severos* para relaciones de 1.5 a mayores.

El método de Cowan no considera el efecto del sedimento en suspensión y la carga del lecho. Los valores dados en la Tabla 7-5 se desarrollaron a partir de un estudio de 40 a 50 casos de canales pequeños y moderados. Por consiguiente, el método es cuestionable cuando se aplica a canales grandes cuyos radios hidráulicos exceden los 4.5 mts. El método se aplica solo a corrientes naturales sin revestimiento, canales de creciente y canales de drenaje, y muestra un valor mínimo de 0.02 para el valor de n en dichos canales.

7.1.7.2. TABLA DEL COEFICIENTE DE RUGOSIDAD DE MANNING

La Tabla 7-6 presenta una lista de valores de n para canales de diferentes clases. Para cada tipo de canal se muestran los valores mínimo, normal y máximo de n . Los valores normales para canales artificiales dados en la tabla se recomiendan solo para canales con buen mantenimiento.

Los números en negrillas son los valores a menudo recomendados para diseño. En el caso de que se espere un mantenimiento pobre en el futuro, los valores mostrados deben incrementarse de acuerdo con la situación esperada.

7.1.7.3. ILUSTRACIONES DE CANALES CON DIFERENTES RUGOSIDADES

En el anexo D se muestran fotografías para un cierto número de canales comunes, acompañadas por una breve descripción de las condiciones del canal y de los valores de n correspondientes.

Estas fotografías fueron recolectadas de diferentes fuentes y se presentan en orden ascendente con respecto a la magnitud de los valores de n . Estas dan una idea de la apariencia de los canales que tienen diferentes valores de n y por tanto facilitan la selección del valor de n para una determinada condición de canal.

El valor de n dado para cada canal representa aproximadamente el coeficiente de rugosidad cuando se toma la fotografía.

TABLA 7-6 Valores del coeficiente de rugosidad de n (Fuente: V.T. Chow)

Tipo de canal y descripción	Mínimo	Normal	Máximo
A. Conductos cerrados que fluyen parcialmente llenos			
A-1. Metal			
a. Latón liso	0,009	0,010	0,013
b. Acero			
b.1 Estriado y soldado	0,010	0,012	0,014
b.2 Riveteado y en espiral	0,013	0,016	0,017
c. Hierro fundido			
c.1 Recubierto	0,010	0,013	0,014
c.2 No recubierto	0,011	0,014	0,016
d. Hierro forjado			
d.1 Negro	0,012	0,014	0,015
d.2 Galvanizado	0,013	0,016	0,017
e. Metal corrugado			
e.1 Subdrenaje	0,017	0,019	0,021
e.2 Drenaje de aguas de lluvia	0,021	0,024	0,030
A-2. No metal			
a. Lucita	0,008	0,009	0,010
b. Vidrio	0,009	0,010	0,013
c. Cemento			
c.1 Superficie pulida	0,010	0,011	0,013
c.2 Mortero	0,011	0,013	0,015
d. Concreto			
d.1 Alcantarilla, recta y libre de basuras	0,010	0,011	0,013
d.2 Alcantarilla, con curvas, conexiones y algo de basuras	0,011	0,013	0,014
d.3 Bien terminado	0,011	0,012	0,014
d.4 Alcantarillado de aguas residuales con pozos de inspección, entradas, etc, recto	0,013	0,015	0,017
d.5 Sin pulir, formaleta o encofrado metálico	0,012	0,013	0,014
d.6 Sin pulir, formaleta o encofrado en madera lisa	0,012	0,014	0,016
d.7 Sin pulir, formaleta o encofrado en madera rugosa	0,015	0,017	0,020
e. Madera			
e.1 Machimbreada	0,010	0,012	0,014
e.2 Laminada, tratada	0,015	0,017	0,020
f. Arcilla			
f.1 Canaleta común de baldosas	0,011	0,013	0,017
f.2 Alcantarilla vitrificada	0,011	0,014	0,017
f.3 Alcantarilla vitrificada con pozos de inspección, entradas, etc.	0,013	0,015	0,017
f.4 Subdrenaje vitrificado con juntas abiertas	0,014	0,016	0,018
g. Mampostería en ladrillo			
g.1 Barnizada o lacada	0,011	0,013	0,015
g.2 Revestida con mortero de cemento	0,012	0,015	0,017
h. Alcantarillados sanitarios recubiertos con limos y babas de aguas residuales, con curvas y conexiones	0,012	0,013	0,016
i. Alcantarillado con batea pavimentada, fondo liso	0,016	0,019	0,020
j. Mampostería de piedra, cementada	0,018	0,025	0,030

TABLA 7-6 Valores del coeficiente de rugosidad de n (continuación)

Tipo de canal y descripción	Mínimo	Normal	Máximo
B. Canales revestidos o desarmables			
B-1. Metal			
a. Superficie lisa de acero			
a.1 Sin pintar	0,011	0,012	0,014
a.2 Pintada	0,012	0,013	0,017
b. Corrugado	0,021	0,025	0,030
B-2. No metal			
a. Cemento			
a.1 Superficie pulida	0,010	0,011	0,013
a.2 Mortero	0,011	0,013	0,015
b. Madera			
b.1 Cepillada, sin tratar	0,010	0,012	0,014
b.2 Cepillada, creosotada	0,011	0,012	0,015
b.3 Sin Cepillar	0,011	0,013	0,015
b.4 Láminas con listones	0,012	0,015	0,018
b.5 Forrada con papel impermeabilizante	0,010	0,014	0,017
c. Concreto			
c.1 Terminado con llana metálica (palustre)	0,011	0,013	0,015
c.2 Terminado con llana de madera	0,013	0,015	0,016
c.3 Pulido, con gravas en el fondo	0,015	0,017	0,020
c.4 Sin pulir	0,014	0,017	0,020
c.5 Lanzado, sección buena	0,016	0,019	0,023
c.6 Lanzado, sección ondulada	0,018	0,022	0,025
c.7 Sobre roca bien excavada	0,017	0,020	
c.8 Sobre roca irregularmente excavada	0,022	0,027	
d.- Fondo de concreto terminado con llana de madera y con lados de :			
d.1 Piedra labrada, en mortero	0,015	0,017	0,020
d.2 Piedra sin seleccionar, sobre mortero	0,017	0,020	0,024
d.3 Mampostería de piedra cementada, recubierta	0,016	0,020	0,024
d.4 Mampostería de piedra cementada	0,020	0,025	0,030
d.5 Piedra suelta	0,020	0,030	0,035
e.- Fondo de gravas con lados de:			
e.1 Concreto encofrado	0,017	0,020	0,025
e.2 Piedra sin seleccionar, sobre mortero	0,020	0,023	0,026
e.3 Piedra suelta	0,023	0,033	0,036
f.- Ladrillo			
f.1 Barnizado o lacado	0,011	0,013	0,015
f.2 En mortero de cemento	0,012	0,015	0,018
g. Mampostería			
g.1 Piedra partida cementada	0,017	0,025	0,030
g.2 Piedra suelta	0,023	0,032	0,035
h. Bloques de piedra labrados	0,013	0,015	0,017
i. Asfalto			
i.1 Liso	0,013	0,013	
i.2 Rugoso	0,016	0,016	
j. Revestimiento Vegetal	0,030	-	0,500

TABLA 7-6 Valores del coeficiente de rugosidad de n (continuación)

Tipo de canal y descripción	Mínimo	Normal	Máximo
C. Excavado o dragado			
a. En tierra, recto y uniforme			
a.1 Limpio, recientemente terminado	0,016	0,018	0,020
a.2 Limpio, después de exposición a la intemperie	0,018	0,022	0,025
a.3 Con gravas, sección uniforme, limpio	0,022	0,025	0,030
a.4 Con pastos cortos, algunas malezas	0,022	0,027	0,033
b. En tierra, serpenteante y lento			
b.1 Sin vegetación	0,023	0,025	0,030
b.2 Pastos, algunas malezas	0,025	0,030	0,033
b.3 Malezas densas o plantas acuáticas en canales profundos	0,030	0,035	0,040
b.4 Fondo en tierra con lados en piedra	0,028	0,030	0,035
b.5 Fondo pedregoso y bancas con malezas	0,025	0,035	0,040
b.6 Fondo en cantos rodados y lados limpios	0,030	0,040	0,050
c. Excavado con pala o dragado			
c.1 Sin vegetación	0,025	0,028	0,033
c.2 Matorrales ligeros en las bancas	0,035	0,050	0,060
d. Cortes en roca			
d.1 Lisos y uniformes	0,025	0,035	0,040
d.2 Afilados e irregulares	0,035	0,040	0,050
e. Canales sin mantenimiento, malezas y matorrales sin cortar			
e.1 Malezas densas, tan altas como la profundidad de flujo	0,050	0,080	0,120
e.2 Fondo limpio, matorrales en los lados	0,040	0,050	0,080
e.3 Igual, nivel máximo de flujo	0,045	0,070	0,110
e.4 Matorrales densos, nivel alto	0,080	0,100	0,140

TABLA 7-6 Valores del coeficiente de rugosidad de n (continuación)

Tipo de canal y descripción	Mínimo	Normal	Máximo
D. Corrientes naturales			
D-1 Corrientes menores (ancho superficial en nivel creciente < 100 pies)			
a. Corrientes en planicies			
a.1 Limpias, rectas, máximo nivel, sin montículos ni pozos profundos	0,025	0,030	0,033
a.2 Igual al anterior, pero con mas piedras y malezas	0,030	0,035	0,040
a.3 Limpio, serpenteante, algunos pozos y bancos de arena	0,033	0,040	0,045
a.4 Igual al anterior, pero con algunos matorrales y piedras	0,035	0,045	0,050
a.5 Igual al anterior, niveles bajos, pendientes y secciones mas eficientes	0,040	0,048	0,055
a.6 Igual al a.4 pero con mas piedras	0,045	0,050	0,060
a.7 Tramos lentos, con malezas y pozos profundos	0,050	0,070	0,080
a.8 Tramos con muchas malezas, pozos profundos o canales de crecientes con muchos árboles con matorrales bajos	0,075	0,100	0,150
b. Corrientes montañosas, sin vegetación en el canal, bancas usualmente empinadas, árboles y matorrales a lo largo de las bancas sumergidas en niveles altos			
b.1 Fondo: gravas, cantos rodados y algunas rocas	0,030	0,040	0,050
b.2 Fondo: cantos rodados con rocas grandes	0,040	0,050	0,070
D-2 Planicies de inundación			
a. Pastizales, sin matorrales			
a.1 Pasto corto	0,025	0,030	0,035
a.2 Pasto alto	0,030	0,035	0,050
b. Áreas cultivadas			
b.1 Sin cultivo	0,020	0,030	0,040
b.2 Cultivos en línea maduros	0,025	0,035	0,045
b.3 Campos de cultivo maduros	0,030	0,040	0,050
c. Matorrales			
c.1 Matorrales dispersos, mucha maleza	0,035	0,050	0,070
c.2 Pocos matorrales y árboles, en invierno	0,035	0,050	0,060
c.3 Pocos matorrales y árboles, en verano	0,040	0,060	0,080
c.4 Matorrales medios a densos, en invierno	0,045	0,070	0,110
c.5 Matorrales medios a densos, en verano	0,070	0,100	0,160
d. Árboles			
d.1 Sauces densos, rectos y en verano	0,110	0,150	0,200
d.2 Terreno limpio, con troncos sin retoños	0,030	0,040	0,050
d.3 Igual que el anterior, pero con una gran cantidad de retoños	0,050	0,060	0,080
d.4 Gran cantidad de árboles, algunos troncos caídos, con poco crecimiento de matorrales, nivel del agua por debajo de las ramas	0,080	0,100	0,120
d.5 Igual al anterior, pero con nivel de creciente por encima de las ramas	0,100	0,120	0,160
D-3 Corrientes mayores (ancho superficial en nivel de creciente > 100 pies). El valor de n es menor que el correspondiente a corrientes menores con descripción similar, debido a que las bancas ofrecen resistencia menos efectiva.			
a. Sección regular, sin cantos rodados ni matorrales	0,025	-	0,060
b. Sección irregular y rugosa	0,035	-	0,100

7.1.7.4. DETERMINACIÓN DEL VALOR DE n MEDIANTE MÉTODOS EMPÍRICOS

Se han desarrollado varios métodos empíricos para estimar n . El más conocido de estos métodos es uno propuesto por Strickler en 1923. Strickler hipotetizó que:

$$n = 0.047 \cdot d^{1/6} \quad (7-23)$$

donde:

d = diámetro de la arena adherida a los lados y al fondo del canal en mm.

1.- Henderson (1966) señaló que las investigaciones de Strickler estuvieron basadas en corrientes con fondos de grava, y no en un canal medidor de régimen crítico, y que d fue el tamaño medio del material del fondo. La ecuación presentada por Henderson fue:

$$n = 0.034 \cdot d^{1/6} \quad (7-24)$$

donde las unidades de d no fueron especificadas.

2.- Raudkivi (1976) estableció que la ecuación de Strickler es:

$$n = 0.0042 \cdot d^{1/6} \quad (7-25)$$

donde d es medida en m, o también:

$$n = 0.013 \cdot d_{65}^{1/6} \quad (7-26)$$

donde:

d_{65} = diámetro del material del fondo en mm, tal que el 65% del material por peso es menor.

3.- Garde y Raju (1978) señalaron que los datos analizados por Strickler, fueron realizados en canales con fondos libre de ondulaciones y formados por materiales de granulación gruesa. La ecuación proporcionada por estos autores fue:

$$n = 0.039 \cdot d_{50}^{1/6} \quad (7-27)$$

donde:

d_{50} = diámetro del material del fondo en pies, tal que el 50% del material por peso es menor.

4.- Subramanya (1982) obtuvo la ecuación de Strickler como:

$$n = 0.047 \cdot d_{50}^{1/6} \quad (7-28)$$

donde:

d_{50} = diámetro del material del fondo en m, tal que el 50% del material por peso es menor.

Se puede mostrar fácilmente que las ecuaciones 7-27 y 7-28 son equivalentes y por lo tanto no existe diferencia entre ambas. Para mezclas de materiales de fondo con una significativa proporción de tamaños granulométricos, Meyer-Peter y Muller (1948) sugieren la siguiente ecuación:

$$n = 0.038 \cdot d_{90}^{1/6} \quad (7-29)$$

donde

d_{90} = tamaño del material del fondo en m, tal que el 90% del material por peso es menor.

En experimentos de campo, involucrando canales empedrados con guijarros, Lane y Carlson (1953) determinaron que:

$$n = 0.026 \cdot d_{75}^{1/6} \quad (7-30)$$

donde:

d_{75} = diámetro del material del fondo en pulgadas, tal que el 75% del material por peso es menor.

7.2. CÁLCULO DE FLUJO UNIFORME

7.2.1. CONDUCTIVIDAD DE UNA SECCIÓN DE CANAL

El caudal de flujo uniforme en un canal puede expresarse como el producto de la velocidad y el área mojada:

$$Q = V \cdot A = C \cdot A \cdot R^x \cdot S^y = K \cdot S^y \quad (7-31)$$

$$K = C \cdot A \cdot R^x \quad (7-32)$$

El término K se conoce como conductividad de la sección de canal; es una medida de la capacidad de transporte de la sección de canal, ya que es directamente proporcional a Q . Cuando se utiliza la ecuación de Manning o la ecuación de Chezy como ecuación de flujo uniforme, es decir, cuando $y = 1/2$, el caudal de la ecuación (7-31) se convierte en:

$$Q = K \cdot \sqrt{S} \quad (7-33)$$

y la conductividad es :

$$K = \frac{Q}{\sqrt{S}} \quad (7-34)$$

Esta ecuación puede utilizarse para calcular la conductividad cuando tanto el caudal como la pendiente del canal están determinados. Cuando se utiliza la ecuación de Chezy, la ecuación (7-32) se convierte en:

$$K = C \cdot A \cdot R^{\frac{1}{2}} \quad (7-35)$$

donde C es el factor de resistencia de Chezy. De manera similar, cuando se utiliza la ecuación de Manning,

$$K = \frac{1}{n} \cdot A \cdot R^{\frac{2}{3}} \quad (7-36)$$

Las anteriores dos ecuaciones se utilizan para calcular la conductividad cuando la geometría del área mojada y el factor de resistencia o coeficiente de rugosidad están determinados. Debido a que la ecuación de Manning se utiliza con bastante amplitud, la mayor parte de los análisis y cálculos siguientes se basarán en la ecuación (7-36).

7.2.2. EL FACTOR DE SECCIÓN PARA EL CÁLCULO DE FLUJO UNIFORME

La expresión $A \cdot R^{2/3}$ se conoce como factor de sección para el cálculo de flujo uniforme, y es un elemento importante en el cálculo de flujo uniforme. A partir de la ecuación (7-36), este factor puede expresarse como:

$$A \cdot R^{\frac{2}{3}} = n \cdot K \quad (7-37)$$

y, a partir de la ecuación (7-34), se tiene:

$$A \cdot R^{\frac{2}{3}} = \frac{n \cdot Q}{S^{\frac{1}{2}}} \quad (7-38)$$

La ecuación muestra que para una determinada condición de n , Q y S , existe solo una profundidad posible para mantener un flujo uniforme, siempre y cuando el valor de $A \cdot R^{2/3}$ aumente con incrementos en la profundidad. Esta profundidad es la profundidad normal. Cuando en una sección de canal se conocen n y S , en la ecuación (7-38) puede verse que puede existir solo un caudal para mantener un flujo uniforme a través de la sección, siempre y cuando $A \cdot R^{2/3}$ aumente siempre con un incremento en la profundidad.

La ecuación (7-38) es una herramienta muy útil para el cálculo y el análisis del flujo uniforme. Cuando se conocen el caudal, la pendiente y la rugosidad, esta ecuación da el factor de sección $A_n \cdot R_n^{2/3}$ y, por consiguiente, la profundidad normal y_n . Por otra parte, cuando n y S y la profundidad y por consiguiente el factor de sección, se conocen, puede calcularse el caudal normal Q utilizando esta ecuación en la siguiente forma:

$$Q = \frac{1}{n} \cdot A \cdot R^{\frac{2}{3}} \cdot S^{\frac{1}{2}} \quad (7-39)$$

Para simplificar el cálculo, se han preparado curvas adimensionales que muestran la relación entre la profundidad y el factor de sección $A \cdot R^{2/3}$ (Figura 7-3) para secciones de canales rectangulares, trapezoidales y circulares.

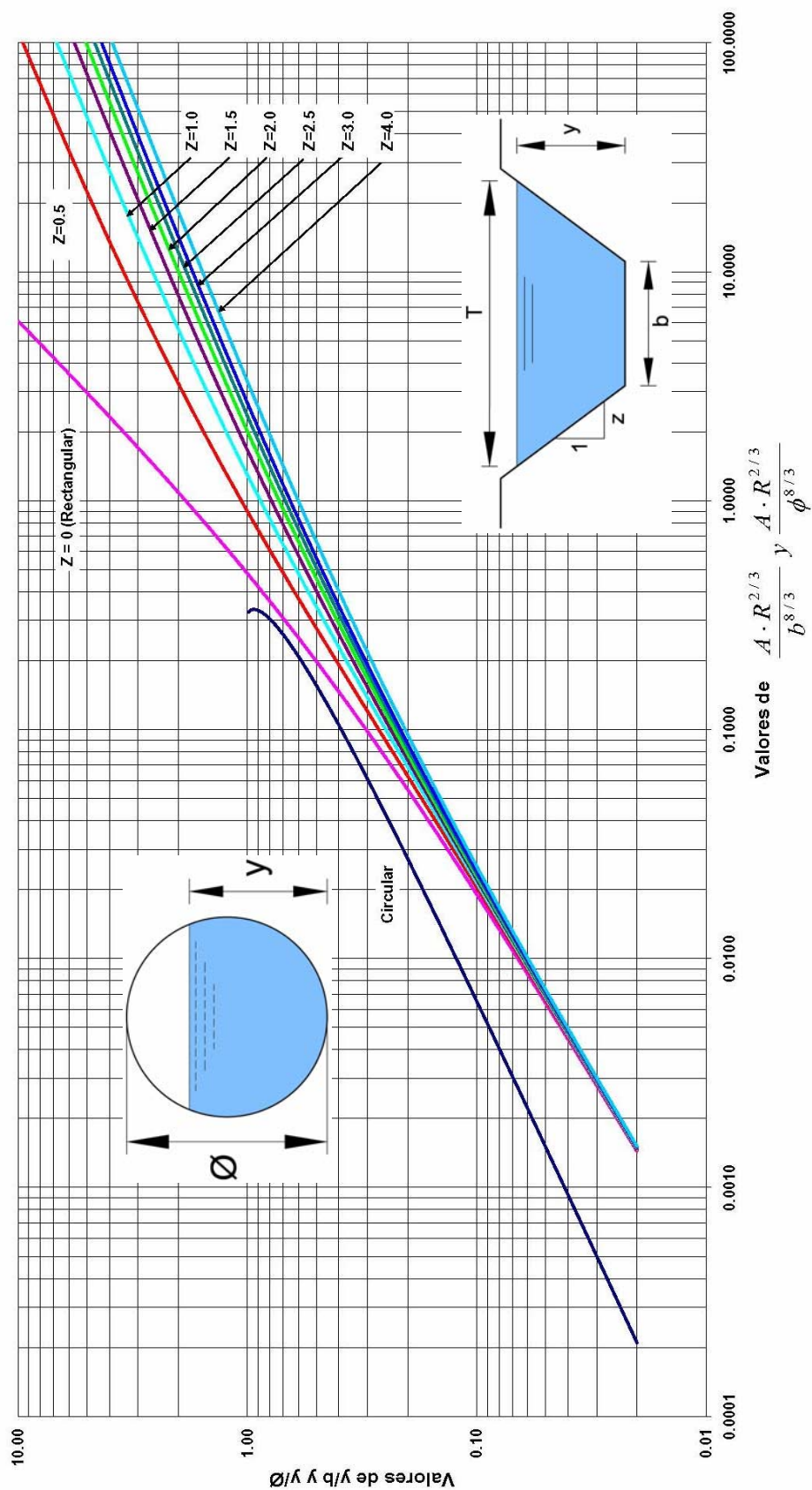


FIGURA 7-3 Curvas para determinar la profundidad normal.

7.2.3. EL EXPONENTE HIDRÁULICO PARA EL CÁLCULO DEL FLUJO UNIFORME

Debido a que la conductividad K es una función de la profundidad de flujo y , puede suponerse que:

$$K^2 = C \cdot y^N \quad (7-40)$$

donde C es un coeficiente y N es un parámetro conocido como exponente hidráulico para el cálculo del flujo uniforme. A partir de una gráfica logarítmica de la ecuación (7-40), resulta evidente que el exponente hidráulico N correspondiente a la profundidad y es:

$$N = 2 \cdot \frac{d(\ln K)}{d(\ln y)} \quad (7-41)$$

Ahora, al tomar logaritmos a ambos lados de la ecuación (7-36), se tiene:

$$K = \frac{1}{n} \cdot A \cdot R^{\frac{2}{3}}$$

y al derivar esta ecuación con respecto a $\ln y$:

$$\frac{d(\ln K)}{d(\ln y)} = \frac{y \cdot dA}{A \cdot dy} + \frac{2}{3} \cdot \frac{y}{R} \cdot \frac{dR}{dy} \quad (7-42)$$

Como $dA / dy = T$ y $R = A / P$, la anterior ecuación se convierte en:

$$\frac{d(\ln K)}{d(\ln y)} = \frac{y}{3 \cdot A} \cdot (5 \cdot T - 2 \cdot R \cdot \frac{dP}{dy}) \quad (7-43)$$

Al igualar los lados derechos de las ecuaciones (7-41) y (7-43) y al resolver para N ,

$$N = \frac{2 \cdot y}{3 \cdot A} \cdot (5 \cdot T - 2 \cdot R \cdot \frac{dP}{dy}) \quad (7-44)$$

Esta es la ecuación general para el exponente hidráulico N . Para una sección de canal trapezoidal que tiene un ancho b en el fondo y pendientes laterales de 1 a Z . Al sustituir estos valores en la ecuación (7-44) y al simplificar, la ecuación resultante es:

$$N = \frac{10}{3} \cdot \frac{1 + 2 \cdot Z \cdot \left(\frac{y}{b}\right)}{1 + Z \cdot \left(\frac{y}{b}\right)} - \frac{8}{3} \cdot \frac{\sqrt{1 + Z^2} \cdot \left(\frac{y}{b}\right)}{1 + 2 \cdot \sqrt{1 + Z^2} \cdot \left(\frac{y}{b}\right)} \quad (7-45)$$

Esta ecuación indica que el valor de N para la sección trapezoidal es función de Z y y/b . Para valores de $Z = 0, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0$ y 4.0 , respectivamente, puede construirse una familia de curvas de N versus y/b (Figura 7-4). Estas curvas indican que el valor de N varía dentro del rango de 2.0 a 5.3.

En la Figura 7-4 también se muestra la curva para una sección circular con N graficado contra y/ϕ , donde ϕ es el diámetro. Esta curva muestra que el valor de N decrece rápidamente a medida que la profundidad de flujo se aproxima a la parte superior del canal. Análisis matemáticos adicionales han revelado que el valor de N será igual a cero cuando $y/\phi = 0.938$, y se volverá negativo para profundidades mayores.

Para secciones de canales diferentes de las rectangulares, trapezoidales y circulares, los valores exactos de N pueden calcularse directamente mediante la ecuación (7-44), siempre y cuando la derivada dP/dy pueda evaluarse. Para la mayor parte de los canales, excepto para los canales con cambios abruptos en la forma de la sección transversal y conductos cerrados con claves que se cierran gradualmente, una grafica logarítmica de K como ordenada contra la profundidad como abscisa (Figura 7-5) aparecerá casi como una línea recta. Esto también puede verse en las curvas adimensionales de $A \cdot R^{2/3}$ en la Figura 7-3, la cual se grafica de manera similar excepto que las ordenadas y las abscisas están intercambiadas. Si se supone un valor constante de n , la ecuación (7-36) indica que $K \propto A \cdot R^{2/3}$; luego, estas curvas de $A \cdot R^{2/3}$ deberían mostrar las mismas características si fueran graficadas para K . A partir de la ecuación (7-40), puede verse que el exponente hidráulico para el rango de línea recta de la grafica es igual al doble de la pendiente de la línea recta graficada. Luego, si se toman dos puntos de la línea recta con coordenadas (K_1, y_1) y (K_2, y_2) , puede calcularse el valor aproximado de N a partir de la siguiente ecuación:

$$K = 2 \cdot \frac{\log(\frac{K_1}{K_2})}{\log(\frac{y_1}{y_2})} \quad (7-46)$$

Cuando la sección transversal de un canal cambia abruptamente con respecto a la profundidad, el exponente hidráulico cambiara de la misma manera. En la Figura 7-6 se muestran varias secciones comunes. En tales casos la grafica logarítmica de N contra y puede aparecer como una línea quebrada o como una curva evidente. Para las partes más o menos rectas de la línea quebrada o de la curva, el exponente hidráulico puede suponerse constante.

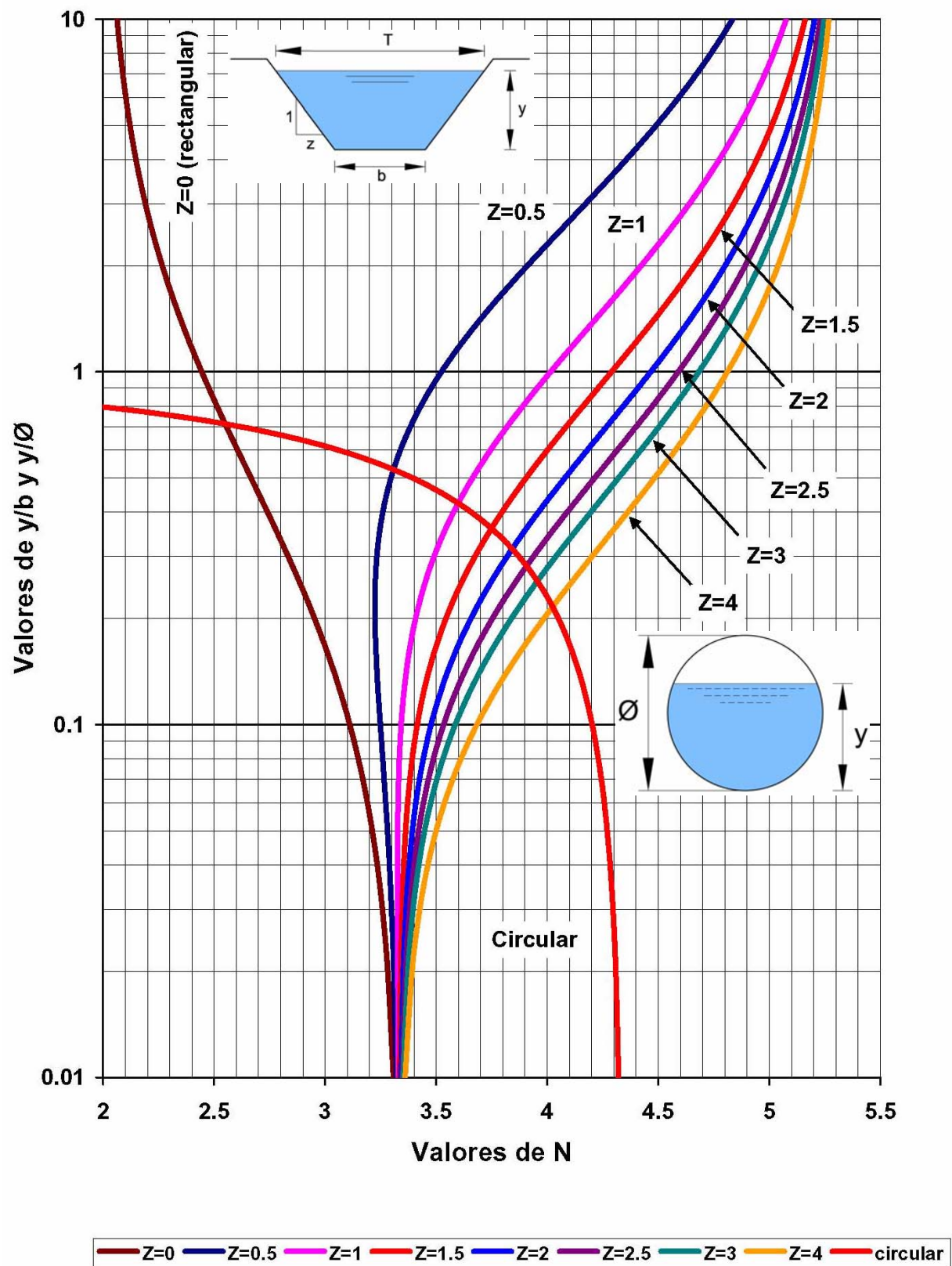


FIGURA 7-4 Curvas de valores de N

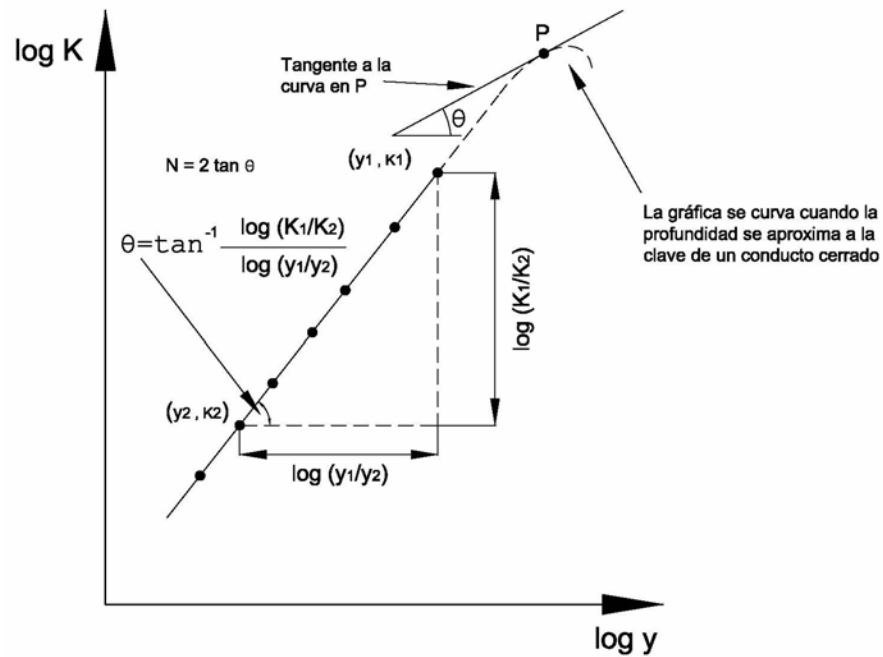


FIGURA 7-5 Determinación gráfica de N por graficación logarítmica

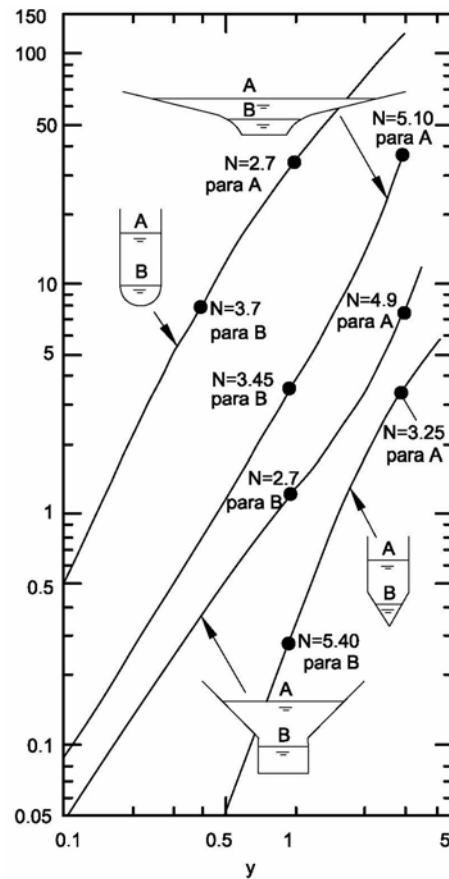


FIGURA 7-6 Secciones comunes de canal con una variación apreciable en el valor de N con respecto a la profundidad (*Fuente: R.R. Chugaev*)

Cuando la profundidad del flujo se aproxima a la clave que se cierra de manera gradual en un conducto cerrado, la grafica logarítmica aparecerá como una curva. El exponente hidráulico en el rango de la curva graficada es igual a dos veces la pendiente de la tangente a la curva correspondiente a la profundidad determinada (Figura 7-5).

Tomando la sección circular como un ejemplo. La gráfica logarítmica adimensional de $A \cdot R^{2/3}$ con respecto a la profundidad se muestra en la Figura 7-3. Al suponer un valor de n constante, esta curva mostrara las mismas características que si la profundidad se hubiera graficado contra K . A medida que la profundidad aumenta, la curva se desvía gradualmente desde una línea recta y al final alcanza una curvatura pronunciada en $y/\varnothing = 0.938$, cuyo valor de $(A \cdot R^{2/3}) / \varnothing^{8/3}$ es máximo.

Como el valor de n se supone constante, esta relación $y/\varnothing = 0.938$ también correspondiente al máximo valor de la conductividad K . La pendiente de la tangente a la curva en esta profundidad, de acuerdo con la grafica en la cual las ordenadas y las abscisas se intercambian, es horizontal y, por consiguiente, el exponente hidráulico N es igual a 0.

7.2.4. CARACTERÍSTICAS DEL FLUJO A SUPERFICIE LIBRE EN UN CONDUCTO CERRADO

Tomando como ejemplo la sección circular, en la Figura 7-7 se muestran mediante líneas continuas las curvas adimensionales para $(A \cdot R^{2/3}) / A_0 \cdot R_0^{2/3}$ y $R^{2/3} / R_0^{2/3}$. El subíndice 0 indica la condición de flujo lleno. Si se supone que el valor de n es constante o independiente de la variación de la profundidad, estas dos curvas representarán la variación de las relaciones del caudal y la velocidad con sus valores correspondientes a flujo lleno (es decir, Q/Q_0 y V/V_0). Tanto la curva de caudal como la de velocidad muestran valores máximos, los cuales ocurren alrededor de $0.938 \cdot \varnothing$ y $0.81 \cdot \varnothing$, respectivamente. Matemáticamente puede obtenerse la profundidad correspondiente a caudal máximo, o $0.938 \cdot \varnothing$, simplemente igualando a cero la primera derivada de $A \cdot R^{2/3}$ con respecto a y . De manera similar, debido a que la velocidad calculada con la ecuación a $R^{2/3}$, puede obtenerse la profundidad correspondiente a máxima velocidad, o $0.81 \cdot \varnothing$, al igualar a cero la primera derivada de $R^{2/3}$. Además, la curva adimensional de Q/Q_0 muestra que, cuando la profundidad es mayor que alrededor de $0.82 \cdot \varnothing$, es posible tener dos profundidades diferentes para el mismo caudal, una por encima y otra por debajo del valor de $0.938 \cdot \varnothing$. Del mismo modo, la curva de V/V_0 muestra que, cuando la profundidad es mayor que la correspondiente a la mitad del diámetro, es posible tener dos

profundidades diferentes para la misma velocidad, una por encima y otra por debajo del valor de $0.82 \cdot \phi$.

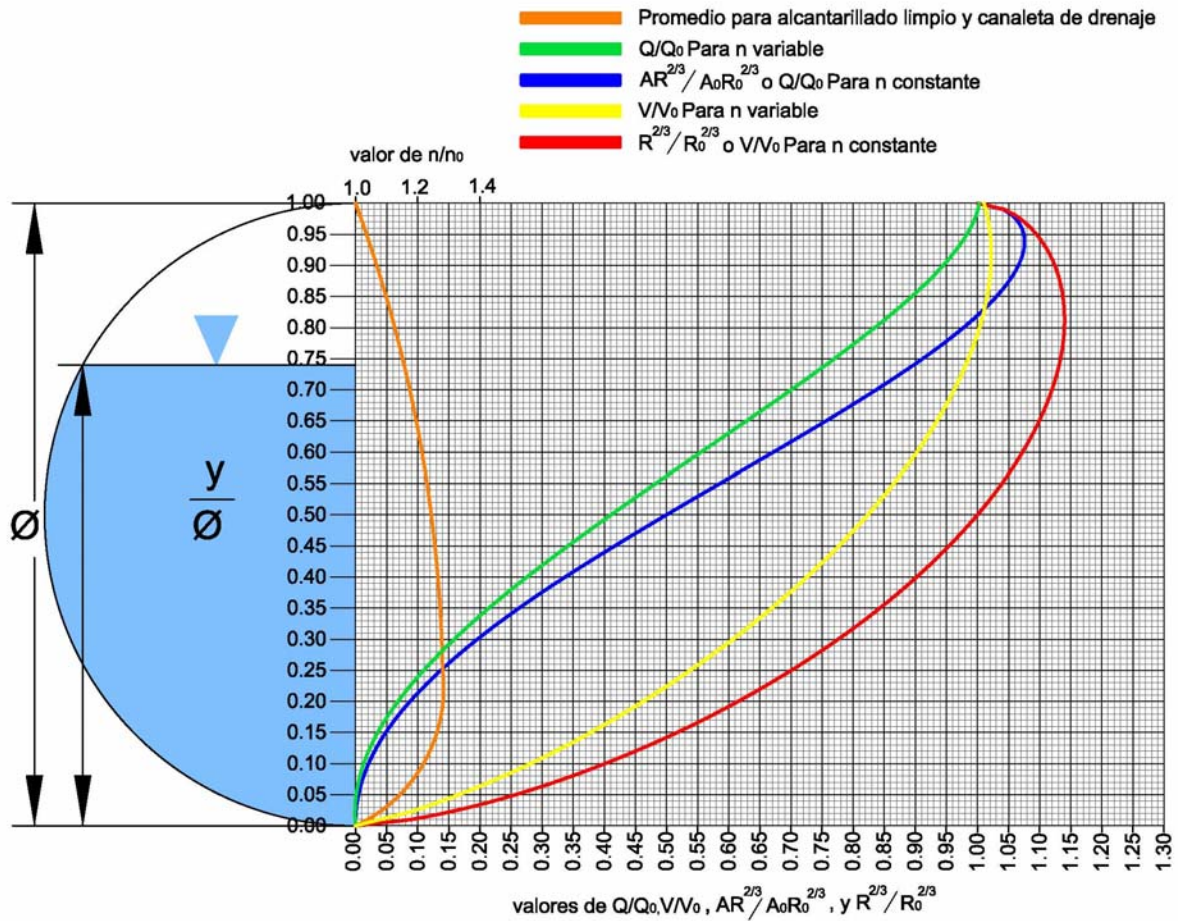


FIGURA 7-7 Características del flujo en una sección circular (Adaptado de: T.R. Camp)

En realidad, se ha demostrado que el valor de n para tubos de alcantarillado y canaletas de drenaje limpias, tanto en arcilla como en concreto, por ejemplo se incrementan hasta 28 % de $1.00 \cdot \phi$ a $0.25 \cdot \phi$. Este efecto tiene como consecuencia que el caudal y la velocidad máximos reales ocurran a profundidades alrededor de $0.97 \cdot \phi$ y $0.94 \cdot \phi$, respectivamente.

El análisis anterior para conductos circulares también se aplica a cualquier conducto cerrado con techo que se cierra gradualmente. Las profundidades exactas correspondientes a caudal y velocidades máximas, sin embargo, dependerán de la forma y de la variación de la rugosidad de la sección del conducto específico. Como el caudal y la velocidad máximos de un conducto cerrado con clave que se cierra gradualmente no ocurre en la profundidad total, esto significa que el conducto no fluirá lleno con su máxima capacidad, en cuanto mantenga un flujo de canal abierto con una pendiente uniforme libre de obstrucciones. Sin embargo, para

propósitos prácticos, algunas veces puede suponerse que el caudal máximo de un conducto circular o un conducto cerrado similar con clave que se cierra gradualmente ocurre a profundidad total.

7.2.5. FLUJO EN UNA SECCIÓN DE CANAL CON RUGOSIDAD COMPUESTA

En canales simples, la rugosidad a lo largo del perímetro mojado puede ser muy diferente en distintas partes del perímetro, pero la velocidad media aun puede calcularse a partir de una ecuación de flujo uniforme sin subdividir la sección.

Para la determinación de la rugosidad equivalente, el área mojada se divide imaginariamente en N partes para cada una de las cuales se conocen los perímetros mojados P_1, P_2, \dots, P_N y los coeficientes de rugosidad n_1, n_2, \dots, n_N . Horton y Einstein supusieron que cada parte del área tiene la misma velocidad media, las cuales a su vez son iguales a la velocidad media de la sección completa, es decir, $V_1 = V_2 = \dots = V_N = V$. Con base en esta suposición, el coeficiente de rugosidad equivalente se obtiene mediante la siguiente ecuación:

$$n = \left[\frac{\sum_{i=1}^N (P_i \cdot n_i^{1.5})}{P} \right]^{\frac{2}{3}} = \frac{(P_1 \cdot n_1^{1.5} + P_2 n_2^{1.5} + \dots + P_N n_N^{1.5})^{\frac{2}{3}}}{P^{\frac{2}{3}}} \quad (7-47)$$

Existen muchas otras suposiciones para el cálculo de una rugosidad equivalente. Pavlovskii y también Muhlhofer y Einstein y Banks supusieron que la fuerza total resistente al flujo (es decir, $K \cdot V^2 \cdot P \cdot L$) es igual a la suma de las fuerzas de resistencia al flujo desarrolladas en las áreas subdivididas.

De acuerdo con esta suposición, el coeficiente de rugosidad equivalente es:

$$n = \left[\frac{\sum_{i=1}^N (P_i \cdot n_i^2)}{P} \right]^{\frac{1}{2}} = \frac{(P_1 \cdot n_1^2 + P_2 n_2^2 + \dots + P_N n_N^2)^{\frac{1}{2}}}{P^{\frac{1}{2}}} \quad (7-48)$$

Lotter supuso que el caudal total de flujo es igual a la suma de los caudales de las áreas subdivididas. Luego, el coeficiente de rugosidad equivalente es:

$$n_{eq} = \frac{P \cdot R^{\frac{5}{3}}}{\sum_1^N \left(\frac{P_N \cdot R_N^{\frac{5}{3}}}{n_N} \right)} = \frac{P \cdot R^{\frac{5}{3}}}{\frac{P_1 \cdot R_1^{\frac{5}{3}}}{n_1} + \frac{P_2 \cdot R_2^{\frac{5}{3}}}{n_2} + \dots + \frac{P_N \cdot R_N^{\frac{5}{3}}}{n_N}} \quad (7-49)$$

donde:

R_1, R_2, \dots, R_N son los radios hidráulicos de las áreas subdivididas.

Para secciones de canal simples, puede suponerse que:

$$R_1 = R_2 = \dots = R_N = R$$

7.2.5.1. RUGOSIDAD DE CANALES CUBIERTOS DE HIELO

Cuando un canal se encuentra cubierto de hielo, el perímetro mojado de flujo se aumenta de manera apreciable. La superficie interior de la cubierta de hielo puede ser tan lisa como una superficie de concreto bien terminada, o tan rugosa como el lecho natural de un canal cuando existen bloques de hielo flotantes. La Tabla 7-7 de los valores de n para canales dragados cubiertos de hielo, tal como lo propuso Lotter.

TABLA 7-7 Valores de n para canales dragados cubiertos de hielo. (Fuente: V.T.Chow)

Condición del hielo	Velocidad del flujo en m/s	Valor de n
Hielo liso:		
Sin bloques flotantes de hielo	0.40 - 0.61	0.010 - 0.012
	> 0.61	0.014 - 0.017
Con bloques flotantes de hielo	0.40 - 0.61	0.016 - 0.018
	> 0.61	0.017 - 0.020
Hielo rugoso con bloques flotantes	-	0.023 - 0.025

Sean n y n_1 los coeficientes de rugosidad para canales con cubierta de hielo y sin ella, respectivamente, y n_2 el coeficiente de rugosidad para la cubierta de hielo y su ecuación es:

$$n_2 = \left(1.68 \cdot n^{\frac{3}{2}} - n_1^{\frac{3}{2}} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (7-50)$$

Ahora, sean Q y Q_1 los caudales con cubierta de hielo y sin ella, respectivamente. Luego, a partir de la ecuación de Manning y suponiendo que $R = R_1 / 2$, donde R y R_1 son los

radios hidráulicos con cubierta de hielo y sin ella, respectivamente, el caudal en un canal cubierto de hielo es:

$$Q = 0.63 \cdot \frac{n_1}{n} \cdot Q_1 \quad (7-51)$$

7.2.5.2. CANALES DE SECCIÓN COMPUESTA

La sección transversal de un canal puede componerse de distintas subsecciones, cada una de ellas con distinta rugosidad que las demás. Por ejemplo, un canal aluvial sujeto a crecientes estacionales por lo general consta de un canal principal y dos canales laterales (Figura.7-8).

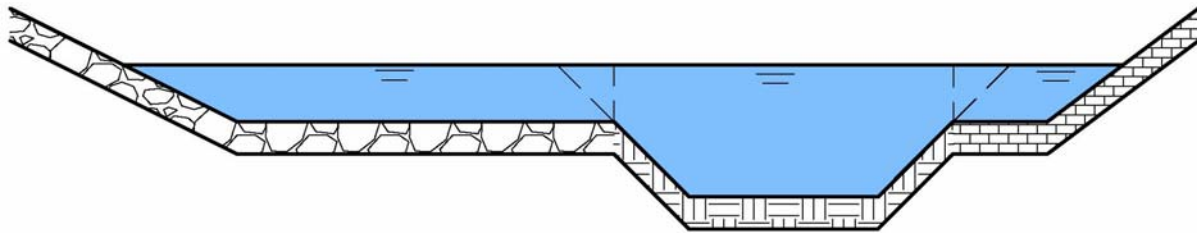


FIGURA 7-8 Un canal compuesto por una sección principal y dos secciones laterales

A menudo se encuentra que los canales laterales son más rugosos que el canal principal, luego la velocidad media en el canal principal es mayor que las velocidades medias en los canales laterales. En este caso, la ecuación de Manning puede aplicarse por separado a cada subsección para determinar la velocidad media de la subsección. Luego, pueden calcularse los caudales en las subsecciones. Por consiguiente, el caudal total es igual a la suma de estos canales parciales. La velocidad media para la sección transversal completa del canal es igual al caudal total dividido por el área mojada total.

Debido a las diferencias que existen entre las velocidades de las subsecciones, los coeficientes de distribución de velocidades de la sección completa son diferentes de aquellos de las subsecciones. Los valores de estos coeficientes pueden calcularse como sigue:

Sean V_1, V_2, \dots, V_N las velocidades medias en las subsecciones; sean $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N$ y $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_N$ los coeficientes de distribución de velocidad para las subsecciones correspondientes; sean $\Delta A_1, \Delta A_2, \dots, \Delta A_N$ las áreas mojadas para las correspondientes subsecciones; sean K_1, K_2, \dots, K_N las conductividades correspondientes a las subsecciones; sea V la velocidad media de la sección total; y sea K el área mojada total. A partir de la ecuación de continuidad y de la ecuación (7-33), puede escribirse lo siguiente:

$$V_1 = \frac{K_1}{\Delta A_1} \cdot S^{\frac{1}{2}} \quad V_2 = \frac{K_2}{\Delta A_2} \cdot S^{\frac{1}{2}} \quad \dots \quad V_N = \frac{K_N}{\Delta A_N} \cdot S^{\frac{1}{2}}$$

$$Q = V \cdot A = V_1 \cdot \Delta A_1 + V_2 \cdot \Delta A_2 + \dots + V_N \cdot \Delta A_N$$

$$= (K_1 + K_2 + \dots + K_N) \cdot S^{\frac{1}{2}} = \left(\sum_1^N K_N \right) \cdot S^{\frac{1}{2}}$$

$$V = \frac{\left(\sum_1^N K_N \right) \cdot S^{\frac{1}{2}}}{A}$$

Los coeficientes de distribución de velocidades para la sección completa son:

$$\alpha = \frac{\sum_1^N \left(\frac{\alpha_N \cdot K_N^3}{\Delta A_N^2} \right)}{\frac{\left(\sum_1^N K_N \right)^3}{A^2}} \quad (7-52)$$

$$\beta = \frac{\sum_1^N \left(\frac{\beta_N \cdot K_N^2}{\Delta A_N} \right)}{\frac{\left(\sum_1^N K_N \right)^2}{A}} \quad (7-53)$$

7.2.6. CÁLCULO DE LA PROFUNDIDAD NORMAL Y DE LA VELOCIDAD NORMAL

A partir de la ecuación de flujo uniforme pueden calcularse la profundidad normal y la velocidad normal. En los siguientes cálculos se utiliza la ecuación de Manning con tres métodos diferentes de solución.

A.- **Método algebraico.**- Para secciones de canal geométricamente simples, la condición de flujo uniforme puede determinarse mediante una solución algebraica.

B.- **Método gráfico.**- Para canales con secciones transversales complicadas y con condiciones de flujo variables, se encuentra conveniente una solución gráfica al problema.

Mediante este procedimiento, primero se construye una curva de y contra el factor de sección $A \cdot R^{2/3}$ y se calcula el valor de:

$$\frac{n \cdot Q}{\sqrt{S}} \quad (7-54)$$

De acuerdo con la ecuación (7-38), es evidente que la profundidad normal puede encontrarse en la curva de $y - A \cdot R^{2/3}$, donde la coordenada de $A \cdot R^{2/3}$ es igual al valor calculado de la ecuación (7-54).

C.- **Método de las tablas de diseño.**- Las tablas de diseño para determinar la profundidad normal (Figura 7-3) pueden utilizarse con rapidez, lo cual nos lleva a la solución rápidamente.

7.2.7. CÁLCULO DE LAS PENDIENTES NORMAL Y CRÍTICA

Cuando se conocen el caudal y la rugosidad, la ecuación de Manning puede utilizarse para determinar la pendiente en un canal prismático en el cual el flujo es uniforme a determinada profundidad de flujo y_n . La pendiente determinada de esta manera algunas veces se llama específicamente pendiente normal S_n .

Al variar la pendiente del canal hasta cierto valor, es posible cambiar la profundidad normal y hacer que el flujo uniforme ocurra en un estado crítico para el caudal y la rugosidad determinados. La pendiente así obtenida es la pendiente crítica S_c , y la profundidad normal correspondiente es igual a la profundidad crítica.

7.2.8. PROBLEMAS DE CÁLCULO DE FLUJO UNIFORME

El cálculo de flujo uniforme puede llevarse a cabo a partir de dos ecuaciones: la ecuación de continuidad y una ecuación de flujo uniforme. Cuando se utiliza la ecuación de Manning como ecuación de flujo uniforme, el cálculo involucrará las siguientes variables:

A.- **Calcular el caudal normal.**- En aplicaciones prácticas, este cálculo se requiere para la determinación de la capacidad de un canal determinado o para la construcción de una curva de calibración sintética para el canal.

B.- **Determinar la velocidad de flujo.**- Este cálculo tiene muchas aplicaciones. Por ejemplo, a menudo se requiere para el estudio de efectos de socavación y sedimentación de un canal determinado.

C.- **Calcular la profundidad normal.**- Este cálculo se requiere para la determinación del nivel de flujo en un canal determinado.

D.- **Determinar la rugosidad del canal.**- Este cálculo se utiliza para averiguar el coeficiente de rugosidad en un canal determinado. El coeficiente determinado de esta manera puede utilizarse en otros canales similares.

E.- **Calcular la pendiente del canal.**- Este cálculo se requiere para ajustar la pendiente de un canal determinado.

F.- **Determinar las dimensiones de la sección de canal.**- Este cálculo se requiere principalmente para propósitos de diseño.

La Tabla 7-8 relaciona las variables, conocidas y desconocidas involucradas en cada uno de los seis tipos de problemas antes mencionados.

Tabla 7-8 Algunos tipos de problemas de cálculo de flujo uniforme.

(Adaptado de: V.T.Chow)

Tipo de problema	Caudal Q	Velocidad V	Tirante y	Rugosidad n	Pendiente S	Elementos geométricos
A	?	♣	ok	ok	ok	ok
B	♣	?	ok	ok	ok	ok
C	ok	♣	?	ok	ok	ok
D	ok	♣	ok	?	ok	ok
E	ok	♣	ok	ok	?	ok
F	ok	♣	ok	ok	ok	?

? = Incógnitas

♣ = Variable desconocida que puede determinarse con las variables conocidas

ok = Variables conocidas

7.3. DISEÑO DE CANALES CON FLUJO UNIFORME

Los canales estudiados a continuación incluyen canales no erosionables, canales erosionables y canales en pastos. Para canales erosionables, el estudio se limitará principalmente a aquellos que se socavan pero que no se sedimentan.

7.3.1. CANALES NO EROSIONABLES

7.3.1.1. CANAL NO EROSIONABLE

La mayor parte de los canales artificiales revestidos y contruidos pueden resistir la erosión de manera satisfactoria y, por consiguiente, se consideran *no erosionables*. Los canales artificiales no revestidos por lo general son erosionables, excepto aquellos excavados en cimentaciones firmes, como un lecho en roca. En el diseño de canales artificiales no erosionables, factores como la velocidad permisible máxima y la fuerza tractiva permisible no hacen parte del criterio que debe ser considerado. El diseñador simplemente calcula las dimensiones del canal artificial mediante una ecuación de flujo uniforme y luego decide acerca de las dimensiones finales con base en la eficiencia hidráulica o reglas empíricas de sección óptima, aspectos prácticos constructivos y economía. Los factores que se consideran en el diseño son: la clase del material que conforma el cuerpo del canal, la cual determina el coeficiente de rugosidad; la velocidad mínima permisible, para evitar la deposición si el agua mueve limos o basuras; la pendiente del fondo del canal y las pendientes laterales; el borde libre; y la sección mas eficiente, ya sea determinada hidráulica o empíricamente.

7.3.1.2. MATERIAL Y REVESTIMIENTO NO EROSIONABLE

Los materiales no erosionables utilizados para formar el revestimiento de un canal o el cuerpo de un canal desarmable, incluyen concreto, mampostería, acero, hierro fundido, madera, vidrio, plástico, etc. La selección de material depende sobre todo de la disponibilidad y el costo de este, el método de construcción y el propósito para el cual se utilizara el canal.

El propósito del revestimiento de un canal artificial, en la mayor parte de los casos, es prevenir la erosión, pero ocasionalmente puede ser de evitar las pérdidas de agua por infiltración. En canales artificiales revestidos, la velocidad máxima permisible, es decir, la velocidad máxima que no causara erosión, puede no considerarse siempre y cuando el agua no transporta arena, grava o piedras. Si van a existir velocidades muy altas sobre el revestimiento, sin embargo, debe recordarse que existe una tendencia en el agua que se mueve muy rápidamente de mover los bloques del revestimiento y empujarlos por fuera de su posición. Por consiguiente, el revestimiento debe diseñarse contra estas posibilidades.

7.3.1.3. VELOCIDAD MÍNIMA PERMISIBLE

La velocidad mínima permisible o velocidad no sedimentante es la menor velocidad que no permite el inicio de la sedimentación y no induce el crecimiento de plantas acuáticas y de musgo. Esta velocidad es muy incierta y su valor exacto no puede determinarse con facilidad. Para aguas que no tengan carga de limos o para flujos previamente decantados, este factor tiene una pequeña importancia excepto por su efecto en el crecimiento de plantas. En general puede adoptarse una velocidad media de 0.61 a 0.91 m/s cuando el porcentaje de limos presente en el canal es pequeño, y una velocidad media no inferior a 0.76 m/s prevendrá el crecimiento de vegetación que disminuirá seriamente la capacidad de transporte del canal.

7.3.1.4. PENDIENTES DE CANAL

La pendiente longitudinal del fondo de un canal por lo general esta dada por la topografía y por la altura de energía requerida para el flujo. La pendiente también depende del propósito del canal; por ejemplo, los canales utilizados para la distribución de agua, como los utilizados en la irrigación, abastecimientos de agua, minería hidráulica y proyectos hidroeléctricos requieren un alto nivel en el punto de entrega. Por tanto, es conveniente una pendiente pequeña para mantener en el mínimo posible las pérdidas en elevación.

Las pendientes laterales de un canal dependen principalmente de la clase de material. La Tabla 7-9 da una idea general de las pendientes apropiadas para ser utilizadas con diferentes clases de material. Otros factores que deben considerarse para determinar las pendientes laterales son el método de construcción, la condición de perdidas por infiltración, los cambios climáticos, el tamaño del canal, etc.

Tabla 7-9 Pendientes laterales para canales construidos en diferentes clases de materiales.

(Fuente: Lemos R.A.)

Material	Pendiente lateral
Roca	Aproximadamente vertical
Estiércol y suelos de turba	$\frac{1}{4} : 1$
Arcilla rígida o tierra con recubrimiento de concreto	$\frac{1}{2} : 1$ a $1:1$
Tierra con recubrimiento de piedras o tierra en canales grandes	$1 : 1$
Arcilla firme o tierra en canales pequeños	$1\frac{1}{2} : 1$
Tierra arenosa suelta	$2 : 1$
Marga arenosa o arcilla porosa	$3 : 1$

Tabla 7-10 Pendientes laterales aconsejables para canales dependiendo del material de construcción (Fuente: Lemos R.A.)

Tipo de material	Talud Z:1	
	Canal poco profundo $b/y > 1$	Canal profundo $b/y < 1$
Roca	VERTICAL	0.25 : 1.0
Arcilla compacta	0.5 : 1.0	1.0 : 1.0
Limos arcillosos	1.0 : 1.0	1.5 : 1.0
Limos arenosos	1.5 : 1.0	2.0 : 1.0
Arena suelta	2.0 : 1.0	3.0 : 1.0

7.3.1.5. BORDE LIBRE

El borde libre de un canal es la distancia vertical desde la parte superior del canal hasta la superficie del agua en la condición de diseño. Esta distancia debe ser lo suficientemente grande para prevenir que ondas o fluctuaciones en la superficie del agua causen reboses por encima de los lados. Este factor se vuelve muy importante en especial en el diseño de canaletas elevadas, debido a que la subestructura de estos puede ponerse en peligro por cualquier rebose.

No existe una regla universalmente aceptada para el cálculo del borde libre, debido a que la acción de las ondas o fluctuaciones en la superficie del agua en un canal puede crearse por muchas causas incontrolables como el movimiento del viento y la acción de las mareas, también pueden inducir ondas altas que requieren una consideración especial en el diseño.

Una práctica corriente para canales en tierra, es dejar un borde libre o resguardo igual a un tercio del tirante, es decir:

$$B.L. = \frac{y}{3}$$

mientras que para canales revestidos, el borde libre puede ser la quinta parte del tirante:

$$B.L. = \frac{y}{5}$$

existen también otros criterios para designar el valor del borde libre:

- En relación al caudal se tiene:

Caudal (m ³ /s)	Borde libre (m)
Menores que 0.50	0.30
Mayores que 0.50	0.40

(Fuente: M. Villón.)

- En relación al ancho de solera se tiene:

Ancho de solera (m)	Borde libre (m)
Hasta 0.80	0.40
De 0.80 a 1.50	0.50
De 1.50 a 3.00	0.60
De 3.00 a 20.00	1.00

(Fuente: M. Villón.)

- En función al caudal, se recomienda:

Caudal (m ³ /s)	Canal revestido (cm)	Canal sin revestir (cm)
Menor o igual a 0.05	7.5	10
0.05 – 0.25	10	20
0.25 – 0.50	20	40
0.50 – 1.00	25	50
Mayor a 1	30	60

(Fuente: M. Villón.)

Para canales o laterales de riego revestidos, la altura del revestimiento por encima de la superficie del agua dependerá de cierto número de factores: tamaño del canal, velocidad del agua, curvatura del alineamiento, condiciones del caudal de entrada de aguas lluvias o aguas de drenaje, fluctuaciones e el nivel del agua debido a la operación de estructuras reguladoras de flujo y acción del viento. De una manera mas o menos similar, la altura de revestimiento por encima de la superficie del agua variara con el tamaño y la localización del canal, el tipo de suelo, la cantidad de agua lluvia o agua de drenaje interceptada, etc. Como una guía para el diseño de canales revestidos, el U. S. Bureau of Reclamation preparo curvas (Figura 7-9) para el borde libre promedio y la altura de de revestimiento con relación al caudal.

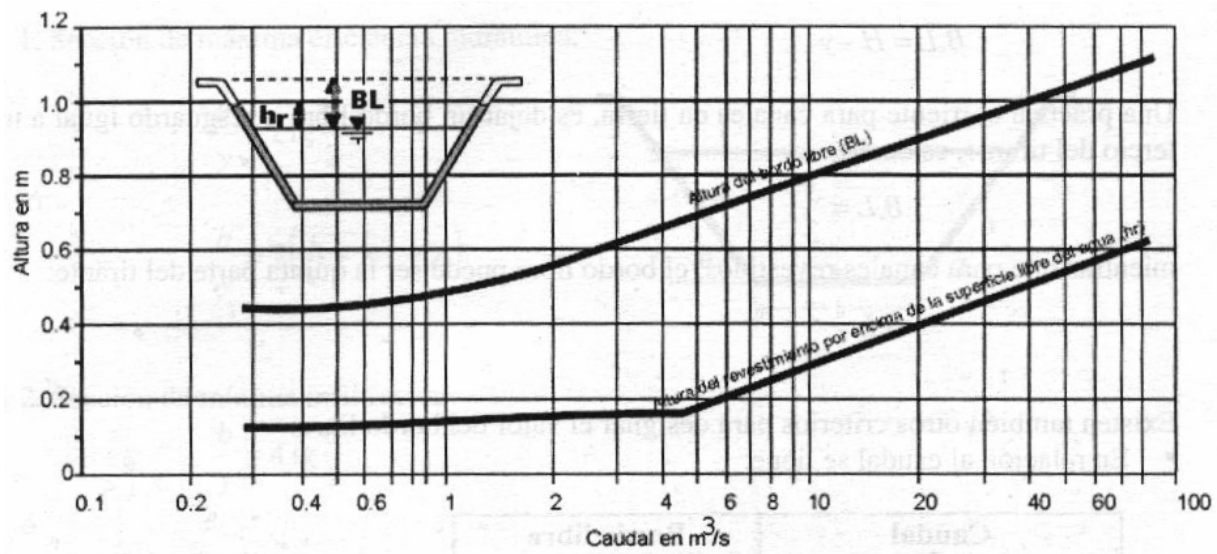


FIGURA 7-9 Borde libre y altura de revestimiento, recomendados en canales revestidos
(Fuente: U.S. Boureau of Reclamation)

7.3.1.6. SECCIONES DE MÁXIMA EFICIENCIA HIDRÁULICA

Uno de los factores que intervienen en el costo de construcción de un canal el volumen por excavar; este a su vez depende de la sección transversal. Mediante ecuaciones se puede plantear y resolver el problema de encontrar la menor excavación para conducir un caudal dado, conocida la pendiente. La forma que conviene dar a una sección de magnitud dada, para que escurra el mayor caudal posible, es lo que se ha llamado “sección de máxima eficiencia hidráulica”.

Considerando un canal de sección constante por el que debe pasar un caudal máximo, bajo las condiciones impuestas por la pendiente y la rugosidad; de la ecuación del caudal:

$$Q = \frac{1}{n} \cdot A \cdot R^{\frac{2}{3}} \cdot S^{\frac{1}{2}} \quad (7-55)$$

Donde: n , A y S son constantes; luego, la ecuación del caudal puede expresarse como:

$$Q = K \cdot R^{\frac{2}{3}} \quad (7-56)$$

Siendo K una constante.

En la ecuación (7-56), observamos que el caudal será máximo si el radio hidráulico es máximo, o sea que $R = A / P$ es máximo

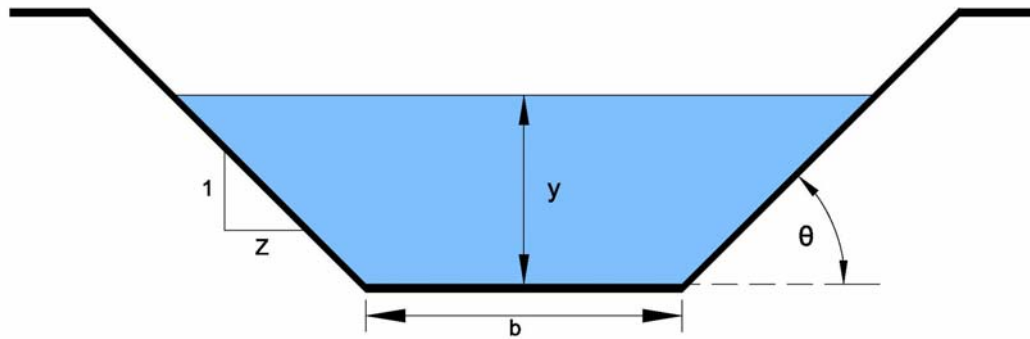
$$R = \frac{A}{P} \quad (7-57)$$

En la ecuación (7-57), como A es constante, R será máximo si P es mínimo, es decir Q es máximo si P es mínimo, para A constante.

7.3.1.6.1. RELACIONES GEOMÉTRICAS

Sección trapezoidal

1.- Considerando un talud Z conocido (constante)



Sabemos que:

$$A = by + Zy^2 \Rightarrow b = A \cdot y^{-1} - Z \cdot y \quad (7-58)$$

$$P = b + 2y\sqrt{1 + Z^2}$$

$$\Rightarrow P = A \cdot y^{-1} - Z \cdot y + 2 \cdot y \cdot \sqrt{1 + Z^2} \quad (7-59)$$

Sabemos que Q_{\max} si P_{\min} , y:

$$P_{\min} \text{ si: } \frac{dP}{dy} = 0 \quad y \quad \frac{d^2P}{dy^2} > 0$$

Luego, derivando (7-59) en función del tirante, se tiene:

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dy} &= \frac{d}{dy} \left[A \cdot y^{-1} - Z \cdot y + 2 \cdot y \cdot \sqrt{1 + Z^2} \right] = 0 \\ \frac{A}{y^2} &= 2 \cdot \sqrt{1 + Z^2} - Z \end{aligned} \quad (7-60)$$

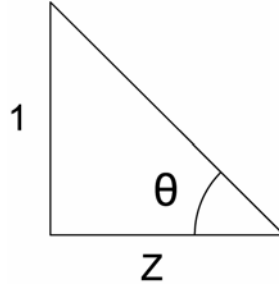
Sustituyendo (7-58) en (7-60), resulta:

$$\frac{by + Zy^2}{y^2} = 2\sqrt{1+Z^2} - Z$$

$$\frac{b}{y} = 2\left(\sqrt{1+Z^2} - Z\right) \quad (7-61)$$

2.- Cálculo de $\sqrt{1+Z^2} - Z$ en función de θ :

De la figura:



θ = ángulo de inclinación de las paredes del canal con la horizontal

$$\text{ctg} \theta = Z$$

Luego:

$$\sqrt{1+Z^2} - Z = \sqrt{1+\text{ctg}^2 \theta} - \text{ctg} \theta$$

$$\sqrt{1+Z^2} - Z = \frac{1 - \cos \theta}{\text{sen} \theta} \quad (7-62)$$

Expresando en función del ángulo mitad, se tiene:

$$\text{sen} \theta = 2 \text{sen} \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{\theta}{2} \quad ; \quad 1 - \cos \theta = 2 \text{sen}^2 \frac{\theta}{2}$$

Luego, sustituyendo las dos últimas expresiones en (7-62), resulta:

$$\sqrt{1+Z^2} - Z = \text{tg} \frac{\theta}{2} \quad (7-63)$$

3.- Relación entre el ancho de solera y el tirante

Reemplazando (7-63) en (7-61), se obtiene:

$$\frac{b}{y} = 2 \text{tg} \frac{\theta}{2} \quad (7-64)$$

La cual representa la relación entre el ancho de solera y el tirante en un canal trapecoidal para una sección de máxima eficiencia hidráulica.

Para el caso particular de un canal rectangular, se tiene:

$$\theta = 90^\circ \Rightarrow \frac{\theta}{2} = 45^\circ \Rightarrow \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} = 1$$

$$\frac{b}{y} = 2$$

$$b = 2y$$

4.- Relación entre el radio hidráulico y el tirante

Sabemos que:

$$R = A / P \quad (7-65)$$

$$A = by + Zy^2$$

$$P = b + 2y\sqrt{1 + Z^2}$$

$$\Rightarrow b = 2y(\sqrt{1 + Z^2} - Z)$$

$$A = y^2(2\sqrt{1 + Z^2} - Z) \quad (7-66)$$

$$P = 2y(\sqrt{1 + Z^2} - Z) + 2y\sqrt{1 + Z^2}$$

$$P = 2y(2\sqrt{1 + Z^2} - Z) \quad (7-67)$$

Sustituyendo (7-66) y (7-67) en (7-65) resulta:

$$R = \frac{y^2(2\sqrt{1 + Z^2} - Z)}{2y(2\sqrt{1 + Z^2} - Z)}$$

$$R = \frac{y}{2}$$

Lo que indica que en una sección de máxima eficiencia hidráulica de forma trapezoidal o rectangular (para cualquier valor de Z), el radio hidráulico es igual a la mitad del tirante.

5.- Condición de máxima eficiencia hidráulica para talud variable

En este caso se busca de todas las secciones trapezoidales variables, cual es el talud mas eficiente, para ello y se considera constante.

De (7-67) se tiene:

$$P = 2y(2\sqrt{1 + Z^2} - Z)$$

$$P_{\min} \text{ si } \frac{dP}{dZ} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dP}{dZ} = \frac{d}{dZ} \left[2y \left(2\sqrt{1+Z^2} - Z \right) \right] = 0$$

$$2Z = \sqrt{1+Z^2}$$

Finalmente:

$$Z = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Los elementos geométricos para seis secciones hidráulicas óptimas se muestran en la Tabla 7-11, pero no siempre esas secciones son prácticas, debido a dificultades en la construcción y en el uso de material. En general, una sección de canal debe diseñarse para cumplir una eficiencia hidráulica óptima pero debe modificarse para tener en cuenta aspectos constructivos. La sección hidráulica óptima es la sección que de un área mínima para un caudal determinado pero no necesariamente la mínima excavación. El principio de la sección hidráulica óptima se aplica solo al diseño de canales no erosionables. Para canales erosionables, debe utilizarse el principio de la fuerza tractiva para determinar una sección eficiente.

TABLA 7-11 Secciones hidráulicas óptimas. (Adaptado de: V.T. Chow.)

Sección transversal	Área A	Perímetro mojado P	Radio Hidráulico R	Ancho superficial T	Profundidad hidráulica D	Factor de sección Z
Trapezio, medio hexágono	$\sqrt{3} \cdot y^2$	$2\sqrt{3} \cdot y$	$\frac{1}{2} \cdot y$	$\frac{4}{3} \cdot \sqrt{3} \cdot y$	$\frac{3}{4} \cdot y$	$\frac{3}{2} \cdot y^{2.5}$
Rectángulo, medio cuadrado	$2 \cdot y^2$	$4 \cdot y$	$\frac{1}{2} \cdot y$	$2 \cdot y$	y	$2 \cdot y^{2.5}$
Triángulo, medio cuadrado	y^2	$2\sqrt{2} \cdot y$	$\frac{1}{4} \cdot \sqrt{2} \cdot y$	$2 \cdot y$	$\frac{1}{2} \cdot y$	$\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot y^{2.5}$
Semicírculo	$\frac{\pi}{2} \cdot y^2$	$\pi \cdot y$	$\frac{1}{2} \cdot y$	$2 \cdot y$	$\frac{\pi}{4} \cdot y$	$\frac{\pi}{4} \cdot y^{2.5}$
Parabola $T = 2\sqrt{2} \cdot y$	$\frac{4}{3} \cdot \sqrt{2} \cdot y^2$	$\frac{8}{3} \cdot \sqrt{2} \cdot y$	$\frac{1}{2} \cdot y$	$2\sqrt{2} \cdot y$	$\frac{2}{3} \cdot y$	$\frac{8}{9} \cdot \sqrt{3} \cdot y^{2.5}$
Catenaria hidrostática	$1.39586 \cdot y^2$	$2.9836 \cdot y$	$0.46784 \cdot y$	$1.91753 \cdot y$	$0.72795 \cdot y$	$1.1909 \cdot y^{2.5}$

7.3.1.7. FÓRMULAS QUE PROPORCIONAN UN MÁXIMO CAUDAL Y UNA MÁXIMA VELOCIDAD EN CONDUCTOS ABOVEDADOS

Por lo general en secciones abiertas, a medida que el tirante se incrementa, el caudal también se incrementa. En conductos abovedados, como se muestra en la Figura 7-10, lo anterior es cierto solo hasta cierto valor del tirante, después del cual un incremento en el tirante ya no produce un aumento en el caudal, sino por el contrario una disminución. Algo similar se puede decir de la velocidad.

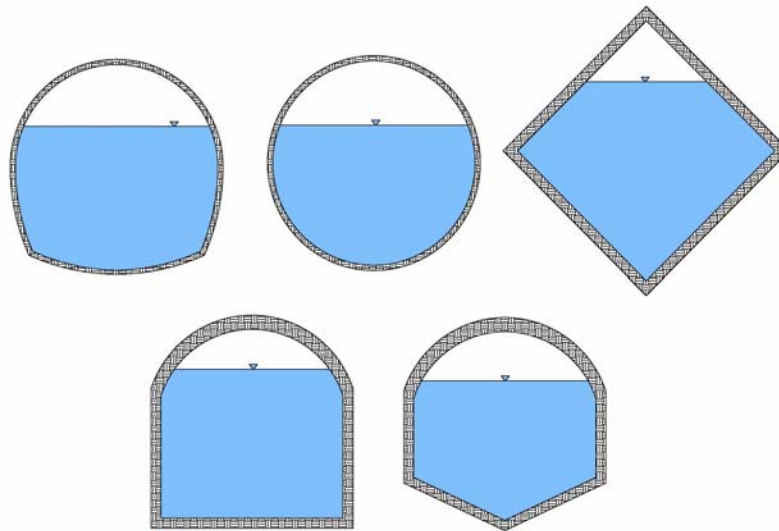


FIGURA 7-10 Secciones abovedadas.

7.3.1.7.1. FÓRMULA GENERAL QUE PRODUCE UNA MÁXIMA VELOCIDAD

1.- De la ecuación de Manning, se tiene:

$$V = \frac{1}{n} \cdot R^{\frac{2}{3}} \cdot S^{\frac{1}{2}} \quad (7-68)$$

2.- Para que V sea máxima, se requiere que:

$$a) \frac{dV}{dl} = 0 \quad y \quad b) \frac{d^2V}{dl^2} < 0$$

Donde l es un parámetro, que puede ser tirante, ángulo, etc., del cual depende el área y el perímetro.

3.- Derivando (7-68), con respecto a l , e igualando a cero, resulta:

$$\frac{dV}{dl} = \frac{S^{1/2}}{n} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{R^{1/3}} \cdot \frac{dR}{dl} = 0$$

De donde:

$$\frac{dR}{dl} = 0 \quad (7-69)$$

$$R = \frac{A}{P} = A \cdot P^{-1} \quad (7-70)$$

4.- Sustituyendo (7-70) en (7-69), se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dl}(A \cdot P^{-1}) &= 0 \\ A \frac{dP}{dl} &= P \frac{dA}{dl} \end{aligned} \quad (7-71)$$

La ecuación (7-71) representa la relación que debe cumplir A y P , para obtener la velocidad máxima.

7.3.1.7.2. FÓRMULA GENERAL QUE PRODUCE UN MÁXIMO CAUDAL

1.- De la ecuación de Manning se tiene:

$$\begin{aligned} Q &= \frac{1}{n} \cdot A \cdot R^{\frac{2}{3}} \cdot S^{\frac{1}{2}} \\ Q &= \frac{S^{1/2}}{n} \cdot A^{5/3} \cdot P^{-2/3} \end{aligned} \quad (7-72)$$

2.- Para que Q sea máximo, se requiere que:

$$a) \frac{dQ}{dl} = 0 \quad y \quad b) \frac{d^2Q}{dl^2} < 0$$

Donde l es un parámetro, que puede ser tirante, ángulo. Etc., del cual depende el área y el perímetro.

3.- Derivando (7-72), con respecto a l e igualando a cero, resulta:

$$\begin{aligned} \frac{dQ}{dl} &= \frac{S^{1/2}}{n} \left(\frac{5}{3} A^{2/3} \frac{dA}{dl} P^{-2/3} + A^{5/3} \left(-\frac{2}{3} \right) P^{-5/3} \frac{dP}{dl} \right) = 0 \\ \frac{A^{2/3}}{3P^{2/3}} \left(5 \frac{dA}{dl} - 2 \frac{A}{P} \frac{dP}{dl} \right) &= 0 \\ 5 \frac{dA}{dl} - 2 \frac{A}{P} \frac{dP}{dl} &= 0 \end{aligned}$$

$$5P \frac{dA}{dl} = 2A \frac{dP}{dl} \quad (7-73)$$

La ecuación (7-73) representa la relación que deben cumplir A y P para obtener el caudal máximo.

7.3.1.8. SECCIONES DE MÍNIMA INFILTRACION

Si un canal está trazado sobre un terreno bastante permeable se hace necesario diseñar una sección que permita obtener la menor pérdida posible de agua por infiltración, la cual se puede hallar matemáticamente.

Para obtener la fórmula de la sección de mínima infiltración, consideramos un canal con una sección trapezoidal cualquiera (Figura 7-11)

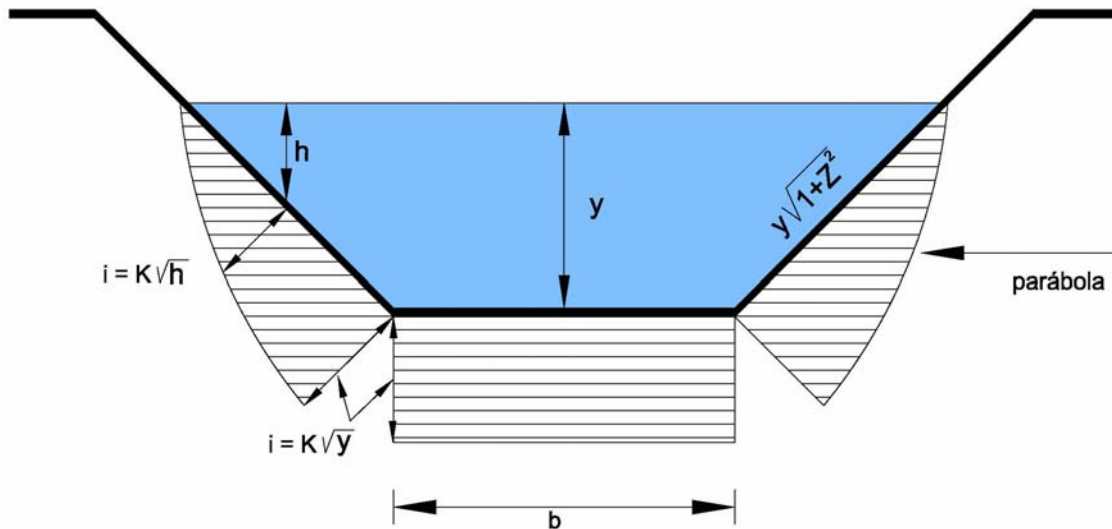


FIGURA 7-11 Diagrama de infiltración en las paredes y fondo del canal.

La infiltración depende de la clase de terreno, pero es una función del tirante, se supone que la intensidad de infiltración i en un punto del perímetro mojado de la sección del canal es proporcional a la raíz cuadrada de la profundidad. En el fondo, la infiltración será:

$$i = K\sqrt{y} \quad (7-74)$$

y en esas condiciones se tendrá un diagrama de infiltración como se observa en la Figura 7-11.

Considerando un tramo de canal de longitud de un metro, y designando por:

V = volumen total de agua que se infiltra en ese tramo

V_1 = volumen total de agua que se infiltra exclusivamente en el fondo

V_2 = volumen total de agua que se infiltra en una de las paredes laterales.

Se puede escribir:

$$V = V_1 + 2V_2 \quad (7-75)$$

Siendo:

Volumen infiltrado en el fondo (Figura 7-12)

$$V_1 = A_T \cdot 1$$

$$A_T = b \cdot K \sqrt{y}$$

$$V_1 = b \cdot K \sqrt{y} \quad (7-76)$$

Donde:

K = constante de proporcionalidad

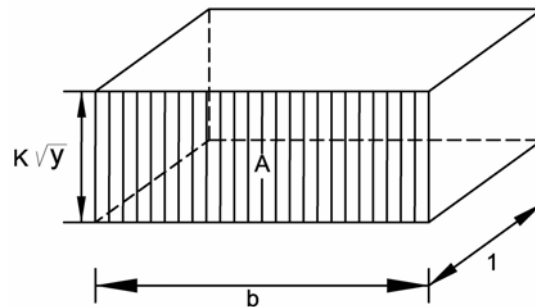


FIGURA 7-12 Infiltración en el fondo del canal.

Volumen infiltrado en una de las paredes laterales (Figura 7-13)

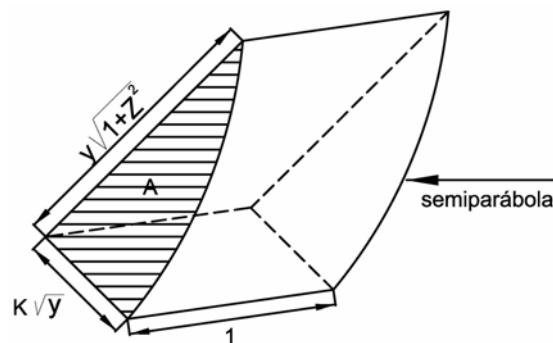


FIGURA 7-13 Infiltración en las paredes.

$$\begin{aligned}
 V_2 &= A_T \cdot 1 \\
 V_2 &= A_T \cdot 1(A_T \text{ Area de la semiparábola}) \\
 A_T &= \frac{2}{3} y \sqrt{1+Z^2} K \sqrt{y} \\
 V_2 &= \frac{2}{3} K y^{3/2} \sqrt{1+Z^2}
 \end{aligned} \tag{7-77}$$

Sustituyendo (7-76) y (7-77) en (7-75), resulta:

$$V = K \left(b \sqrt{y} + \frac{4}{3} y^{3/2} \sqrt{1+Z^2} \right) \tag{7-78}$$

Para que V sea mínimo, se debe cumplir que $dV/dy = 0$.

Como en la ecuación (7-78) existen dos variables b y y , colocamos la primera e función de la segunda, para lo cual utilizamos la relación geométrica:

$$A = by + Zy^2 \tag{7-79}$$

Siendo A y Z constantes.

Reemplazando (7-79) en (7-78), se obtiene:

$$V = K \left(Ay^{-1/2} - Zy^{3/2} + \frac{4}{3} y^{3/2} \sqrt{1+Z^2} \right) \tag{7-80}$$

Derivando (7-80) con respecto a y e igualando a cero, resulta:

$$\begin{aligned}
 \frac{dV}{dy} &= K \frac{d}{dy} \left(Ay^{-1/2} - Zy^{3/2} + \frac{4}{3} y^{3/2} \sqrt{1+Z^2} \right) = 0 \\
 -\frac{1}{2} A \cdot y^{-3/2} - \frac{3}{2} \cdot Z \cdot y^{1/2} + \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} y^{1/2} \cdot \sqrt{1+Z^2} &= 0 \\
 \frac{b}{y} &= 4 \left(\sqrt{1+Z^2} - Z \right)
 \end{aligned}$$

Pero, de la ecuación (7-63), se tiene:

$$\begin{aligned}
 \sqrt{1+Z^2} - Z &= \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \\
 \therefore \frac{b}{y} &= 4 \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}
 \end{aligned} \tag{7-81}$$

La ecuación (7-81) representa la relación para una sección de mínima infiltración.

Una relación intermedia entre una sección de máxima eficiencia y mínima infiltración sería:

$$\frac{b}{y} = 3 \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \quad (7-82)$$

7.3.1.9. CÁLCULO DE LAS DIMENSIONES DE LA SECCIÓN

El cálculo de las dimensiones de la sección para canales no erosionables incluye los siguientes pasos:

1.- Recolectar toda la información necesaria, estimar n y seleccionar S .

2.- Calcular el factor de sección $A \cdot R^{2/3}$ mediante la ecuación (7-83):

$$A \cdot R^{\frac{2}{3}} = \frac{n \cdot Q}{\mu \cdot S^{\frac{1}{2}}} \quad (7-83)$$

$\mu = 1.00$ si son utilizadas unidades del S.I., $\mu = 1.49$ si son utilizadas unidades Inglesas.

3.- Sustituir en la ecuación (7-83) las expresiones para A y R obtenidas en la Tabla 3-1, y resolver para la profundidad. Si existen otras incógnitas, como b y Z para una sección trapezoidal, entonces suponer los valores de estas incógnitas y resolver la ecuación (7-83) para la profundidad. Las dimensiones finales se escogen con base en la eficiencia hidráulica y los aspectos constructivos. Para canales revestidos, la sección trapezoidal se adopta comúnmente y el U.S. Bureau of Reclamation desarrolló una serie de curvas basadas en la experiencia (Figura 7-14), que muestran la relación promedio entre los anchos en la base y las profundidades del agua con respecto a las capacidades del canal. Estas curvas pueden utilizarse como una guía al establecer las dimensiones apropiadas de la sección. La determinación de la profundidad para el valor calculado de $A \cdot R^{2/3}$ puede simplificarse a partir de la tabla de diseño (Figura 7-3).

4.- Si directamente se requiere la sección hidráulica óptima, sustituya en la ecuación (7-83) las expresiones para A y R obtenidas en la Tabla 7-11 y resuelva para la profundidad. Esta sección hidráulica óptima puede modificarse por aspectos de factibilidad constructiva.

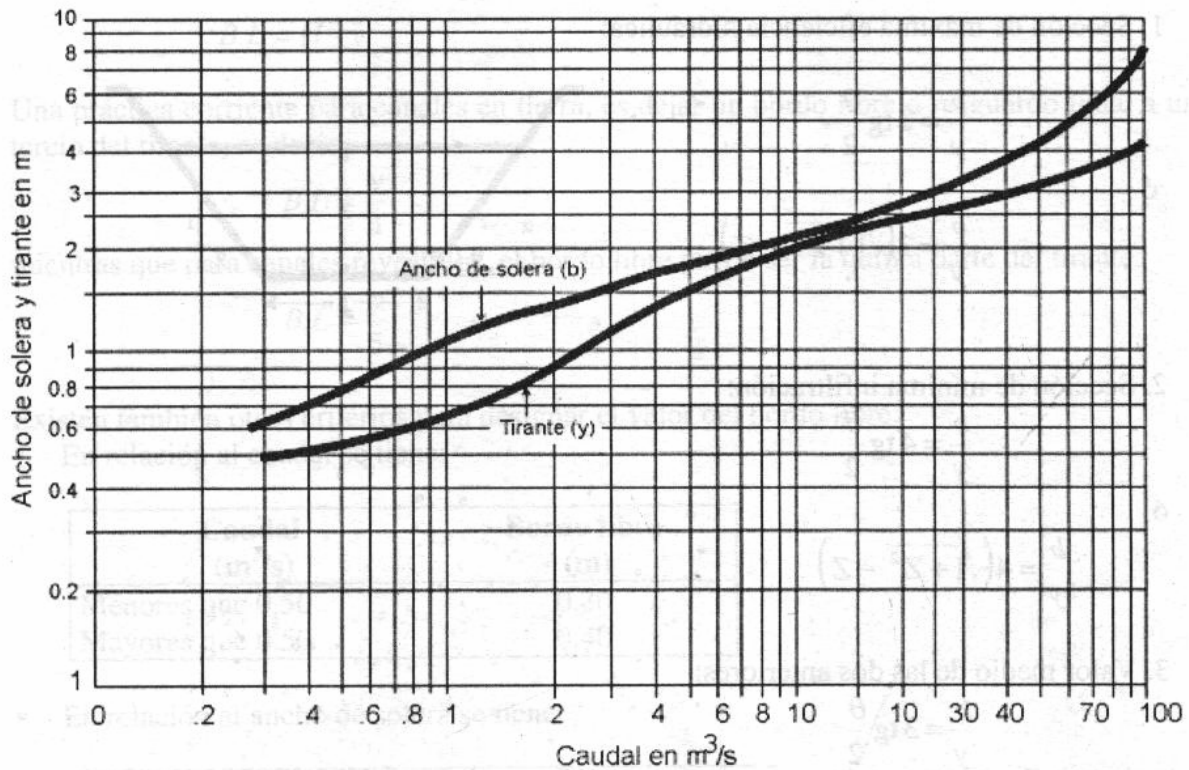


FIGURA 7-14 Curvas empíricas que muestran el ancho en el fondo y la profundidad en canales revestidos. (Fuente: U.S. Bureau of Reclamation)

5.- Para el diseño de canales de irrigación, algunas veces la sección de canal se proporciona a partir de las reglas empíricas, como la regla simple dada por el antiguo U.S. Reclamation Service para la profundidad en mts. de suministro completo de agua.

$$y = 0.5 \cdot \sqrt{A} \quad (7-84)$$

donde:

A es el área mojada en m^2 .

Para una sección trapezoidal puede demostrarse que esta regla también puede expresarse mediante una ecuación simple

$$x = 4 - Z \quad (7-85)$$

donde x es la relación ancho-profundidad b/y y Z es la proyección horizontal de la pendiente lateral correspondiente a un metro vertical.

De igual modo, ingenieros en la India han utilizado una ecuación empírica $y = \sqrt{A/3} = 0.577 \cdot \sqrt{A}$, la cual es equivalente a $x = 3 - Z$ para secciones trapezoidales; y los ingenieros filipinos utilizan la ecuación (7-85) con $Z = 1.5$ ó $x = 2.5$ para canales en tierra.

6.- Verificar la velocidad mínima permisible si el agua mueve sedimentos.

7.- Añadir el borde libre apropiado a la profundidad de la sección de canal.

7.3.2. CANALES EROSIONABLES QUE SE SOCAVAN PERO NO SE SEDIMENTAN

7.3.2.1. MÉTODOS DE APROXIMACIÓN

El comportamiento del flujo en un canal erosionable esta influido por tantos factores físicos y tantas condiciones de campo complejas e inciertas que el diseño preciso de tales canales, con el presente desarrollo del conocimiento, esta por fuera del alcance de la teoría. La ecuación de flujo uniforme, la cual es apropiada para el diseño de canales estables no erosionables, no da una condición suficiente para el diseño de canales erosionables. Esto se debe a que la estabilidad de los canales erosionables, la cual gobierna el diseño, depende principalmente de las propiedades del material que forma el cuerpo del canal mas que de la hidráulica de flujo en el canal, únicamente. Solo después de que se obtiene una sección estable para el canal erosionable puede utilizarse la ecuación de flujo uniforme para calcular la velocidad de flujo y el caudal.

A continuación se describen dos métodos de aproximación para el diseño apropiado de canales erosionables: el método de la velocidad permisible y el método de la fuerza tractiva.

7.3.2.2. VELOCIDAD MÁXIMA PERMISIBLE

La velocidad máxima permisible o velocidad no erosionante es la mayor velocidad promedio que no causara erosión en el cuerpo del canal. Esta velocidad es muy incierta y variable, y solo puede estimarse con base en experiencia y criterio. En general, los canales viejos y que han soportado muchos periodos hidrológicos permiten velocidades mucho más

altas que los canales nuevos, debido a que un lecho viejo a menudo se encuentra mejor estabilizado, en particular con la sedimentación de manera coloidal. Cuando otras condiciones son iguales, un canal mas profundo conducirá el agua con una velocidad media mas alta sin erosión que un canal poco profundo. Es probable que esto se deba a que la socavación primordialmente es causada por las velocidades cerca del fondo y, para la misma velocidad media, las velocidades cercanas al fondo son mayores en canales menos profundos.

En 1925, Fortier y Scobey publicaron la muy conocida tabla de “velocidades permisibles en canales”, que se muestra en la Tabla 7-12. Los valores mostrados en esta tabla corresponden a canales por los que se han pasado muchos periodos hidrológicos, colocados en pequeñas pendientes y para profundidades de flujo menores que 0.91 mts.

La Tabla también muestra los valores de n apropiados para diferentes materiales y los valores convertidos para las fuerzas tractiva permisibles correspondientes.

TABLA 7-12 Velocidades máximas permisibles recomendadas para canales rectos con pendientes pequeñas, después de envejecimiento y los valores correspondientes de fuerza tractiva unitaria (Fuente: Portier y Scobey 1926).

Material	n	Agua limpia		Agua con limos coloidales	
		V (m/s)	τ_0 (N/m ²)	V (m/s)	τ_0 (N/m ²)
Arena fina coloidal	0,020	0,457	1,29	0,762	3,59
Marga arenosa no coloidal	0,020	0,533	1,77	0,762	3,59
Marga limosa no coloidal	0,020	0,610	2,30	0,914	5,27
Limos aluviales, no coloidales	0,020	0,610	2,30	1,070	7,18
Tierra negra firme común	0,020	0,762	3,59	1,070	7,18
Ceniza volcánica	0,020	0,762	3,59	1,070	7,18
Arcilla dura muy coloidal	0,025	1,140	12,40	1,520	22,00
Limos aluviales, coloidales	0,025	1,140	12,40	1,520	22,00
Esquistos y subsuelos de arcilla dura	0,025	1,830	32,10	1,830	32,10
Grava fina	0,020	0,762	3,59	1,520	15,30
Tierra negra gradada a cantos rodados, cuando no es coloidal	0,030	1,140	18,20	1,520	31,60
Limos gradados a cantos rodados coloidales	0,030	1,220	20,60	1,680	38,30
Grava gruesa no coloidal	0,025	1,220	14,40	1,830	32,10
Cantos rodados y ripios de cantera	0,035	1,520	43,60	1,680	52,70

TABLA 7-13 Velocidades medias no erosivas para suelos granulares en m/s.

(Fuente: Lischtván-Levediev. Maza J. A., 1987.)

Diámetro medio (mm)	Profundidad media del flujo (m)					
	0,40	1,00	2,00	3,00	5,00	Más de 10
0,005	0,15	0,20	0,25	0,30	0,40	0,45
0,050	0,20	0,30	0,40	0,45	0,55	0,65
0,250	0,35	0,45	0,55	0,60	0,70	0,80
1,00	0,50	0,60	0,80	0,75	0,85	0,95
2,50	0,65	0,75	0,80	0,90	1,00	1,20
5,00	0,80	0,85	1,00	1,10	1,20	1,50
10,00	0,90	1,05	1,15	1,30	1,45	1,75
15,00	1,10	1,20	1,35	1,50	1,65	2,00
25,00	1,25	1,45	1,65	1,85	2,00	2,30
40,00	1,50	1,85	2,10	2,30	2,45	2,70
75,00	2,00	2,40	2,75	3,10	3,30	3,60
100,00	2,45	2,80	3,20	3,50	3,90	4,20
150,00	3,00	3,35	3,75	4,10	4,40	4,50
200,00	3,50	3,90	4,30	4,65	5,00	5,40
300,00	3,95	4,35	4,70	4,90	5,50	5,90
400,00	-	4,75	4,95	5,30	5,60	6,00
Más de 500	-	-	5,35	5,30	6,00	6,20

TABLA 7-14 Velocidades no erosivas para suelos (m/s).

(Fuente: Adaptado de Richardson E. V., Simons D. B. y Julien P. Y., 1993.)

Tipo de suelo	Tamaño (mm)	Profundidad del agua (m)			
		0,40	1,00	2,00	3,00
Piedras grandes	> 256	4,60	5,09	5,79	6,19
Piedras medianas	256 - 128	3,60	4,08	4,69	5,00
Piedras pequeñas	128 - 64	2,29	2,71	3,11	3,41
Grava muy gruesa	64 - 32	1,58	1,89	2,19	2,50
Grava gruesa	32.0 - 16.0	1,25	1,43	1,65	1,86
Grava mediana	16.0 - 8.0	1,01	1,13	1,25	1,40
Grava fina	8.0 - 4.0	0,79	0,91	1,01	1,16
Grava muy fina	4.0 - 2.0	0,67	0,76	0,85	0,94
Arena muy gruesa	2.0 - 1.0	0,55	0,64	0,73	0,82
Arena gruesa	1.0 - 0.5	0,46	0,55	0,64	0,70
Arena media	0.50 - 0.25	0,37	0,46	0,55	0,61
Arena fina	0.25 - 0.125	0,30	0,40	0,49	0,55
Limo arenoso		1,01	1,19	1,40	1,49
Suelos tipo loes en la condición de sedimentación final		0,79	1,01	1,19	1,31
Conglomerado, marga, pizarra y caliza porosa.		2,00	2,50	3,00	3,50
Conglomerado compacto, caliza laminada, arenosa o masiva.		3,00	3,50	4,00	4,50
Arenisca, caliza muy compacta.		4,00	5,00	6,00	6,50
Granito, basalto y cuarcita.		15,00	18,00	20,00	22,00

7.3.2.3. MÉTODO DE LA VELOCIDAD PERMISIBLE

A partir del criterio de máxima velocidad permisible, el procedimiento de diseño para una sección de canal, con forma supuestamente trapezoidal, consiste en los siguientes pasos:

1.- Para la clase determinada de material que conforma el cuerpo del canal, estimar el coeficiente de rugosidad n (sección 7.1.7), la pendiente del talud lateral Z (Tabla 7-9 ó 7-10) y la velocidad máxima permisible V (Tabla 7-12 a 7-14).

2.- Calcular el radio hidráulico R a partir de la ecuación de Manning.

3.- Calcular el área mojada requerida para el caudal y la velocidad permisible determinados, o $A = Q / V$.

4.- Calcular el perímetro mojado o $P = A / R$.

5.- Utilizando las expresiones para A y P de la Tabla 3-1, resuelva simultáneamente para b y y .

6.- Añadir un borde libre apropiado y modificar la sección con el fin de hacerla factible desde el punto de vista práctico.

7.3.2.4. FUERZA TRACTIVA

Cuando el agua fluye en un canal, se desarrolla una fuerza que actúa sobre el lecho de este en la dirección del flujo. Esta fuerza, la cual es simplemente el empuje del agua sobre el área mojada, se conoce como fuerza tractiva. En un flujo uniforme la fuerza tractiva en apariencia es igual a la componente efectiva de la fuerza gravitacional que actúa sobre el cuerpo de agua, paralela al fondo del canal e igual a $\gamma \cdot A \cdot L \cdot S$, donde γ es el peso unitario del agua, A es el área mojada, L es la longitud del tramo del canal y S es la pendiente. Luego, el valor promedio de la fuerza tractiva por unidad de área mojada, conocido como fuerza tractiva unitaria τ_0 , es igual a

$$\frac{\gamma \cdot A \cdot L \cdot S}{P \cdot L} = \gamma \cdot R \cdot S \quad (7-86)$$

donde:

P = perímetro mojado

R = radio hidráulico

En un canal abierto ancho, el radio hidráulico es igual a la profundidad de flujo y ; por consiguiente:

$$\tau_0 = \gamma \cdot R \cdot S = \gamma \cdot y \cdot S \quad (7-87)$$

La fuerza tractiva unitaria en canales, excepto en canales abiertos anchos, no está distribuida uniformemente a lo largo del perímetro mojado. En la Figura 7-15 se muestra una distribución común de fuerza tractiva en un canal trapezoidal resultante de un estudio de analogía de la membrana. El patrón de distribución varía con la forma de la sección, pero prácticamente no se afecta por el tamaño de esta. Con base en tales estudios, se han preparado algunas curvas (Figuras 7-16 y 7-17) que muestran las fuerzas tractivas unitarias máximas en los lados y en el fondo de diferentes secciones de canal para uso en diseño. En general, en los canales trapezoidales con formas utilizadas a menudo, la fuerza tractiva máxima en el fondo es cercana al valor $\gamma \cdot y \cdot S$, y en los lados, cercana a $0.76 \gamma \cdot y \cdot S$.

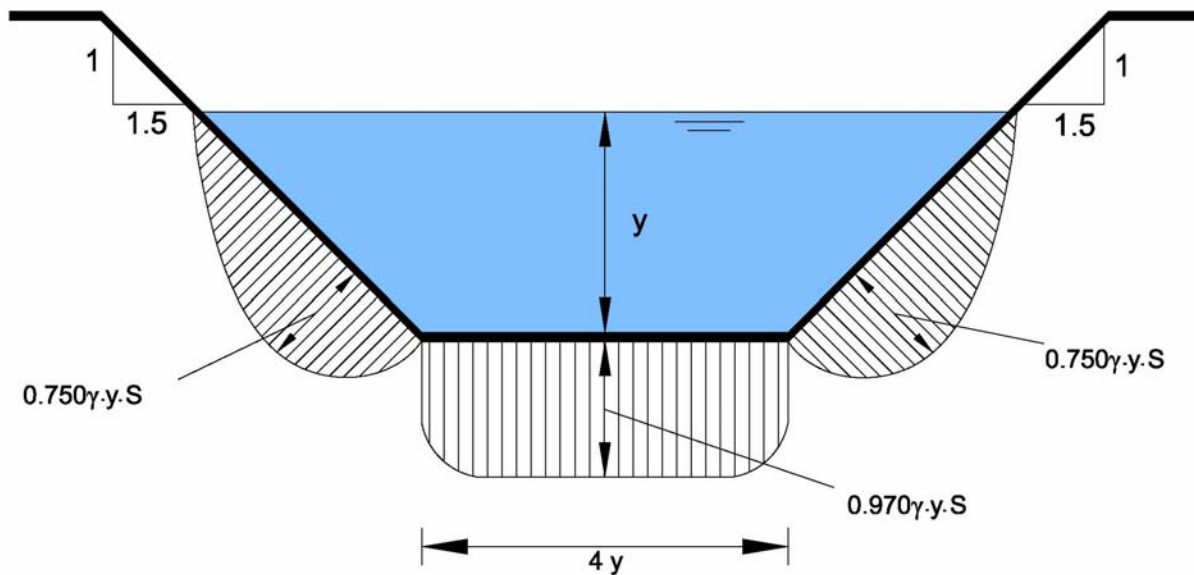


FIGURA 7-15 Distribución de la fuerza tractiva en una sección trapezoidal de canal.

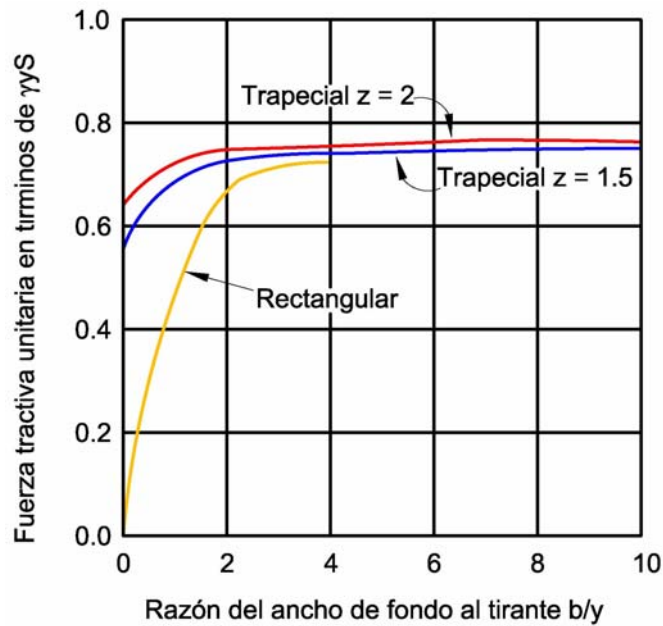


FIGURA 7-16 Fuerzas tractivas unitarias máximas en términos de $\gamma \cdot y \cdot S$ para los taludes

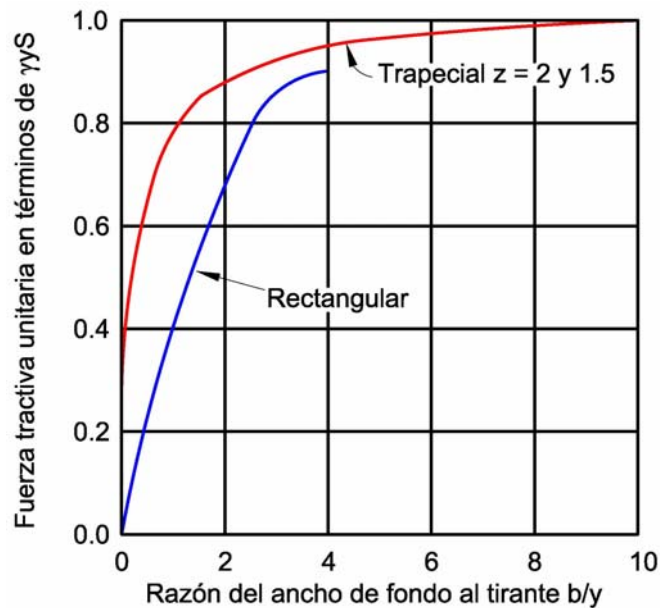


FIGURA 7-17 Fuerzas tractivas unitarias máximas para el fondo del canal.

7.3.2.5. RELACIÓN DE FUERZA TRACTIVA

Sobre una partícula de suelo que descansa en la pendiente lateral de una sección de canal (Figura 7-18) en la cual se encuentra fluyendo agua, actúan dos fuerzas: la fuerza

tractiva $a \cdot \tau_s$ y la componente de la fuerza gravitacional $W_s \cdot \text{sen } \theta$, la cual hace que la partícula ruede a lo largo de la pendiente lateral. Los símbolos utilizados son:

a = área efectiva de la partícula,

τ_s = fuerza tractiva unitaria en la pendiente del canal,

W_s = peso sumergido de la partícula

θ = ángulo de la pendiente lateral. La resultante de estas dos fuerzas, las cuales forman un ángulo recto, es

$$\sqrt{W_s^2 \cdot \text{sen}^2 \phi + a^2 \cdot \tau_s^2} \quad (7-88)$$

Cuando esta fuerza es lo suficientemente grande, la partícula se moverá., la resistencia al movimiento de la partícula es igual a la fuerza normal $W_s \cdot \cos \theta$ multiplicada por el coeficiente de fricción, o $\tan \theta$, donde θ es el ángulo de reposo. Luego:

$$W_s \cdot \cos \phi \cdot \tan \theta = \sqrt{W_s^2 \cdot \text{sen}^2 \phi + a^2 \cdot \tau_s^2} \quad (7-89)$$

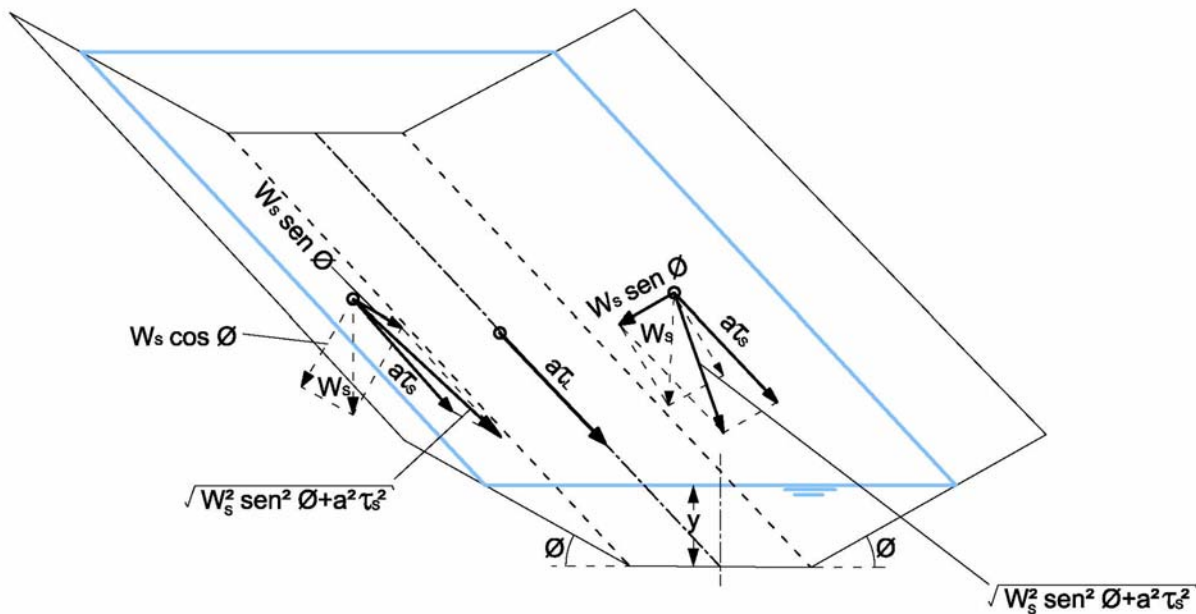


FIGURA 7-18 Análisis de las fuerzas que actúan en una partícula que reposa en la superficie del lecho de un canal.

Al resolver para la fuerza tractiva unitaria τ_s que causa el movimiento inminente en una superficie inclinada,

$$\tau_s = \frac{W_s}{a} \cdot \cos \phi \cdot \tan \theta \cdot \sqrt{1 - \frac{\tan^2 \phi}{\tan^2 \theta}} \quad (7-90)$$

Cuando el movimiento de una partícula sobre una superficie plana es inminente debido a la fuerza tractiva $\alpha \cdot \tau_L$, lo siguiente se obtiene a partir de la ecuación (7-89), con $\phi = 0$:

$$W_s \cdot \tan \theta = a \cdot \tau_L \quad (7-91)$$

Al resolver para la fuerza tractiva unitaria τ_L que causa el movimiento inminente sobre una superficie plana,

$$\tau_L = \frac{W_s}{a} \cdot \tan \theta \quad (7-92)$$

La relación de τ_s a τ_L se conoce como relación de fuerza tractiva; esta es una relación importante para propósitos de diseño. A partir de las ecuaciones (7-90) y (7-92), la relación es:

$$K = \frac{\tau_s}{\tau_L} = \cos \phi \cdot \sqrt{1 - \frac{\tan^2 \phi}{\tan^2 \theta}} \quad (7-93)$$

Al simplificar:

$$K = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \phi}{\sin^2 \theta}} \quad (7-94)$$

Esta relación es función solo de la inclinación ϕ del lado inclinado y del ángulo de reposo θ del material. El ángulo de reposo necesita ser considerado solo para materiales gruesos no cohesivos. De acuerdo con la investigación del U.S. Bureau of Reclamation se encontró que en general el ángulo de reposo se incrementa tanto con el tamaño como con la angularidad del material.

Para propósitos de diseño, el Boureau preparó curvas (Figura 7-19) que muestran los valores del ángulo de reposo para materiales no cohesivos con diámetros superiores a 0.2 pulg. para varios grados de rugosidad. El diámetro referido es el diámetro de partícula para el cual el 25 % (en peso) del material es mayor.

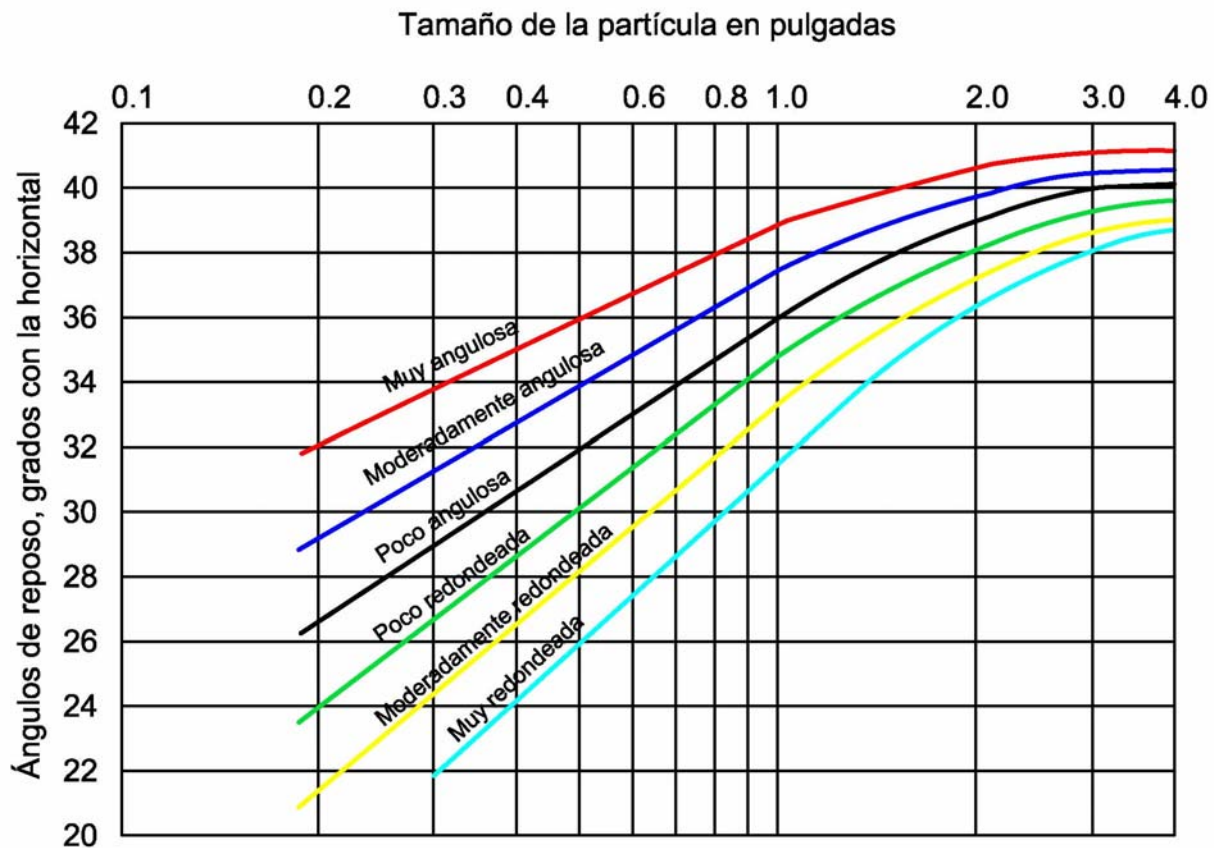


FIGURA 7-19 Ángulos de reposo para materiales no cohesivos (Fuente: U.S. Bureau of Reclamation)

7.3.2.6. FUERZA TRACTIVA PERMISIBLE

La fuerza tractiva permisible es la fuerza tractiva unitaria máxima que no causa erosión importante en el material que forma el lecho del canal en una superficie plana. Esta fuerza tractiva unitaria puede determinarse por medio de experimentos de laboratorio, y el valor así obtenido se conoce como fuerza tractiva crítica. Sin embargo, la experiencia ha demostrado que en canales reales conformados con materiales gruesos no cohesivos pueden soportar valores sustancialmente mas altos que las fuerzas tractivas mínimas medidas en laboratorios. Como la fuerza tractiva permisible es el criterio de diseño para condiciones de campo, el valor permisible puede tomarse menor que el valor crítico.

La determinación de la fuerza tractiva permisible se basa en el tamaño de la partícula para materiales no cohesivos y en la compactación o relación de vacíos para materiales

cohesivos. El U.S. Bureau of Reclamation recomienda valores para la fuerza tractiva permisible como sigue:

Para materiales gruesos no cohesivos, con un factor de seguridad suficiente, el Bureau recomienda un valor tentativo para la fuerza tractiva permisible, en *libras / pie²*, igual a 0.4 veces el diámetro en pulgadas de una partícula para la cual el 25 % (en peso) del material mayor. Esta recomendación se muestra por medio de una línea recta en la tabla de diseño (Figura 7-20).

Para material fino no cohesivo, el tamaño especificado es el tamaño medio o el tamaño menor que el 50 % en peso. Se recomiendan tres curvas de diseño (Figura 7-20).

- para canales con alto contenido de material fino en el agua,
- para canales con alto contenido de sedimento en el agua, y
- para canales con agua limpia.

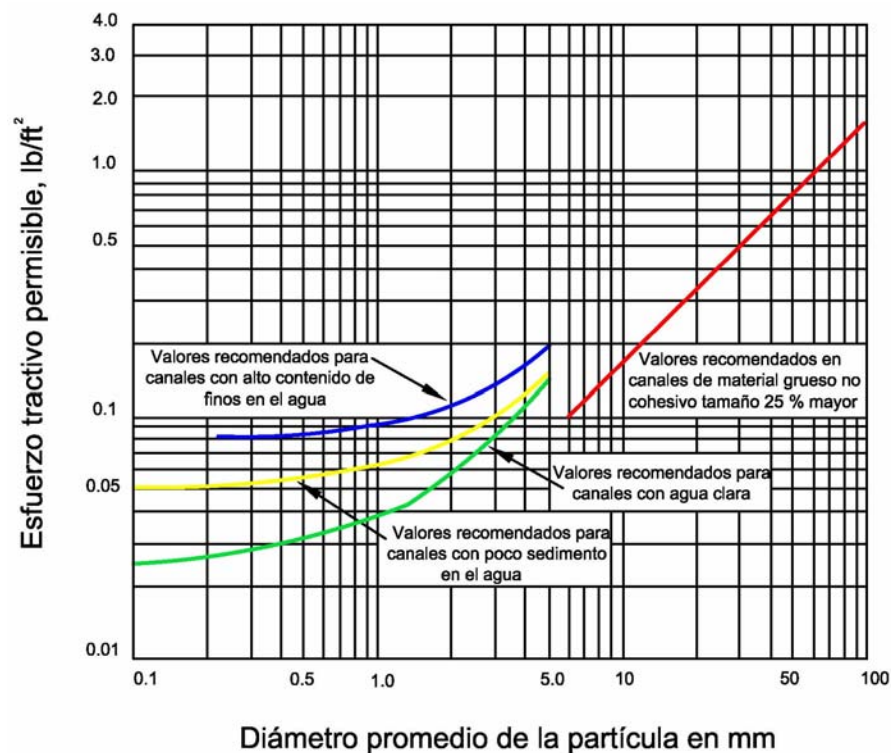


FIGURA 7-20 Fuerzas tractivas unitarias permisibles recomendadas para canales en materiales no cohesivos. (Fuente: U.S. Bureau of Reclamation)

Para materiales cohesivos, los datos basados en la conversión de velocidades permisibles a fuerzas tractivas unitarias, dados en la Tabla 7-12 y en la Figura 7-21 se recomiendan como referencias de diseño.

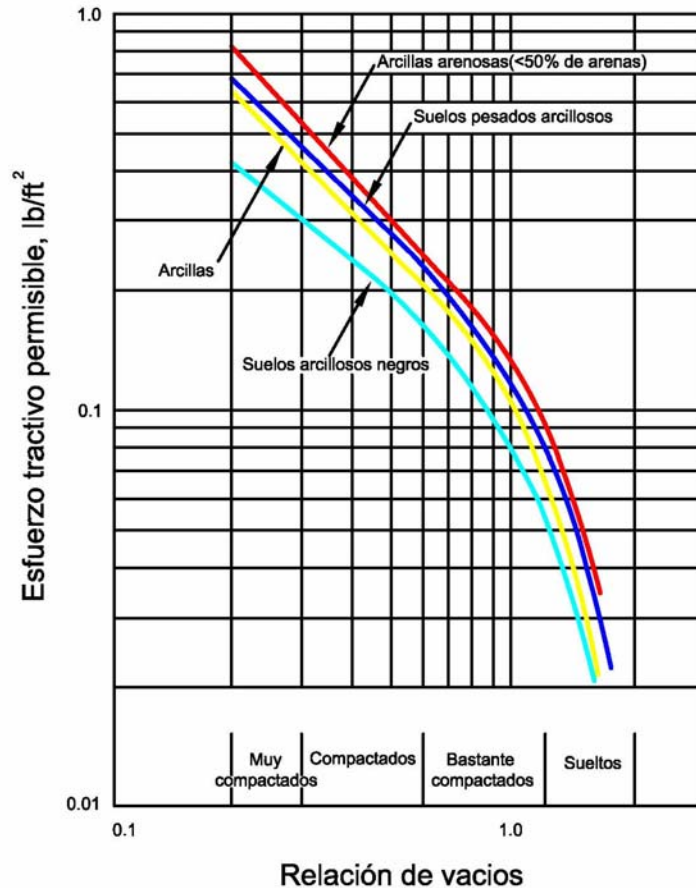


FIGURA 7-21 Fuerzas tractivas unitarias permisibles para canales en materiales cohesivos convertidas de los datos de la URSS sobre velocidades permisibles.

Las fuerzas tractivas permisibles mencionadas antes se refieren a canales rectos. Para canales sinuosos, los valores mostrados deben reducirse para producir la socavación. Los porcentajes aproximados de reducción, sugeridos por Lane, son 10 % para canales ligeramente sinuosos, 25 % para canales moderadamente sinuosos y 40 % para canales muy sinuosos.

7.3.2.7. MÉTODO DE LA FUERZA TRACTIVA

El primer paso para el diseño de canales erosionables mediante el método de la fuerza tractiva consiste en seleccionar una sección de canal aproximada mediante experiencia o utilizando tablas de diseño, recolectar muestras del material que forma el lecho del canal y

determinar, utilizando estas muestras, las propiedades requeridas. Con estos datos, el diseñador investiga la sección mediante el análisis de fuerza tractiva para asegurar una estabilidad probable por tramos y para determinar la sección mínima que aparece estable. Para canales en materiales no cohesivos, el efecto de rodar hacia abajo a lo largo de la pendiente lateral debe considerarse junto con el efecto de la distribución de las fuerzas tractivas; para canales hechos en material cohesivo el efecto de rodar es insignificante, y el efecto de distribución de la fuerza tractiva por si solo constituye un criterio suficiente.

7.3.2.8. LA SECCIÓN HIDRÁULICA ESTABLE

La sección de un canal erosionable que no erosiona con un área mojada mínima para un caudal determinado se conoce como sección hidráulica estable. El U.S. Bureau of Reclamation ha empleado el principio de la fuerza tractiva para desarrollar una sección en teoría estable para canales erosionables que conducen agua limpia en materiales no cohesivos.

En el desarrollo de una sección hidráulica estable para máxima eficiencia, es necesario satisfacer la condición de que el movimiento inminente prevalezca en todos los puntos del lecho del canal. Para un material con un ángulo de reposo y un caudal determinados, esta sección óptima dará no solo el canal con la menor área mojada, sino también el canal con el ancho superficial mínimo, la velocidad media máxima y la excavación mínima. En la deducción matemática de esta sección el Bureau hace las siguientes suposiciones:

- La partícula de suelo es mantenida contra el lecho del canal por la componente del peso sumergido de la partícula que actúa normal al lecho.
- En la superficie del agua y sobre ella las pendientes laterales tienen un ángulo igual al ángulo de reposo del material bajo la acción de la gravedad
- En el centro del canal la pendiente lateral es cero y la fuerza tractiva sola es suficiente para mantener las partículas en el punto de inestabilidad incipiente.
- En los puntos localizados entre el centro y el borde del canal las partículas se mantienen en un estado de movimiento incipiente por la resultante de la componente de la gravedad del peso sumergido de las partículas que actúan en la pendiente lateral y la fuerza tractiva del agua que fluye.
- La fuerza tractiva que actúa en un área del lecho del canal es igual a la componente del peso localizada directamente por encima del área que actúa en

la dirección del flujo. Esta componente del peso es igual al peso multiplicado por la pendiente longitudinal del canal.

De acuerdo con la suposición 5, la fuerza tractiva que actúa en un área elemental sobre la pendiente lateral (Figura 7-22) por unidad de longitud del canal es igual a $\gamma \cdot y \cdot S \cdot dx$,

Donde:

γ = peso unitario del agua,

y = profundidad del agua por encima de AB

S = pendiente longitudinal

Como el área AB es $\sqrt{(dx)^2 + (dy)^2}$, la fuerza tractiva unitaria es igual a:

$$\frac{\gamma \cdot y \cdot S \cdot dx}{\sqrt{(dx)^2 + (dy)^2}} = \gamma \cdot y \cdot S \cdot \cos \phi$$

donde:

ϕ es el ángulo de la pendiente de la tangente a AB .

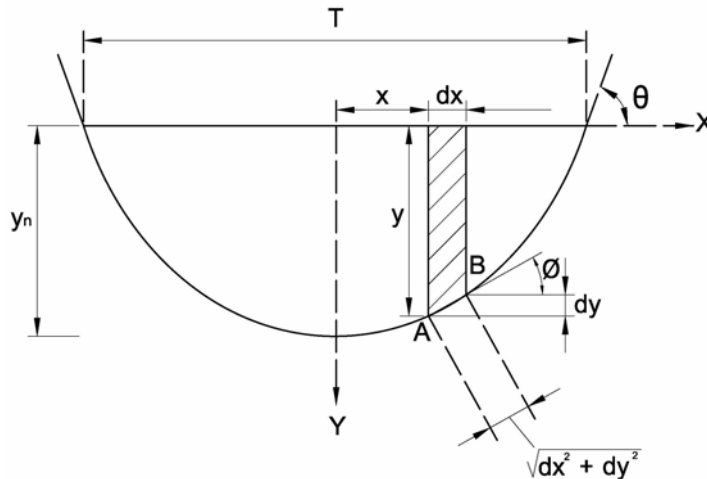


FIGURA 7-22 Definición esquemática de los parámetros de la sección hidráulica estable.

Las suposiciones establecidas antes fueron utilizadas para desarrollar la ecuación para la relación de fuerza tractiva K . La fuerza tractiva unitaria del fondo en el centro del canal es:

$$\tau_L = \gamma \cdot y_0 \cdot S \quad (7-95)$$

donde:

y_0 es la profundidad de flujo en el centro.

La fuerza tractiva unitaria correspondiente en el área inclinada AB es igual a:

$$\gamma \cdot y_0 \cdot S \cdot K \quad (7-96)$$

$$\gamma \cdot y_0 \cdot S \cdot K \quad (7-97)$$

Para conseguir movimiento incipiente sobre el perímetro completo del lecho del canal, las dos fuerzas ya mencionadas deben ser iguales; es decir:

$$\gamma \cdot y \cdot S \cdot \cos \phi = \gamma \cdot y_0 \cdot S \cdot K$$

Al sustituir la ecuación (7-93) para K y $\tan^{-1}\left(\frac{dy}{dx}\right)$ para ϕ en la ecuación anterior y al simplificar,

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \left(\frac{y}{y_0}\right)^2 \cdot \tan^2 \theta = \tan^2 \theta$$

En el centro del canal $y = y_0$ y $x = 0$. Bajo esta condición la solución a la ecuación diferencial anterior es:

$$y = y_0 \cdot \cos\left(\frac{\tan \theta}{y_0} \cdot x\right) \quad (7-98)$$

Esta ecuación muestra que la forma de una sección hidráulica estable bajo las suposiciones especificadas es una curva simple de coseno. A partir de los resultados del análisis matemático del Bureau pueden establecerse las siguientes propiedades de esta sección estable

$$y_0 = \frac{\tau_0}{0.97 \cdot \gamma \cdot S} \quad (7-99)$$

$$V = \frac{1.35 - 1.19 \cdot \tan \theta}{n} \cdot y_0^{\frac{2}{3}} \cdot S^{\frac{1}{2}} \quad (7-100)$$

$$A = \frac{2.04 \cdot y_0^2}{\tan \theta} \quad (7-101)$$

donde:

τ_0 es la fuerza tractiva permisible en lb / pie^2 ,

V = velocidad media en la sección en $pies / s$,

A = área mojada en $pies^2$,

θ = ángulo de reposo del material o el ángulo de la pendiente de la sección en el borde del contacto de la superficie del agua del canal,

Suponiendo que Q' es el caudal que va a conducirse, el cual es menor que Q , y que los anchos en la superficie de la sección diseñada y con el área removida son T y T' respectivamente. El valor de T' puede calcularse mediante:

$$T' = 0.96 \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{Q'}{Q}} \right) \cdot T \quad (7-102)$$

Suponiendo que Q'' es el caudal que va a conducirse, el cual es mayor que Q , y el ancho superficial del área rectangular añadida es T'' . El valor de T'' puede calcularse mediante:

$$T'' = \frac{n \cdot (Q'' - Q)}{1.49 \cdot y_0^{\frac{5}{3}} \cdot S^{\frac{1}{2}}} \quad (7-103)$$

7.3.3. DISEÑO DE CANALES REVESTIDOS CON PASTO

El revestimiento de un canal con pasto es un método común empleado para producir flujos intermitentes de irrigación y controlar la erosión en áreas agrícolas. El pasto sirve para estabilizar el cuerpo del canal, consolidar el suelo que compone el perímetro del canal, y restringir el movimiento de partículas de suelo en el lecho de éste.

Sin embargo los canales revestidos con pasto no pueden por lo general aguantar inundaciones prolongadas y humedad, y su diseño presenta un número de problemas que no se han encontrado en las secciones anteriores de este capítulo, la variación estacional del coeficiente de fricción debido a la condición del revestimiento.

El coeficiente de rugosidad de Manning (coeficiente de retraso en diseño de canales con revestimiento de pasto), se ha encontrado que esta en función de la velocidad promedio, del radio hidráulico, y del tipo de vegetación. Puede representarse a n por una serie de curvas

empíricas de n versus $V \cdot R$ para varios grados de retraso (Figura 7-23). Esta figura debe usarse junto con la Tabla 7-15 lo que da una estimación del grado de retraso para varios tipos de pastos.

La selección del pasto depende principalmente del clima y las condiciones del suelo prevalecientes. La consideración principal debe ser la estabilidad del canal. La Tabla 7-16 resume algunas recomendaciones sobre las velocidades permisibles para varios tipos de cubiertas vegetales, pendientes del canal, y tipos de suelos. Además se debe notar los siguientes lineamientos:

- Donde solo se puede establecer o mantener una cubierta vegetal escasa, las velocidades no deben exceder los 0.91 m/s.
- Donde la vegetación se tenga que establecer por siembra, se permiten velocidades del orden de 0.91 a 1.2 m/s.
- Cuando el césped puede desarrollarse rápidamente o cuando el flujo normal del canal se puede desviar hasta que se establezca una capa vegetal, se pueden tener velocidades de 1.2 a 1.5 m/s.
- En césped de buena calidad, se permiten velocidades entre 1.5 a 1.8 m/s.
- En condiciones muy especiales se permiten velocidades hasta de 1.8 a 2.1 m/s.

El diseño de canales revestidos de pasto debe, en la mayor parte de los casos, proceder en dos etapas. En la primera etapa, se supone un bajo grado de retraso, que corresponde a las estaciones de poco crecimiento a periodos en los cuales se establece la vegetación.

La segunda etapa da las dimensiones pertinentes con la suposición de un alto grado de retraso. En la Tabla 7-17 se resume un procedimiento recomendado donde se supone que la pendiente del canal, la forma, el tipo de pasto, y el caudal de diseño se establecieron previos al inicio del proceso.

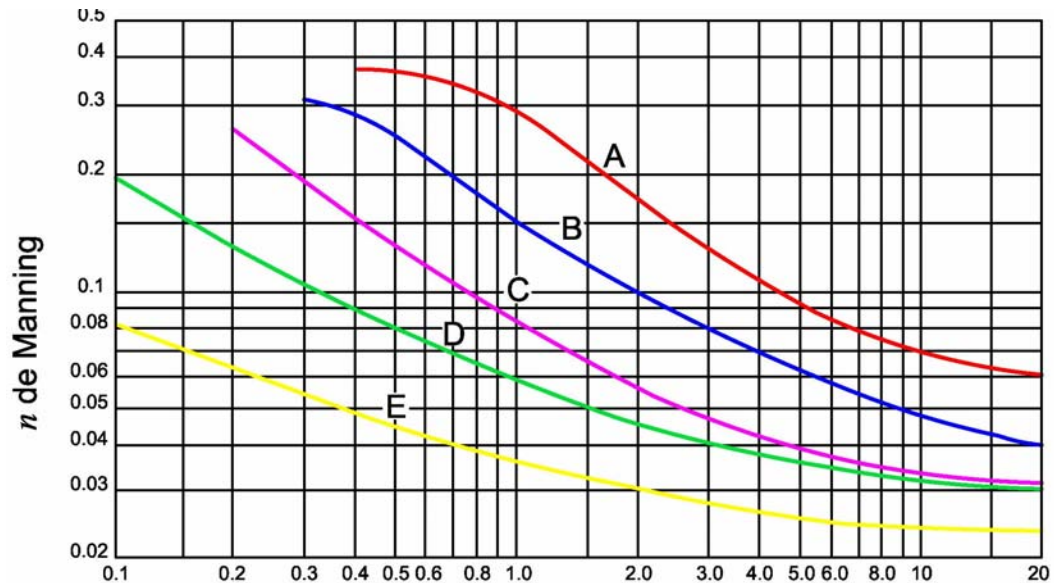
El diseñador debe estar consiente, al diseñar canales revestidos con pasto, de las consideraciones principales que pueden afectar el cruce fácil de la maquinaria hidráulica durante los periodos en que este seco el canal. Esta consideración puede requerir que los taludes se diseñen para este propósito en vez de la eficiencia hidráulica o la estabilidad del canal.

TABLA 7-15 Clasificación de grados de retraso para varios tipos de pastos
(Fuente: Coley, 1975).

Retraso	Cubierta	Condición
A	Pasto	Parado excelente, alto (promedio de 91.44 cm)
	<i>Phalaris arundinacea</i> "alpiste"	Parado excelente, alto (promedio de 91.44 cm)
B	<i>Bromus inermis</i> "bramo suave"	Parado excelente, podado (promedio 30.48 a 38.1 cm)
	<i>Cynodon dactylon</i> "Zacate bermuda, para de gallo"	Parado bueno, alto (promedio 30.48 cm)
	<i>Schizachysium scoparium</i> "Popotilloazul", <i>Bontelona gracilis</i> "navajita azul"	Parado bueno, sin podar
	<i>Festuca arundinacea</i> "Festuca alta"	Parado bueno, sin podar (promedio 45.72 cm)
	<i>Lespedeza sericea</i>	Parado bueno, no maderoso, alto (promedio 48.26 cm)
	<i>Phleum pratense</i> "timothy"	Parado bueno, sin cortar (promedio 50.80 cm)
	<i>Festuca arundinacea</i>	Parado bueno, sin cortar (promedio 45.72 cm)
	Blue grama	Parado bueno, sin cortar (promedio 33.02 cm)
C	<i>Paspalum notatum</i> "Zacate bahía"	Parado bueno, sin cortar (promedio 15.24 a 20.32 cm)
	Zacate bermuda, pata de gallo	Parado bueno, podado (promedio 15.24 cm)
	<i>Agrostis alba</i>	Parado bueno, cabeceado sin cortar, (38.10 a 50.80 cm)
	Mezcla de pastos, de verano (Zacate orchard, <i>Agrostis alba</i> , ballico italiano y lespedeza común)	Parado bueno, sin cortar (promedio 15.24 a 20.32 cm)
	<i>Centipede grass</i>	Cubierta muy densa (promedio 15.24 cm)
	<i>Poa pratensis</i> zacate azul de Kentucky	Parado bueno, cabeceado sin cortar, (15.24 a 30.48 cm)
D	Zacate bermuda, pata de gallo	Parado bueno, cortado a 63.50 cm
	<i>Festuca rubra</i> , "festuca roja"	Parado bueno, cabeceado (30.48 a 45.72 cm)
	Zacate búfalo, zacate chino	Parado bueno, sin cortar (7.62 a 15.24 cm)
	Mezcla de pastos de primavera (zacate orchard, ballico italiano, <i>Agrostis alba</i> lespedeza común)	Parado bueno, sin cortar (10.16 a 12.70 cm)
	<i>Lespedeza sericea</i>	Después de cortar 5.08 cm, Parado bueno, antes de cortar
E	Zacate bermuda, pata de gallo	Parado bueno, cortado a 3.81 cm
	Zacate bermuda, pata de gallo	rastrojo quemado

TABLA 7-16 Velocidades permisibles en canales revestidos con pasto (Fuente: Coley, 1975).

Cubierta	Rango de pendientes, %	Velocidad permisible		
		Suelos resistentes a la erosión m/s	Suelos fácilmente erosionables m/s	
<i>Cypodon dactylon</i> "Zacate bermuda, pata de gallo"	0 - 5	2.44	1.83	
	5 - 10	2.13	1.52	
	> 10	1.83	1.22	
<i>Paspolum notalum</i> "Zacate bahía" Zacate búfalo, zacate chino <i>Poa prateusis</i> zacate azul de Kentucky <i>Bromus Inernus</i> "bromo suave" <i>Blue grama</i> <i>Festuca Arundinace</i> "festuca alta"	0 - 5	2.13	1.52	
	5 - 10	1.83	1.22	
	> 10	1.52	0.91	
Mezcla de pastos,de verano (<i>Zacate orchard</i> , <i>Agrostis alba</i> , bollico italiano y lespedeza común) Pasto	0 - 5	1.52	1.22	
	5 - 10	1.22	0.91	
<i>Lepedeza sericea</i> Weeping lovegrass <i>Palaris arundinacea</i> "alpiste" <i>Agrostis alba</i> Alfalfa <i>Festuca rubra</i> , "festuca roja"	0 - 5	1.07	0.76	
Mezcla de pastos de primavera (zacata orchard, ballico italiano, <i>Agrostis alba</i> , lezpedeza común) Sudan grass	0 - 5	1.07	0.76	



VR Producto de la velocidad y el radio hidráulico

FIGURA 7-23 Curvas n - VR experimentales

TABLA 7-17 Un procedimiento de diseño para canales revestidos con pasto.

(Fuente: R. H. French)

Paso	Procesos
Etapla I	
1	Supóngase un valor de n y determínese $V \cdot R$ que corresponda a esta suposición (Figura 7-23)
2	Seleccione la velocidad permisible con la Tabla 7-16 que corresponda a la pendiente del canal, material de revestimiento, y suelo dados y calcúlese el valor de R usando los resultados del paso 1.
3	Con la ecuación de manning y el valor supuesto de n , calcúlese $V \cdot R = \frac{\mu \cdot R^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{S}}{n}$ donde $\mu = 1.49$ en sistema inglés y $\mu = 1$ en el S.I. El valor de R encontrado en el paso 2 es el usado en el lado derecho de la ecuación.
4	Repítanse los pasos 1 a 3 hasta que los valores de $V \cdot R$ determinados en el paso 1 y 3 concuerden.
5	Determínese A a partir del caudal de diseño y la velocidad permisible (paso 2).
6	Determínese las dimensiones del canal para los valores de R y A .
Etapla II	
1	Supóngase un tirante para el canal de la etapa I y calcúlese A y R .
2	Calcúlese la velocidad media $V = \frac{Q}{A}$ para el A encontrada en el paso 1.
3	Calcúlese $V \cdot R$ usando los resultados de los pasos 1 y 2.
4	Utilizar los resultados del paso 3 para determinar n con la Figura 7-23
5	Con la n del paso 4, R del paso 1, y la ecuación de Manning calcúlese V .
6	Compárese la velocidad promedio calculada en los pasos 2 y 5 y repítanse los pasos 1 a 5 hasta que sean aproximadamente iguales.
7	Agréguense el borde libre adecuado y verifíquese el número de Froude.
8	Resúmase el diseño en un bosquejo dimensionado.

Kouwen (1973) estudió los efectos del movimiento ondulatorio y doblado del pasto sobre las características del flujo en el canal. Los resultados pertinentes de este estudio fueron:

- Los canales revestidos con pasto se caracterizan aparentemente por dos valores locales del factor de fricción: Uno para pasto recto y ondulante y otro para pasto caído o doblado.

- El n de Manning estaba en función de la rugosidad relativa para los regímenes de flujo en pasto recto y ondulante, pero estaban en función del número de Reynolds o $V \cdot R$ para el pasto caído o doblado.

Phelps (1970) examinó los efectos de la densidad de la vegetación y el tirante sobre las características del flujo. Sus conclusiones fueron las siguientes:

- Las diferencias entre las fronteras del flujo sobre vegetación que se encuentran parcialmente sumergidas es significativo y debe tomarse en cuenta.
- Para el caso de flujo sobre pasto el número de Reynolds crítico es función del tirante.

7.4. PROBLEMAS RESUELTOS

7.4.1 Un canal de riego de sección trapezoidal, construido en tierra ($n = 0.025$), se usa para regar una superficie de 80 has. El módulo de entrega máximo fijado por el Distrito de Riego es 2 l/s/ha. Determinar la sección de máxima eficiencia hidráulica y la pendiente del canal, para una velocidad en el canal de 0.75 m/s y un talud $Z = 1$.

Solución:

Datos:

$$n = 0.025$$

$$Q = 2 \text{ l/s/ha} \cdot 80 \text{ ha} = 160 \text{ l/s} = 0.16 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$V = 0.75 \text{ m/s}$$

Sección de máxima eficiencia:

$$\frac{b}{y} = 2 \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

$$R = \frac{y}{2}$$

Se pide:

$$y, b, S \rightarrow ?$$

1.- Cálculo de b y de y :

De la ecuación de continuidad:

$$Q = V \cdot A$$

$$A = \frac{Q}{V}$$

$$A = \frac{0.16}{0.75}$$

$$A = 0.2133 \text{ m}^2$$

Por condición geométrica:

$$A = b \cdot y + Z \cdot y^2$$

para:

$$Z = 1$$

entonces:

$$A = b \cdot y + y^2$$

luego:

$$b \cdot y + y^2 = 0.2133 \quad (1)$$

De la ecuación (7-64):

$$\frac{b}{y} = 2 \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

para $Z = 1 \rightarrow \theta = 45^\circ$, luego:

$$\frac{b}{y} = 2 \cdot \operatorname{tg} 22.5^\circ$$

$$\frac{b}{y} = 0.8284$$

$$b = 0.8284 \cdot y \quad (2)$$

y sustituyendo (2) en (1), resulta:

$$0.8284 \cdot y^2 + y^2 = 0.2133$$

$$1.8284 \cdot y^2 = 0.2133$$

$$y = \sqrt{\frac{0.2133}{1.8284}}$$

$$y = 0.3416 \text{ m}$$

Reemplazando en (2), se tiene:

$$b = 0.8284 \cdot 0.3416$$

$$b = 0.2829 \text{ m}$$

2.- Cálculo de S:

De la fórmula de Manning, se tiene:

$$V = \frac{1}{n} \cdot R^{\frac{2}{3}} \cdot S^{\frac{1}{2}}$$

Despejando S, resulta:

$$S = \left[\frac{V \cdot n}{R^{\frac{2}{3}}} \right]^2$$

donde:

$$n = 0.025$$

$$V = 0.75 \text{ m/s}$$

$$R = \frac{y}{2} = \frac{0.3416}{2} = 0.1708 \text{ m}$$

luego:

$$S = \left[\frac{0.75 \cdot 0.025}{0.1708^{\frac{2}{3}}} \right]^2$$

$$\therefore S = 3.7^{0/00}$$

7.4.2 Hallar el caudal en un canal de máxima eficiencia hidráulica, sabiendo que el ancho de solera es de 0.7 m, el espejo de agua 1.9 m, pendiente 0.001 y en coeficiente de rugosidad $n = 0.025$.

Solución:

Datos:

Canal de máxima eficiencia hidráulica

$$S = 0.001$$

$$n = 0.025$$

Se pide:

$$Q = ?$$

a.- De las relaciones geométricas

Espejo de agua:

$$T = b + 2 \cdot Z \cdot y$$

$$1.9 = 0.7 + 2 \cdot Z \cdot y$$

$$2 \cdot Z \cdot y = 1.2$$

$$Z \cdot y = 0.6 \quad (1)$$

Área:

$$A = (b + Z \cdot y) \cdot y$$

$$A = (0.7 + 0.6) \cdot y$$

$$A = 1.3 \cdot y$$

b.- De la ecuación de Manning, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n} \cdot A \cdot R^{\frac{2}{3}} \cdot S^{\frac{1}{2}}$$

donde:

$$n = 0.025$$

$$A = 1.3 \cdot y$$

$$R = \frac{y}{2} \quad (\text{Sección de máxima eficiencia})$$

$$S = 0.001$$

luego:

$$Q = \frac{1}{0.025} \cdot (1.3 \cdot y) \cdot \left(\frac{y}{2}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot (0.001)^{\frac{1}{2}}$$

$$Q = \frac{1.3 \cdot (0.001)^{\frac{1}{2}}}{0.025 \cdot 2^{\frac{2}{3}}} \cdot y \cdot y^{\frac{2}{3}}$$

$$Q = 1.0359 \cdot y^{\frac{5}{3}} \quad (2)$$

de donde, para conocer Q hay que calcular y

c.- Cálculo de y

Por condición de máxima eficiencia, se tiene:

$$\frac{b}{y} = 2 \cdot (\sqrt{1 + Z^2} - Z) \quad (3)$$

donde:

$$b = 0.7$$

y

$$Z = \frac{0.6}{y}$$

Sustituyendo valores en (3), se tiene:

$$\frac{0.7}{y} = 2 \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{0.36}{y^2}} - \frac{0.6}{y} \right)$$

$$\frac{0.7}{y} = \frac{2}{y} \cdot (\sqrt{y^2 + 0.36} - 0.6)$$

$$\frac{0.7}{2} = (\sqrt{y^2 + 0.36} - 0.6)$$

$$0.35 + 0.6 = \sqrt{y^2 + 0.36}$$

$$0.95 = \sqrt{y^2 + 0.36}$$

Elevando al cuadrado se tiene:

$$0.9025 = y^2 + 0.36$$

$$0.5425 = y^2$$

$$y = 0.7365 \text{ m} \quad (4)$$

d.- Reemplazando (4) en (3), resulta:

$$Q = 1.0359 \cdot (0.7365)^{\frac{5}{3}}$$

$$Q = 0.6223 \frac{m^3}{s}$$

7.4.3 Un canal trapezoidal cuyo ancho de solera es de 1.5 m, tiene un talud igual a 0.75 y esta trazado con una pendiente de 0.0008. Si el canal estuviera completamente revestido de mampostería, entonces para un caudal de $1.5 \text{ m}^3/\text{s}$ el tirante sería de 0.813 m. Si el mismo canal estuviera revestido de concreto, se tendría para un caudal de $1.2 \text{ m}^3/\text{s}$ un tirante de 0.607 m. Calcular la velocidad que se tendría en el canal, cuando se transporte un caudal de $1.3 \text{ m}^3/\text{s}$, si el fondo es de concreto y las paredes de mampostería.

Solución:

Datos:

Revestimiento de mampostería: $Q = 1.5 \text{ m}^3 / \text{s} \rightarrow y_n = 0.813 \text{ m}$

Revestimiento de concreto: $Q = 1.2 \text{ m}^3 / \text{s} \rightarrow y_n = 0.607 \text{ m}$

Se pide:

$V = ?$, cuando $Q = 1.3 \text{ m}^3 / \text{s}$

a.- Cálculo de los coeficientes de rugosidad para cada tipo de revestimiento:

De la ecuación de Manning, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n} \cdot \frac{A^{\frac{5}{3}}}{P^{\frac{2}{3}}} \cdot S^{\frac{1}{2}} \rightarrow n = \frac{S^{\frac{1}{2}}}{Q} \cdot \left(\frac{A^5}{P^2} \right)^{\frac{1}{3}}$$

Sustituyendo valores:

$$n = \frac{0.0008^{\frac{1}{2}}}{Q} \cdot \left(\frac{[(1.5 + 0.75 \cdot y) \cdot y]^5}{(1.5 + 2.5 \cdot y)^2} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (1)$$

Para canal revestido de mampostería, se tiene:

$$n_m = \frac{0.0008^{\frac{1}{2}}}{1.5} \cdot \left(\frac{[(1.5 + 0.75 \cdot 0.813) \cdot 0.813]^5}{(1.5 + 2.5 \cdot 0.813)^2} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$n_m = 0.020$$

Para canal revestido en concreto, se tiene:

$$n_c = \frac{0.0008^{\frac{1}{2}}}{1.2} \cdot \left(\frac{[(1.5 + 0.75 \cdot 0.607) \cdot 0.607]^5}{(1.5 + 2.5 \cdot 0.607)^2} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$n_c = 0.015$$

b.- Cálculo de y_n para las condiciones del problema:

$$Q = 1.2 \text{ m}^3 / \text{s}, S = 0.0008, A = (1.5 + 0.75 \cdot y) \cdot y \quad (2)$$

De la ecuación de Manning, se tiene:

$$Q = \frac{1}{n} \cdot \frac{A^{\frac{5}{3}}}{P^{\frac{2}{3}}} \cdot S^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

Para n ponderado, se tiene:

$$n = \frac{(P_m \cdot n_m^{1.5} + P_c \cdot n_c^{1.5} + P_m \cdot n_m^{1.5})^{\frac{2}{3}}}{P^{\frac{2}{3}}}$$

$$n \cdot P^{\frac{2}{3}} = (2 \cdot P_m \cdot n_m^{1.5} + P_c \cdot n_c^{1.5})^{\frac{2}{3}}$$

$$n \cdot P^{\frac{2}{3}} = (2 \cdot \sqrt{1 + 0.75 \cdot y} \cdot 0.02^{1.5} + 1.5 \cdot 0.015^{1.5})^{\frac{2}{3}}$$

$$n \cdot P^{\frac{2}{3}} = (0.0071 \cdot y + 0.0028)^{\frac{2}{3}} \quad (4)$$

Sustituyendo (2) y (4) en (3), resulta:

$$1.3 = \frac{[(1.5 + 0.75 \cdot y) \cdot y]^{\frac{5}{3}}}{(0.0071 \cdot y + 0.0028)^{\frac{2}{3}}} \cdot 0.0008^{\frac{1}{2}}$$

Resolviendo a ecuación se tiene:

$$y = 0.703355 \text{ m}$$

c.- Cálculo de V :

De la ecuación (2), se tiene:

$$A = (1.5 + 0.75 \cdot y) \cdot y$$

$$A = (1.5 + 0.75 \cdot 0.703355) \cdot 0.703355$$

$$A = 1.4261 \text{ m}^2$$

Aplicando la ecuación de la continuidad, se tiene:

$$V = \frac{Q}{A}$$

$$V = \frac{1.3}{1.4261}$$

$$V = 0.91 \text{ m/s}$$

7.4.4 Se ha encargado el diseño de un canal de conducción, que servirá para regar una superficie de 300 ha con un módulo de riego de 1.5 l/s/ha .

A) De acuerdo con el trazo en el plano topográfico, este está localizado en un terreno de pendiente suave.

B) De las muestras realizadas en el campo, en la zona donde está localizado el eje del canal, se obtuvo una predominancia de un suelo limo-arcilloso.

Indicar los elementos necesarios para el diseño.

Solución:

Datos:

$$Q = 1.5 \text{ l/s/ha} \cdot 300 \text{ ha} = 450 \text{ l/s} = 0.45 \text{ m}^3/\text{s}$$

Para suelos arcillosos la pendiente máxima admisible varía entre 3.0 y 4.5 ‰; como el terreno es de pendiente suave se puede tomar $S = 1$ ‰ = 0.001 valor que no sobrepasa los límites indicados.

Una mejor opción es ver en el plano la pendiente real dominante.

Según la Tabla 7-10, para suelos limo-arcillosos, se puede tomar un talud $Z = 1$.

De la Tabla 7-6 para un canal de tierra se puede tomar un coeficiente de rugosidad $n = 0.025$

Se pide:

Especificaciones técnicas = ?

Las soluciones del problema pueden ser variadas, se debe procurar obtener una solución económica, operable y que cumpla con las condiciones técnicas.

A continuación se presenta uno de los procedimientos por seguir:

a) Según el Cuadro, para $Q > 0.40 \text{ m}^3/\text{s}$ se recomienda: $b = 1\text{m}$.

Caudal $Q \text{ m}^3/\text{s}$	Ancho de solera $b \text{ mts.}$
< 0.1	0.3
Entre 0.1 y 0.2	0.5
Entre 0.2 y 0.4	0.75
> de 0.4	1.00

Fuente: Máximo Villón

b) El caudal, de la fórmula de Manning sería :

$$Q = \frac{1}{n} \cdot A \cdot R^{\frac{2}{3}} \cdot S^{\frac{1}{2}}$$

Despejando los valores conocidos:

$$A \cdot R^{\frac{2}{3}} = \frac{n \cdot Q}{S^{\frac{1}{2}}}$$

Dividiendo entre $b^{\frac{8}{3}}$, se tiene:

$$\frac{A \cdot R^{\frac{2}{3}}}{b^{\frac{8}{3}}} = \frac{n \cdot Q}{S^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{8}{3}}}$$

Donde, sustituyendo los valores conocidos, resulta:

$$\frac{A \cdot R^{\frac{2}{3}}}{b^{\frac{8}{3}}} = \frac{n \cdot Q}{S^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{8}{3}}} = \frac{0.025 \cdot 0.45}{0.001^{\frac{1}{2}} \cdot 1^{\frac{8}{3}}} = 0.3558$$

c) Con este valor, entrando al nomograma para determinar el tirante normal (Figura 7-3), se tiene:

$$\frac{y}{b} = 0.52 \rightarrow y = 0.52 \cdot b$$

$$y = 0.52 \cdot 1$$

$$y = 0.52 \text{ m}$$

d) Cálculo y chequeo de la velocidad:

De la ecuación de continuidad, se tiene:

$$V = \frac{Q}{A}$$

donde:

$$Q = 0.45 \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$A = (b + Z \cdot y) \cdot y$$

$$A = (1 + 0.52) \cdot 0.52$$

$$A = 0.7904 \text{ m}^2$$

luego:

$$V = \frac{0.45}{0.7904}$$

$$V = 0.5693 \text{ m/s}$$

Redondeando a un valor más exacto se tiene:

$$V = 0.57 \text{ m/s}$$

Según la Tabla 7-12, esta velocidad no producirá erosión ni sedimentación.

e) Considerando que el valor del bordo libre se puede definir a partir del caudal,

para $Q = 0.45 \text{ m}^3 / \text{s}$ se puede tomar:

$$\text{B.L.} = 0.30 \text{ m.}$$

f) Profundidad total:

$$H = Y + \text{B.L.}$$

$$H = 0.52 + 0.30$$

$$H = 0.82 \text{ m}$$

g) Ancho de corona.

A partir también del criterio del caudal, para $Q = 0.45 \text{ m}^3 / \text{s}$ se puede tomar:

$$C = 0.60 \text{ m}$$

h) Talud exterior del bordo.

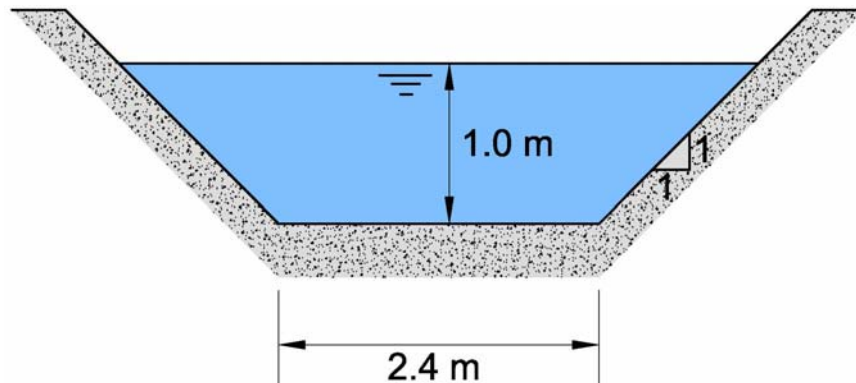
Podemos tomar un talud de $Z = 1.5$.

i) Resumiendo las especificaciones técnicas para el diseño del canal serian:

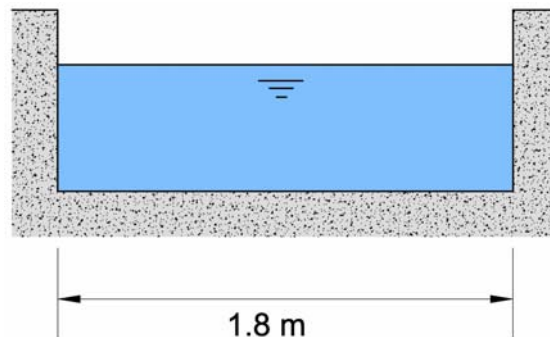
$$\boxed{Q = 0.45 \text{ m}^3 / \text{s}}, \boxed{V = 0.57 \text{ m/s}}, \boxed{S = 1^{\circ} / 00 = 0.001}, \boxed{n = 0.025}$$

7.5. PROBLEMAS PROPUESTOS

7.5.1 Determine la descarga en un canal trapezoidal de concreto el cual tiene un ancho en el fondo de 2.4 m y pendientes laterales 1 a 1. La profundidad uniforme es 1.8 m, la pendiente de la solera es de 0.009, y Manning's $n = 0.013$.



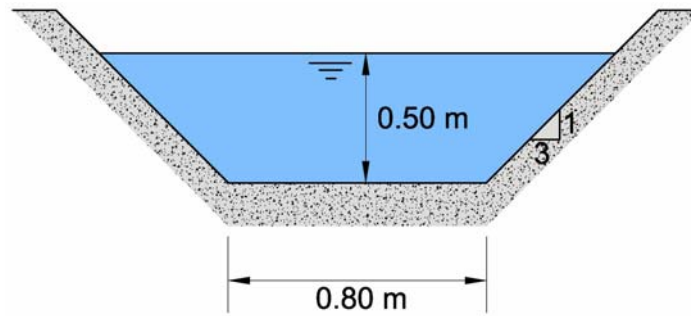
7.5.2 Cual es la profundidad de flujo uniforme para un flujo de $4.25 \text{ m}^3/\text{s}$ en un canal rectangular de 1.8m de ancho, el canal es en madera ($n = 0.012$) con una pendiente de fondo de 0.002?



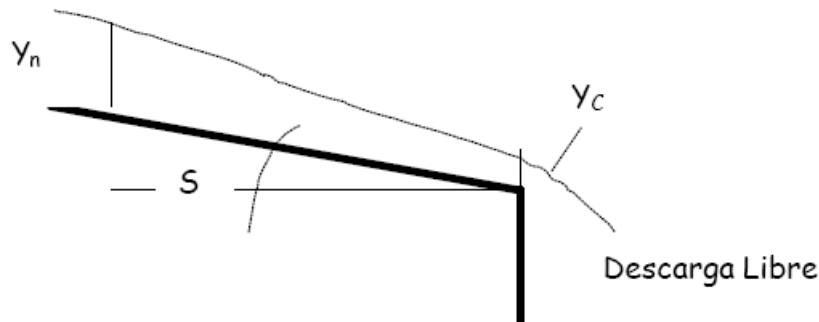
7.5.3 Use el Método de la Velocidad Máxima Permisible para diseñar un canal erosionable para transportar $250 \text{ pies}^3/\text{s}$. El fondo del canal y los taludes laterales están contruidos en arena. Use una sección transversal trapezoidal y una pendiente de 0.00033, y diseñe para agua con material fino coloidal. Presente el diseño de la sección transversal

7.5.4 Use el Método de la Fuerza Tractiva para diseñar un canal en arena gruesa ligeramente angular de 2 pulgadas. La descarga de diseño es $500 \text{ pies}^3/\text{s}$ y la pendiente del canal es de 0.002. Use Manning's $n = 0.020$. Presente una sección transversal del diseño

7.5.6 Un canal trapezoidal en pasto de 75 a 150 mm de alto. La pendiente del canal es 0.01, el ancho del fondo es 0.8 m, y las pendientes laterales son 3H:1V. Encontrar la capacidad del canal y la velocidad de flujo para una profundidad de 0.5 m.



7.5.7 Un canal de 1 m de ancho y 1 m de profundidad lleva un caudal de $0.62 \text{ m}^3/\text{s}$ con una pendiente de 0.001 con $n = 0.012$. El canal termina en una caída libre. Encontrar la profundidad normal y la profundidad en las inmediaciones de la caída.



7.5.8 Un canal rectangular de 8 m de ancho tiene una pendiente de 0.0015. La profundidad en la sección 1 es de 2.78 m y en la sección 2 localizada 800 m aguas abajo, la profundidad es de 3.30 m. Si $n = 0.015$, determinar el caudal probable en m^3/s .

7.5.9 ¿Qué caudal puede alcanzarse en un canal revestido de cemento de 1.8 m de ancho trazado con una pendiente de 0.00045, si el agua circula con 0.9 m de profundidad? Aplicar los coeficientes de Kutter y de Manning.

7.5.10 Una tubería de hormigón de 0.75 m de diámetro y con una pendiente de 0.003 transporta agua con una profundidad de 2.9 m. Determinar el caudal.

7.5.11 Una tubería de alcantarillado de revestimiento ordinario ($n = 0.015$) se traza con una pendiente de 0.00020 y conduce $2.80 \text{ m}^3/\text{s}$ cuando la tubería está llena al 85 %. ¿Que dimensión tendrá la tubería?

- Emplear el coeficiente “C” de Kutter.
- Emplear el coeficiente “n” de Manning.
- Utilizar la grafica de relaciones hidráulicas de una sección circular.

CAPÍTULO 8

FLUJO GRADUALMENTE VARIADO

8.1. DEFINICIÓN

El flujo gradualmente variado constituye una clase especial del flujo permanente no uniforme, y se caracteriza por una variación continua del tirante (y con ello el área, la velocidad, etc.) a lo largo del canal.

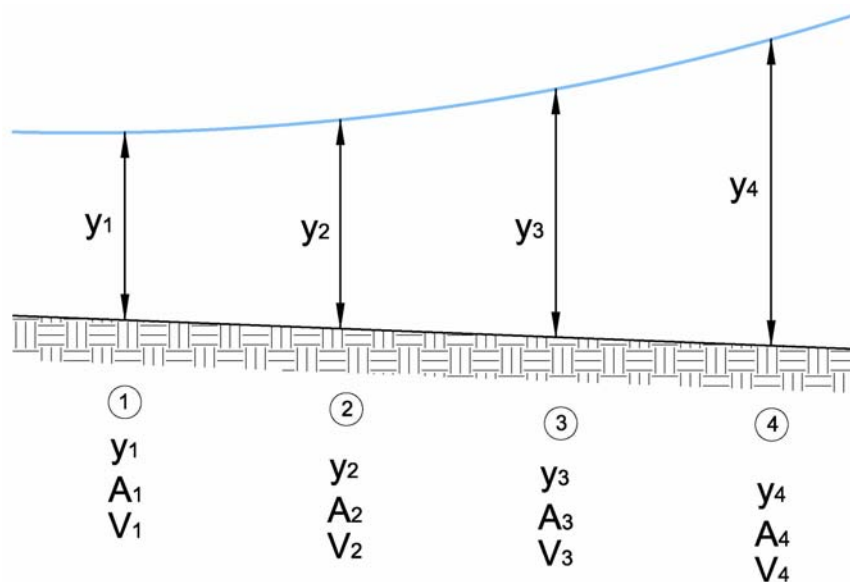


FIGURA 8-1 Flujo gradualmente variado

Este tipo de flujo se presenta en la llegada o salida de estructuras hidráulicas tales como represas, compuertas, vertederos, etc. y en general cuando las condiciones geométricas de la sección transversal o del fondo del canal cambian abruptamente; o bien cuando en el recorrido se presentan algún obstáculo que haga variar las condiciones del movimiento.

8.2. CONSIDERACIONES FUNDAMENTALES

Para el estudio práctico de este tipo de flujo se suelen adoptar algunas hipótesis como las que se enumeran a continuación:

1. El flujo es permanente; es decir, las características hidráulicas de flujo permanecen constantes para el intervalo de tiempo bajo consideración.
2. Las líneas de corriente son prácticamente paralelas, es decir, que la distribución de presiones es hidrostática en cada sección del canal.
3. La pendiente del fondo del canal es uniforme y pequeña, de tal manera que el tirante del flujo es el mismo, cuando la vertical o normal se toma como referencia al fondo del canal, y además, no ocurre incorporación de aire al interior del flujo.
4. El canal es prismático, lo que significa que la forma y la alineación del canal son constantes.
5. La forma de distribución de velocidades en las distintas secciones es constante, de modo que el coeficiente de Coriolis α , se mantiene constante.
6. El coeficiente de rugosidad es independiente del tirante del flujo y constante en el tramo del canal considerado.
7. La pérdida de energía más importante es la de fricción. Para el cálculo de la pendiente de la línea de energía en una sección se utilizan las mismas fórmulas que en flujo uniforme, utilizando la velocidad media, el radio hidráulico y el coeficiente de rugosidad de la propia sección. Esta es una de las hipótesis mas importantes para el estudio del flujo gradualmente variado y permite el uso de las fórmulas del flujo uniforme, pues aun cuando no demostrado, la practica a confirmado su uso.

8.3. ECUACIÓN DINÁMICA DE FLUJO GRADUALMENTE VARIADO

Considere el perfil de flujo gradualmente variado en la longitud diferencial dx de un canal abierto como se muestra en la Figura 8-2.

La altura total de energía por encima del nivel de referencia en la sección (1) aguas arriba es:

$$E = Z + d \cdot \cos \theta + \alpha \cdot \frac{V^2}{2 \cdot g} \quad (8-1)$$

donde:

E = energía total para una sección cualquiera

dE = diferencial de energía o cambio de energía en el dx

dx = longitud diferencial del tramo del canal

dZ = incremento en la altura o carga de occisión de la sección dx

S_f = pendiente de energía o de cargas totales, constante en el dx considerado, pero variable a lo largo de la dirección x .

S_w = pendiente de la superficie libre o eje hidráulico.

S_0 = pendiente longitudinal del fondo del canal, constante.

θ = ángulo que forma el perfil longitudinal del fondo del canal con la horizontal.

β = ángulo que forma el horizonte de energía con la línea de alturas totales.

d = tirante perpendicular o normal a la sección.

y = tirante vertical.

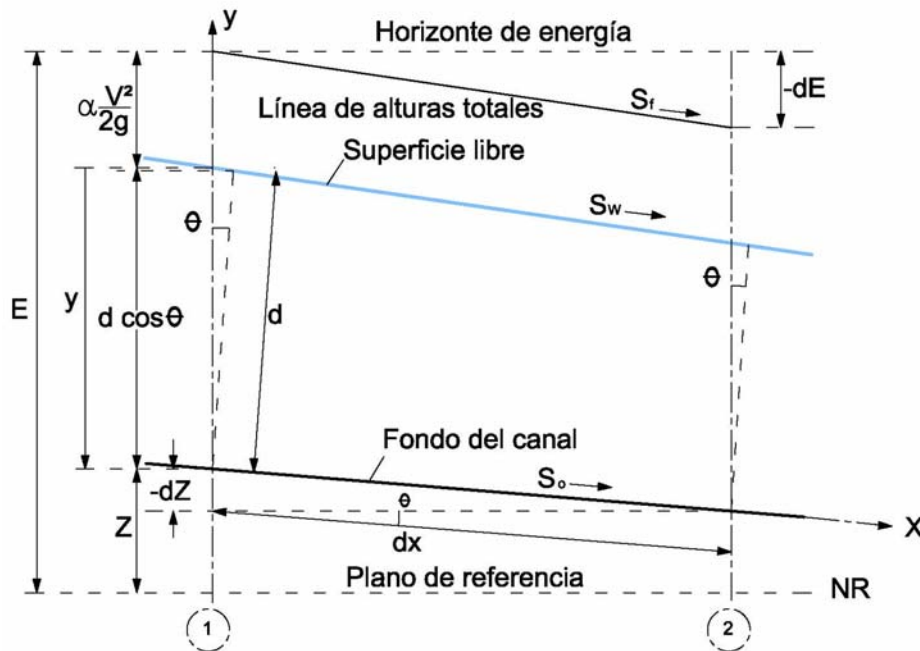


FIGURA 8-2 Deducción de la ecuación de flujo gradualmente variado

En general se cumple que:

$$S_0 \neq S_w \neq S_f$$

$$\theta \neq \beta$$

Para θ = pequeño:

$$d \cdot \cos \theta = y = \frac{P}{\gamma}$$

Estudiando una sección cualquiera de flujo, como la representada en la sección 1, se tiene que la carga o energía total sobre el plano de referencia es:

$$E = Z + y + \alpha \cdot \frac{V^2}{2 \cdot g} \quad (8-2)$$

α = Coeficiente de Coriolis que se supone constante en el tramo del canal considerado; los otros términos ya se definieron anteriormente. Tomando el fondo del canal como eje x , y diferenciando la ecuación 1 con respecto a esa longitud, se tiene:

$$\frac{dE}{dx} = \frac{dZ}{dx} + \frac{dy}{dx} + \alpha \cdot \frac{d}{dx} \left(\frac{V^2}{2 \cdot g} \right) \quad (8-3)$$

Interpretación de cada uno de los términos:

a) - $dE/dx = S$, pendiente de la línea de energía, el signo negativo se debe al hecho de que hay disminución de energía útil en el sentido del escurrimiento, luego se tiene:

$$\frac{dE}{dx} = -S_f \quad (8-4)$$

b) - $dZ/dx = \text{tg } \theta \approx \text{sen } \theta = S_0$ (Para θ = pequeño), pendiente de fondo, el signo negativo se debe a que Z decrece a medida que x crece, es decir, S_0 se supone positiva si la inclinación es descendente hacia aguas abajo (Z decrece cuando x crece) y negativa en caso contrario, luego:

$$\frac{dZ}{dx} = -S_0 \quad (8-5)$$

$$\text{c) } \alpha \cdot \frac{d}{dx} \left(\frac{V^2}{2 \cdot g} \right) = \frac{\alpha}{g} \cdot V \cdot \frac{dV}{dx} = \frac{\alpha}{g} \cdot V \cdot \frac{dV}{dy} \cdot \frac{dy}{dx} \quad (8-6)$$

y de otro lado:

$$\frac{dV}{dy} = \frac{d}{dy} \left(\frac{Q}{A} \right) = -\frac{Q}{A^2} \cdot \frac{dA}{dy} = -\frac{Q}{A^2} \cdot T = -\frac{V}{A/T} \quad (8-7)$$

Sustituyendo (8-7) en (8-6) resulta:

$$\alpha \cdot \frac{d}{dx} \left(\frac{V^2}{2 \cdot g} \right) = -\alpha \cdot \frac{V^2}{g \cdot A/T} \cdot \frac{dy}{dx} \quad (8-8)$$

pero en forma general, se tiene que:

$$\alpha \cdot \frac{V^2}{g \cdot (A/T)} = F^2 \quad (8-9)$$

luego:

$$\alpha \cdot \frac{d}{dx} \left(\frac{V^2}{2 \cdot g} \right) = -F^2 \cdot \frac{dy}{dx} \quad (8-10)$$

sustituyendo (8-4), (8-5) y (8-10) en (8-3), resulta:

$$\begin{aligned} -S_f &= -S_0 + \frac{dy}{dx} - F^2 \cdot \frac{dy}{dx} \\ (1 - F^2) \cdot \frac{dy}{dx} &= S_0 - S_f \end{aligned}$$

de donde:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - F^2} \quad \text{ó} \quad \frac{dy}{dx} = S_0 \cdot \frac{1 - \frac{S_f}{S_0}}{1 - F^2} \quad (8-11)$$

de (8-9) en (8-11) se obtiene:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - \alpha \cdot \frac{V^2 \cdot T}{g \cdot A}} \quad \text{ó} \quad \frac{dy}{dx} = S_0 \cdot \frac{1 - \frac{S_f}{S_0}}{1 - \alpha \cdot \frac{V^2 \cdot T}{g \cdot A}} \quad (8-12)$$

En la práctica se adopta $\alpha = 1$ de lo cual se obtiene:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - \frac{V^2 \cdot T}{g \cdot A}} \quad \text{ó} \quad \frac{dy}{dx} = S_0 \cdot \frac{1 - \frac{S_f}{S_0}}{1 - \frac{V^2 \cdot T}{g \cdot A}} \quad (8-13)$$

en (8-13) reemplazando $V = Q/A$, de la ecuación de continuidad resulta:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - S_f}{1 - \frac{Q^2 \cdot T}{g \cdot A^3}} \quad \text{ó} \quad \frac{dy}{dx} = S_0 \cdot \frac{1 - \frac{S_f}{S_0}}{1 - \frac{Q^2 \cdot T}{g \cdot A^3}} \quad (8-14)$$

Las ecuaciones (8-11), (8-12), (8-13) y (8-14) son diferentes formas de representar la ecuación diferencial de flujo gradualmente variado y se le denomina con el nombre de ecuación dinámica del flujo gradualmente variado. Estas ecuaciones representan la pendiente

de la superficie del agua con respecto al fondo del canal; el tirante y se mide a partir del fondo del canal, tomando este fondo como eje de abscisas (x).

8.4. CURVAS DE REMANSO

Se conoce como curvas de remanso o ejes hidráulicos, a los perfiles longitudinales que adquiere la superficie libre del líquido en un canal cuando se efectúa un escurrimiento bajo las condiciones de flujo gradualmente variado.

Geométricamente, el perfil de la superficie libre está definido por los tirantes reales que se tengan a lo largo del escurrimiento. Aplicando la ecuación (8-14) y basándose en observaciones empíricas se han logrado obtener los diferentes tipos de curvas, cuya forma depende de las condiciones de tirantes y pendientes que se tengan en cada caso.

8.4.1. CLASIFICACIÓN Y NOMENCLATURA DE LAS CURVAS DE REMANSO

8.4.1.1. TIPOS DE PENDIENTES DE FONDO (S_o)

Pendiente suave.- Se dice que la pendiente del fondo del canal es suave cuando, para las condiciones hidráulicas (Q) y características del canal (b , T , n , S_o) dadas, se genera un tirante normal (y_n) mayor que el crítico (y_c); entonces se tiene:

$$\begin{aligned} y_n &> y_c \\ S_o &< S_c \end{aligned}$$

A las curvas generadas en este tipo de pendiente se les conoce como curvas “M” (del inglés MILD: suave, subcrítica). Según Saint Vénant, las condiciones naturales de pendiente suave, en las que existe calma, movimiento tranquilo, se denominan ríos.

Pendiente crítica.- Es aquella pendiente de fondo con la cual se satisface, para las condiciones dadas, que el tirante normal es igual al tirante crítico. Aquí se cumple que:

$$\begin{aligned} y_n &= y_c \\ S_o &= S_c \end{aligned}$$

El valor de S_c puede ser calculado mediante la ecuación de Manning:

$$S = \left(\frac{Qn}{AR^{2/3}} \right)^2 \quad (8-15)$$

Las curvas de remanso generadas en este tipo de pendiente son denominadas curvas “C” (del inglés CRITICAL: crítica)

Pendiente fuerte.- Es aquella con la cual, para las condiciones dadas, se produce un tirante normal menor que el crítico. En esta se cumple que:

$$y_n < y_c$$

$$S_o > S_c$$

A las curvas generadas en este tipo de pendiente se les conoce como curvas “S” (del inglés STEEP: empinado, abrupto, subcrítico). Según Saint Vénant, las corrientes naturales de pendiente fuerte, en las que existen resaltos y otras irregularidades, son llamadas torrentes.

Pendiente horizontal.- Es aquella en la cual $S_o = 0$ y como consecuencia el tirante normal se hace infinito, es decir:

En la ecuación de Manning:

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} S^{1/2}$$

$$\text{Si } S = 0 \Rightarrow V = 0$$

Además, de la ecuación de la continuidad:

$$\text{Si } V = \frac{Q}{A} = 0 \Rightarrow A = \infty \Rightarrow y_n = \infty$$

Las curvas generadas en este tipo de pendiente se llaman curvas “H” (del inglés HORIZONTAL: horizontal).

Pendiente adversa.- Es aquella en la cual el líquido trabaja en contra de la gravedad, ya que el fondo del canal (en comparación con un plano horizontal) aumenta en el sentido del flujo, es decir la pendiente es negativa. El tirante normal y_n no existe en este tipo de pendiente por no tener significado físico, lo cual se observa al sustituir el valor negativo de S_o en la ecuación:

$$Q = \frac{1}{n} A \cdot R^{2/3} \cdot S^{1/2}$$

Si S_o es negativo:

$$\Rightarrow \sqrt{S_o} = \text{imaginario}$$

A las curvas generadas en esta pendiente se les llama curvas “A” (del inglés ADVERSE: adversa)

8.4.1.2. ZONAS DE GENERACIÓN DE LAS CURVAS DE REMANSO

Zona 1.- Se dice que una curva de remanso se presenta en la Zona 1, cuando el tirante real de escurrimiento posee valores mayores que el normal y el crítico (Figura 8-3)

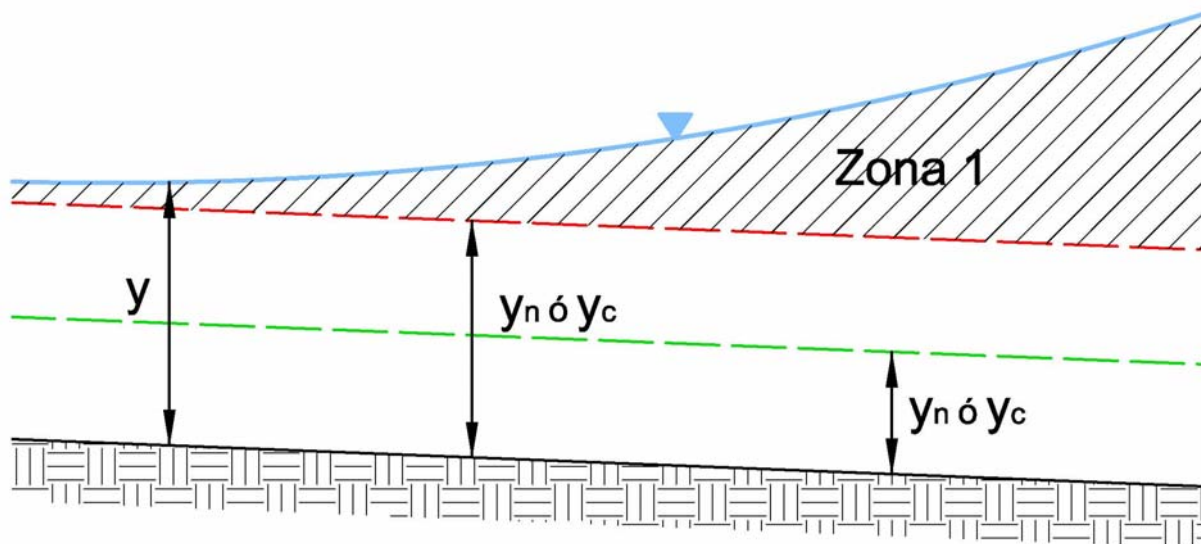


FIGURA 8-3 Curva de remanso en zona 1.

Es decir, $y > y_n$, $y > y_c$
 donde: $y_n > y_c$ ó $y_c > y_n$

Zona 2.- La curva de remanso se localiza en la zona 2 cuando el tirante real del flujo se encuentra comprendido entre el normal y el crítico, (Figura 8-4) pudiendo ser:

$$y_c \leq y \leq y_n \quad \text{ó} \quad y_n \leq y \leq y_c$$

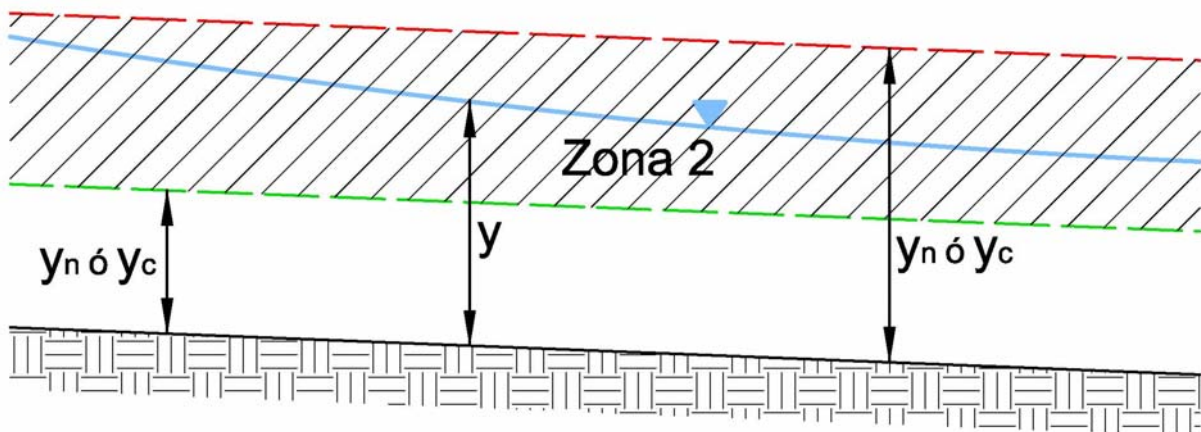


FIGURA 8-4 Curva de remanso en zona 2

Zona 3.- Es aquella que establece la generación del tirante real por debajo de los valores del normal y el crítico, pudiendo ser este mayor que aquel o viceversa (Figura 8-5). Es decir:

$$y < y_n, \quad y < y_c$$

Siendo:

$$y_n > y_c \quad \text{ó} \quad y_c > y_n$$

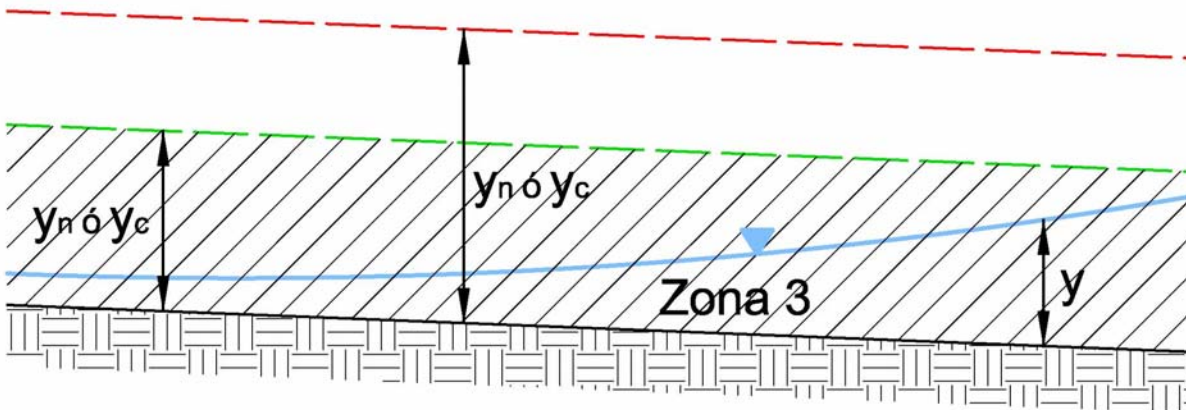


FIGURA 8-5 Curva de remanso en zona 3.

Tomando en consideración la clasificación realizada por Bakhmeteff, de las curvas de remanso basada en el tipo de pendiente y las zonas de generación del perfil, se tienen las curvas M1, M2, M3, C1, ..., A2, A3, las mismas que se muestran en la Tabla 8-1. De acuerdo con los tipos de pendientes, se sabe que el tirante normal, en las curvas H, es infinito, mientras que en las curvas A no es real, por lo cual en ambos casos, no puede existir ninguna curva de remanso en la zona 1, luego es imposible que existan curvas H1 y A1; de otro lado, la C2, no es curva propiamente dicha sino mas bien una recta (flujo crítico uniforme). De este análisis se desprende que las 15 curvas de remanso aparentes que se puedan generar, en realidad solo se tienen 12 curvas.

8.4.2. PROPIEDADES GENERALES DE LAS CURVAS DE REMANSO

Las siguientes propiedades son comunes a todas las curvas:

1. Las curvas que tienden al tirante normal y_n se acercan a ella asintóticamente.

En efecto en la ecuación (8-11):

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_o - S_f}{1 - F^2}$$

Si y tiende a y_n el valor de S_f tiende a S_o , lo que hace que:

$$\lim_{y \rightarrow y_n} (S_o - S_f) = 0$$

y por lo cual:

$$\lim_{y \rightarrow y_n} (dy / dx) = 0$$

Esto significa que el perfil del flujo es paralelo al fondo del canal, es decir, que no puede cortar nunca a la línea del tirante normal pero puede confundirse con ella en régimen uniforme (curvas M1, M2, C3, S2, S3).

Las curvas que tienden al tirante normal se acercan a ella asintóticamente, hacia aguas arriba para pendientes menores que la crítica, y hacia aguas abajo para pendientes superiores a la crítica. En otras palabras cuando una singularidad rompe la uniformidad del escurrimiento el régimen que se establece lejos de ella es necesariamente uniforme. Una singularidad hará sentir sus efectos hacia aguas arriba en régimen subcrítico y hacia aguas abajo en régimen subcrítico.

TABLA 8-1 Curvas de remanso. (Adaptado de: Máximo Villón B.)

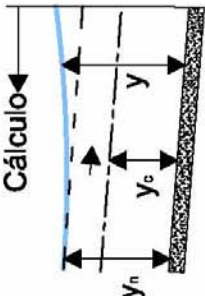
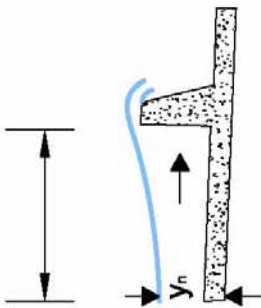
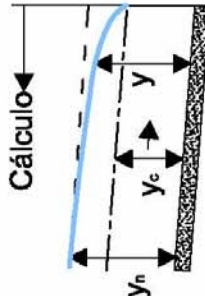
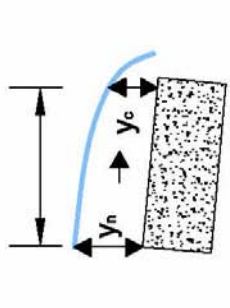
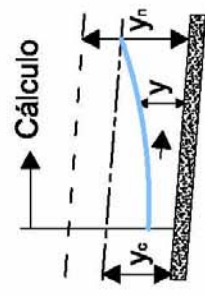
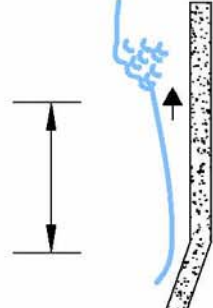
Pendiente positiva, suave o subcrítica							
		So > 0		So < Sc		yo > yc	
Nomenclatura	Geometría de la curva de remanso y sentido de aplicación de los métodos de cálculo	Profundidad en el sentido del flujo	$\frac{dy}{dx}$	Ejemplo de presentación de la curva	Observaciones		
M ₁		AUMENTA	$\frac{+}{-} = \frac{+}{+}$		Se presenta en estructuras de control, como vertederos y compuertas, o en estrechamientos o curvas, los cuales producen un efecto de remanso en el flujo. Su longitud puede ser de varios kilómetros.		
M ₂		DISMINUYE	$\frac{-}{-} = \frac{+}{+}$		Ocurre en pendiente suave, cuando el tirante se reduce, por ejemplo, en un estrechamiento de la sección, o en la proximidad de una rápida o una caída. Este perfil es corto en comparación con el M ₁ .		
M ₃		AUMENTA	$\frac{-}{-} = \frac{-}{-}$		Se puede encontrar aguas abajo de un cambio de pendiente supercrítico a subcrítico, o después de la descarga de una compuerta. Esta regida por las condiciones aguas abajo y termina regularmente en un resalto, es un perfil corto.		

TABLA 8-1 Curvas de remanso (continuación).

Pendiente positiva, suave o supercrítica		So > 0		So > Sc		yo < yc	
Nomenclatura	Geometría de la curva de remanso y sentido de aplicación de los métodos de cálculo	Profundidad en el sentido del flujo	$\frac{dy}{dx}$	Ejemplo de presentación de la curva	Observaciones		
S ₁		AUMENTA	$\begin{matrix} + & + \\ - & = \\ + & + \end{matrix}$		Es producido por una estructura de control, como una presa o compuerta de control, situada en un tramo en gran pendiente. Principia después de un resalto y termina en la obstrucción.		
S ₂		DISMINUYE	$\begin{matrix} + & - \\ - & = \\ - & - \end{matrix}$		Es generalmente muy corto y se encuentra comúnmente en la entrada de un tramo de gran pendiente o aguas debajo de un cambio de pendiente suave a fuerte.		
S ₃		AUMENTA	$\begin{matrix} - & + \\ - & = \\ - & - \end{matrix}$		Se puede producir aguas abajo de una compuerta, situada en un canal de gran pendiente, o aguas debajo de la intersección de un cambio de un tramo con gran pendiente a otro con menos pendiente.		

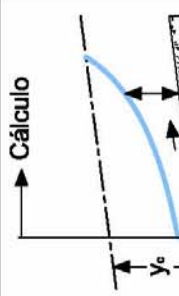
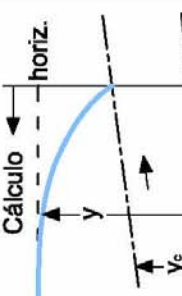
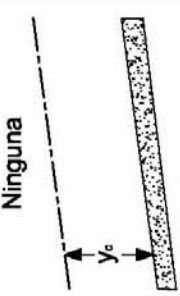
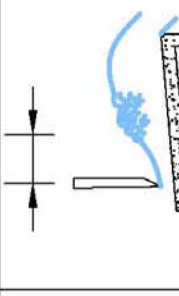
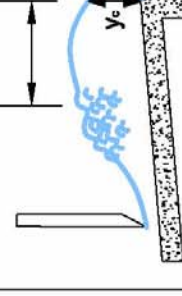
TABLA 8-1 Curvas de remanso (continuación).

		Nomenclatura	Geometría de la curva de remanso y sentido de aplicación de los métodos de cálculo	Profundidad en el sentido del flujo	$\frac{dy}{dx}$	Ejemplo de presentación de la curva	Observaciones
Pendiente crítica	$So = Sc$	Perfil en la zona 1 $y > y_n$ $So > Se$		AUMENTA	$\frac{+}{-} = \frac{+}{+}$		Debiera ser un perfil aproximadamente horizontal, pero como se intuye, la inestabilidad propia del estado crítico, se manifiesta en la forma de una ondulación superficial apreciable.
		Perfil en la zona 2 $y_n \leq y < y_c$ o $y_c < y < y_n$ $So < Se$ o $So \geq Se$		CONSTANTE	$\frac{dy}{dx} = 0$		No es una curva de remanso, sino una recta, ya que como se observa, establece la formación de un régimen uniforme y crítico, para las condiciones dadas.
		Perfil en la zona 3 $y < y_n$ y $y < y_c$ $So < Se$		AUMENTA	$\frac{-}{-} = \frac{+}{-}$		Lo mismo que para C1

TABLA 8-1 Curvas de remanso (continuación).

Pendiente horizontal		Nomenclatura		Geometría de la curva de remanso y sentido de aplicación de los métodos de cálculo		Profundidad en el sentido del flujo		$\frac{dy}{dx}$		Ejemplo de presentación de la curva		Observaciones	
Pendiente horizontal		$y_n \rightarrow \infty$		<p>Perfil en la zona 1</p> <p>$y > y_n$ $y > y_c$ $S_o > S$</p> <p>Ninguna</p>		NO EXISTE						Debido a que el tirante normal es infinito, no puede existir ninguna curva de remanso generada en la zona 1 para este tipo de pendiente de fondo.	
		$y_n > y_c$		<p>Perfil en la zona 2</p> <p>$y_n \leq y < y_c$ o $y_c < y < y_n$ $S_o \leq S$ o $S_o > S$</p> <p>Cálculo</p>		DISMINUYE						La curva H ₂ es el límite inferior de la M ₂ .	
		$S_o = 0$		<p>Perfil en la zona 3</p> <p>$y < y_n$ $y < y_c$ $S_o < S$ o S_e</p> <p>Cálculo</p>		AUMENTA						La curva H ₃ es el límite inferior de la M ₃ .	

TABLA 8-1 Curvas de remanso (continuación).

Pendiente negativa, adversa o contrapendiente		So < 0		yn no existe	
Perfil en la zona 3 y < yn y < yc So < Se		Perfil en la zona 2 yn < y < yc o yc y yn So ≤ Se o So S		Perfil en la zona 1 y > yn y > yc So > S	
A3		A2		A1	
AUMENTA		DISMINUYE		NO EXISTE	
+ - -		+ - -			
					
Lo mismo que para A2.		La pendiente negativa es rara. los perfiles generados en esta pendiente de fondo son extremadamente cortos.		Por no estar definida la ubicación del tirante normal, no se puede generar ninguna curva de remanso en la zona 1, para este tipo de pendiente de fondo.	
Ejemplo de presentación de la curva		Observaciones			

2. Las curvas que tienden al tirante crítico y_c , se acercan a ella, en este punto, en forma perpendicular a la línea del tirante y_c .

En la ecuación (8-11), si y tiende a y_c , el valor de F tiende a 1, lo que hace que:

$$\lim_{y \rightarrow y_c} (1 - F) = 0$$

y por lo cual:

$$\lim_{y \rightarrow y_c} (dy/dx) = \infty$$

Esto significa que el perfil del flujo se vuelve vertical en la proximidad de tirante crítico (curvas M2, S2, H2, A2). Esto significa que si el perfil se desarrolla en régimen supercrítico ocurre una discontinuidad, presentándose el resalto hidráulico antes de que y alcance el valor de y_c (curvas M3, H3, A3), por lo contrario si el perfil se desarrolla en régimen subcrítico, dicho perfil logra una curvatura al aproximarse y al valor de y_c para volverse vertical en el punto en que $y = y_c$ (curvas M2, H2, A2).

En ambos casos, se presenta un flujo rápidamente variado, por eso la ecuación (8-11) y sus derivados no pueden usarse para describir o calcular exactamente el perfil del flujo cerca del tirante crítico.

3. Cuando el tirante y tiende a ser muy grande, las curvas tienden a ser tangentes a una horizontal. En efecto, en la ecuación (8-11), si y tiende a infinito S_f y F^2 tienden a cero, es decir:

$$\lim_{y \rightarrow \infty} S_f = \lim_{y \rightarrow \infty} \left(\frac{V \cdot n}{R^{2/3}} \right)^2 = \lim_{y \rightarrow \infty} \left(\frac{Q \cdot n}{AR^{2/3}} \right)^2 = 0$$

$$\lim_{y \rightarrow \infty} F^2 = \lim_{y \rightarrow \infty} \left(\frac{V}{gA/T} \right)^2 = \lim_{y \rightarrow \infty} \left(\frac{Q}{gA^3/T} \right)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \lim_{y \rightarrow \infty} (dy/dx) = S_o$$

que corresponde a una línea horizontal que forma un ángulo θ ($\text{sen} \theta = S_o$) con el fondo del canal (Figura 8-2). Esto significa que la superficie del agua es asintótica a la horizontal (curvas H2, A2)

8.4.3. EJEMPLOS REALES DE CURVAS DE REMANSO

1. Perfiles tipo M

El perfil M1 representa la curva de remanso más común. Este es el más importante de todos los perfiles de flujo desde el punto de vista práctico. Ejemplos típicos del perfil M1 son el perfil detrás de una represa, vertedero, compuertas y otros accidentes naturales, como estrechamientos y curvas. Su longitud puede ser de varios kilómetros extendiéndose hacia aguas arriba desde la estructura de control hasta una sección en la que el tirante difiera de uno, dos o tres por ciento respecto a la normal.

El perfil M2 ocurre en pendiente suave, cuando el tirante se reduce en el sentido del flujo, por ejemplo en un estrechamiento de la sección o en la proximidad de una rápida o una caída.

El perfil M3 se puede encontrar aguas debajo de un cambio de pendiente supercrítica a subcrítica, o después de la descarga de una compuerta. Está regido por las condiciones aguas abajo y termina normalmente en un resalto hidráulico. Los perfiles M2 y M3 son muy cortos en comparación con el M1.

2. Perfiles tipo S

El perfil S1 es producido por una estructura de control, como presa o compuerta, situada en un canal de gran pendiente, iniciada después de un resalto hidráulico y terminada en la obstrucción.

El perfil S2 se encuentra normalmente a la entrada de un tramo de gran pendiente o aguas debajo de un cambio de pendiente de suave a fuerte. Su longitud es generalmente corta extendiéndose desde la sección de control (tirante crítico) hacia aguas abajo, hasta una sección en la que el tirante difiere en uno, dos o tres por ciento respecto a la normal.

El perfil S3 se puede producir aguas abajo de una compuerta situada sobre un canal de gran pendiente o aguas abajo de la intersección de un cambio de un tramo con gran pendiente a otro con menos pendiente.

3. Perfil tipo C

En este tipo de perfiles hay solamente dos debido a que los tirantes normal y crítico coinciden, estos deberán ser aproximadamente horizontales pero la inestabilidad propia del estado crítico se manifiesta en la forma de una ondulación apreciable.

4. Perfil tipo H

Estos son los casos límites de los perfiles tipo M cuando el fondo del canal se hace horizontal. Los perfiles H2 y H3 corresponden a los perfiles M2 y M3 pero ningún perfil H1 puede establecerse ya que y_n es infinito.

5. Perfil tipo A

Los perfiles tipo A no ocurren frecuentemente, pues la pendiente S_o negativa es rara. El perfil A1 es imposible, ya que el valor de y_n no es real y los perfiles A2 y A3 son similares a los perfiles H2 y H3, respectivamente.

8.4.4. PROCEDIMIENTO PARA DETERMINAR EL TIPO DE CURVA DE REMANSO

Este procedimiento permite predecir la forma general del perfil del flujo, lo que constituye una parte muy significativa en todos los problemas de diseño de un canal para un flujo gradualmente variado. Las pautas que se siguen son:

1. Dibujar el perfil longitudinal del canal (Figura 8-6), distorsionando las escalas vertical y horizontal. Dado que un canal es una obra esencialmente lineal se deberá tener una escala vertical mucho mayor que la horizontal, para hacer apreciables las fluctuaciones de la curva de remanso o eje hidráulico.

2. En el perfil longitudinal marcar las singularidades como los cambios de pendiente y diferenciar los distintos tramos que se originan, tanto por cambios de pendiente como los cambios de material de fondo del canal (Figura 8-7).

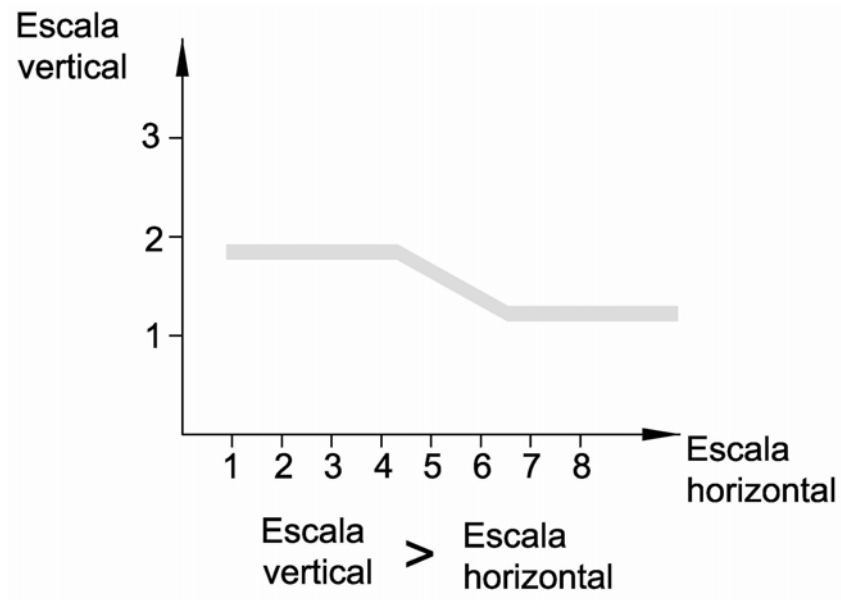


FIGURA 8-6 Dibujo del perfil longitudinal.

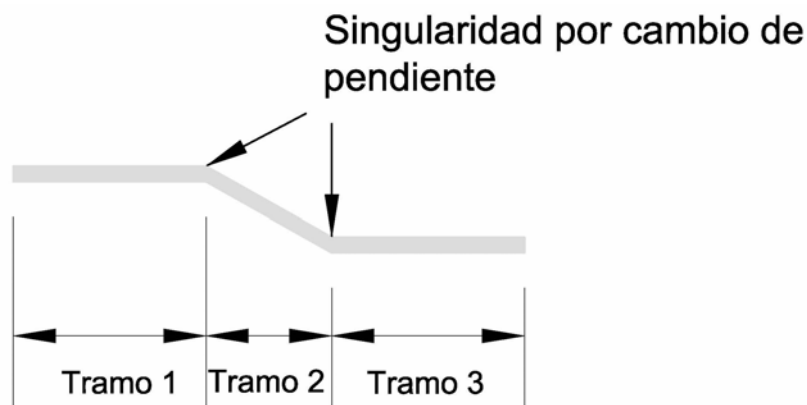


FIGURA 8-7 Ubicación de singularidades y tramos.

3. Calcular y_n y dibujar la línea teórica de profundidad normal para cada tramo (Figura 8-8), de acuerdo con los datos particulares en cada uno. Hay que tener presente que de acuerdo con la ecuación de Manning conjugada con la continuidad:

$$Q = \frac{1}{n} \frac{A^{5/3}}{P^{2/3}} S^{1/2} \Rightarrow f(y_n) = \frac{A^5}{P^2} = \left(\frac{Qn}{S^{1/2}} \right)^3$$

y_n depende de la forma de la sección transversal, de la pendiente y del coeficiente de rugosidad, por lo cual su cálculo será imprescindible toda vez que exista una variación de estos valores.

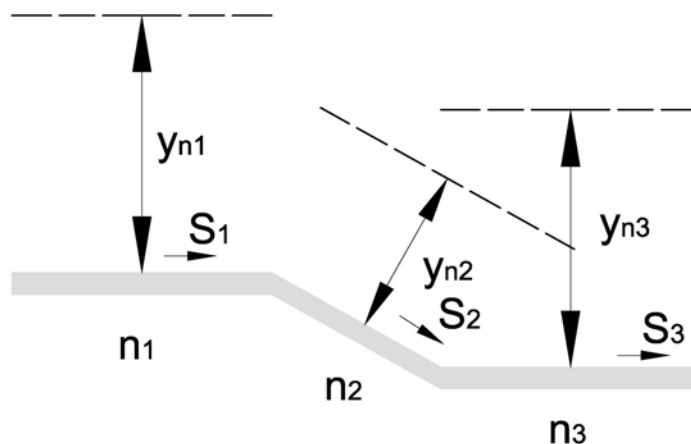
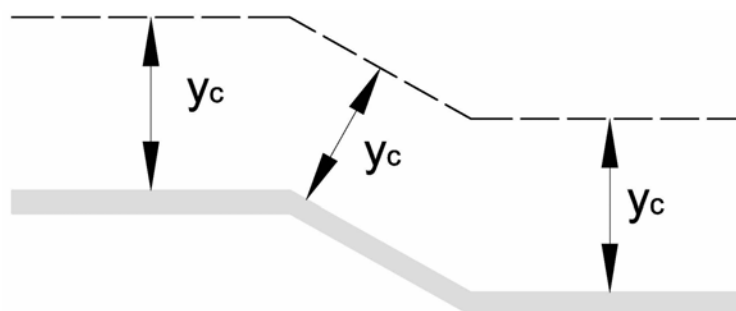


FIGURA 8-8 Cálculo del tirante normal de cada tramo.

4. Calcular y_c y dibujar la línea teórica de profundidad crítica para las secciones transversales que se tengan (Figura 8-9). Recordar que de acuerdo con la ecuación para el flujo crítico:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A_c^3}{T_c} \rightarrow f(y_c) = \frac{A_c^3}{T_c} = \frac{Q^2}{g} \quad (8-16)$$

y_c depende únicamente de la forma de la sección transversal, por lo que mientras esta se mantenga constante en todos los tramos, aun cuando la pendiente o el coeficiente de rugosidad varíen, el tirante crítico es el mismo para todos los casos.



y_c es función solo de la forma de la sección transversal

FIGURA 8-9 Cálculo del tirante crítico de cada tramo.

5. Definir y ubicar las posibles secciones de control que se presentan a lo largo de los tramos de estudio (Figura 8-10), entendiéndose como tales aquellas en que la altura de agua depende de consideraciones distintas a las del movimiento gradualmente variado (en el cual el tirante real se calcula en función del caudal), y que determinan puntos conocidos del eje hidráulico, tanto en ubicación, como en valor del tirante real.

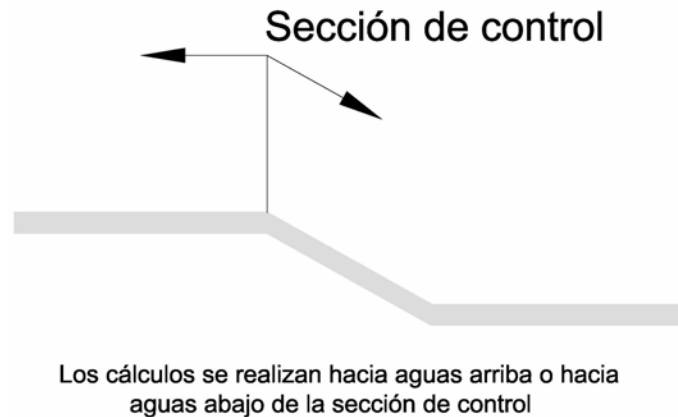


FIGURA 8-10 Ubicación de las secciones de control.

6. Establecer las condiciones de pendiente de fondo para cada tramo, comparando el tirante normal con el crítico (Figura 8-11). Luego se obtiene la letra de la curva (M, C, S, H ó A).

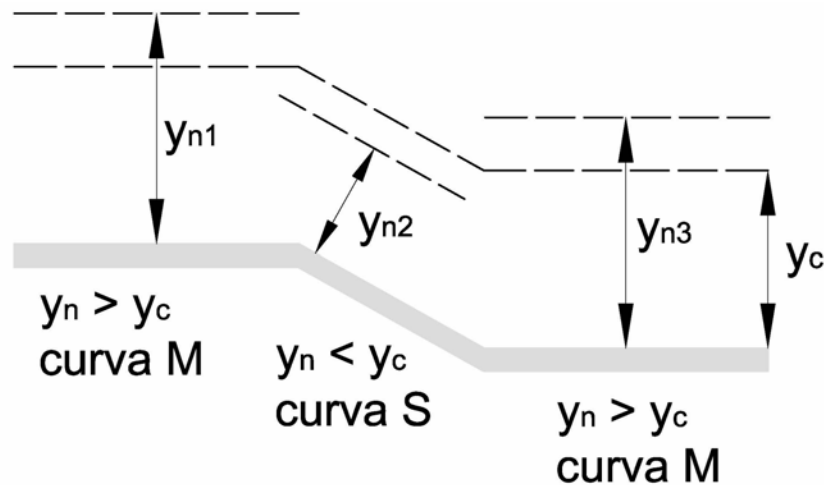


FIGURA 8-11 Establecimiento de las condiciones de pendiente.

7. Establecer las condiciones de pendiente de tirantes para cada tramo, comparando el tirante real con el normal y el crítico (Figura 8-12). Con esto se establece la zona de generación de la correspondiente curva de remanso, y por tanto el número de la curva (1,2 ó 3).

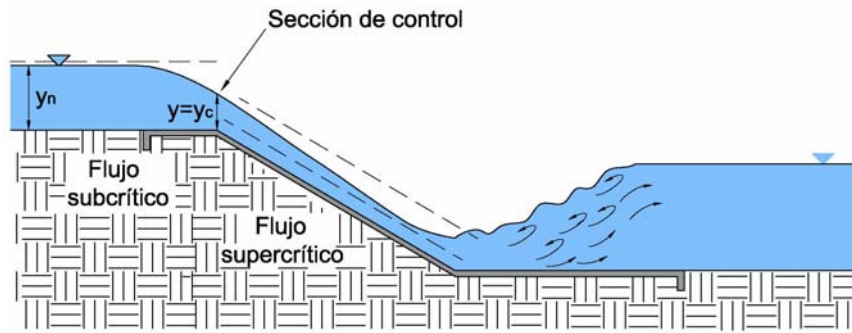


FIGURA 8-12 Establecimiento de las zonas de generación de las curvas.

8. A partir de 6 y 7 definir tipo de curva, con su letra y número (Figura 8-13), para determinar su geometría usando el Tabla 8-1. Definida la geometría del perfil y partiendo de la profundidad real en cada sección de control, trazar en cada tramo un perfil contiguo.

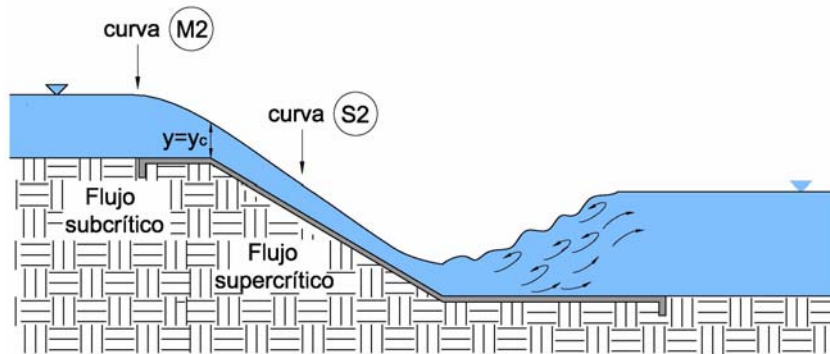


FIGURA 8-13 Establecimiento de los tipos de curva.

9. Cuando el flujo es supercrítico en la porción aguas arriba de un tramo pero subcrítico en la porción aguas abajo, el perfil del flujo tiene que pasar la profundidad crítica en algún lugar del tramo, esto se realiza a través de la formación del resalto hidráulico (Figura 8-14).

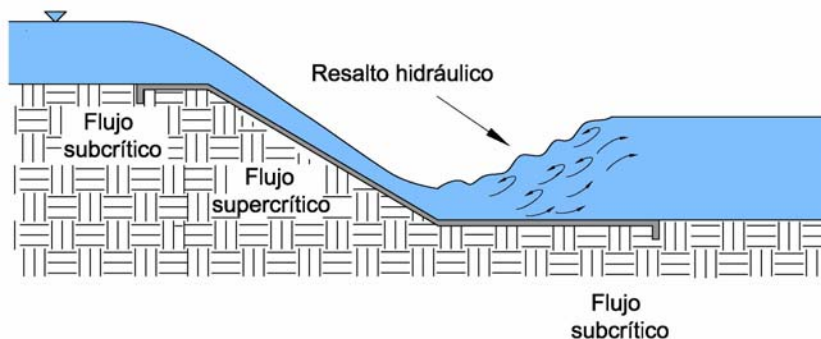


FIGURA 8-14 Ubicación de los lugares donde se producen resaltos hidráulicos.

8.4.5. SECCIÓN DE CONTROL

Se define como sección de control aquella sección particular de un canal, en la que la profundidad del flujo es conocida o puede ser controlada a un nivel requerido. Este tipo de sección se conoce por dos elementos; cuando es posible ubicarla físicamente y además en donde el tirante real se puede calcular en función del caudal.

Una sección crítica es una sección de control debido a que se puede establecer una relación definida entre el tirante crítico y el caudal a partir de la ecuación general del flujo crítico. Para el caso de una sección rectangular, se obtiene que la velocidad crítica es:

$$V_c = \sqrt{gy_c} \quad (8-17)$$

De otro lado, si en la superficie libre de un canal se produce una onda superficial, esta adquiere una celeridad c , es decir, una velocidad con respecto a la corriente, que aproximadamente es igual a:

$$c = \sqrt{gy} \quad (8-18)$$

Si se comparan los valores de la velocidad y celeridad, se observa que en el estado crítico, la velocidad es igual a la celeridad de dichas ondas, por tanto, en este régimen, es posible la transmisión de disturbios hacia aguas arriba; lo contrario acontece con el régimen supercrítico en que los disturbios solo se transmiten hacia aguas abajo.

Un mecanismo de control como una compuerta puede hacer sentir su influencia hacia aguas arriba, es decir, el régimen subcrítico esta sujeto a un control desde aguas abajo. Por el contrario, el régimen supercrítico no puede quedar influenciado por lo que ocurra aguas abajo, y solo puede quedar controlado desde aguas arriba.

Para el cálculo del perfil del flujo variado se establece la sección de control que proporcione las condiciones iniciales y se procede a calcular hacia aguas arriba de la sección de control o hacia aguas abajo, según que el régimen en que se desarrolla el perfil sea subcrítico o supercrítico. Estas direcciones de cálculo se indican en el Tabla 8-1 para todos los tipos de perfiles.

Algunos ejemplos de secciones de control son las presas, vertederos y compuertas así como también la intersección bien definida de la línea del perfil de flujo y la correspondiente al tirante crítico, esto último ocurre en el punto de cambio de pendiente de dos tramos, el aguas arriba de pendiente suave y el de aguas debajo de pendiente fuerte, como se muestran en la Figura 8-15.

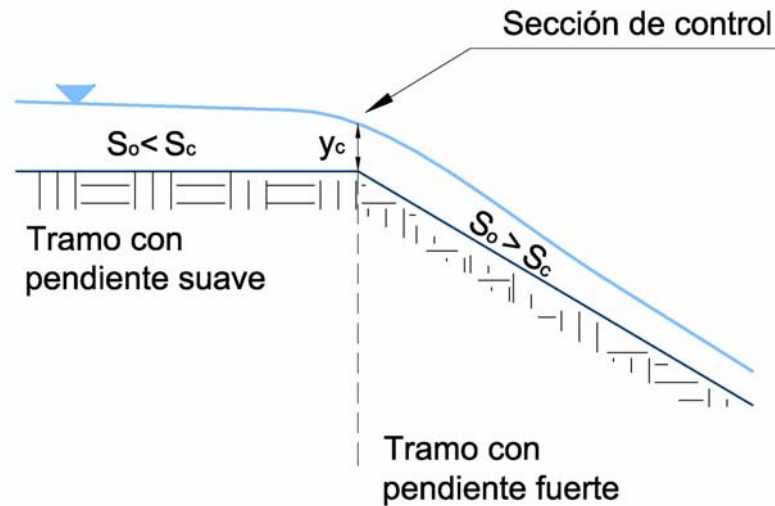


FIGURA 8-15 Ejemplo de una sección de control.

8.5. MÉTODOS DE CÁLCULO

Una vez definido el tipo de perfil de flujo y los puntos de control se procede al cálculo numérico de los tirantes reales a lo largo del escurrimiento para cada uno de los tramos con pendiente de fondo constante; en la Tabla 8-1 se indica el sentido de cálculo que debe realizarse para cada tramo especificado.

El cálculo de los perfiles de flujo gradualmente variado se realiza básicamente, dando solución a la ecuación dinámica del flujo gradualmente variado. Existen varios procedimientos para el cálculo, que en forma genérica se pueden clasificar en tres métodos básicos:

- Método de integración gráfica
- Método de integración directa
- Método numérico

8.5.1. MÉTODO DE INTEGRACIÓN GRÁFICA

Es el método menos exacto, sobre todo si los incrementos Δy son grandes, puesto que se resuelve la integral del flujo gradualmente variado, utilizando trapecios. Este método está basado en la integración artificial de la ecuación dinámica del flujo gradualmente variado, mediante un proceso gráfico, siendo la ecuación diferencial del flujo gradualmente variado:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_o - S_f}{1 - \frac{Q^2 T}{g A^3}}$$

$$\Rightarrow dx = \frac{1 - \frac{Q^2 T}{g A^3}}{S_o - S_f} dy \quad (8-19)$$

Donde Q , g , S_o son constantes y T , A , S_f son funciones del tirante y , por lo cual:

$$f(y) = \frac{1 - \frac{Q^2 T}{g A^3}}{S_o - S_f} \quad (8-20)$$

Luego la ecuación (8-19) puede expresarse como:

$$dx = f(y) dy \quad (8-21)$$

Considerando las secciones (1) y (2) de un canal a las distancias x_1 y x_2 respectivamente (medidas desde un origen arbitrario) y en las cuales se presentan los tirantes y_1 y y_2 (Figura 8-16).

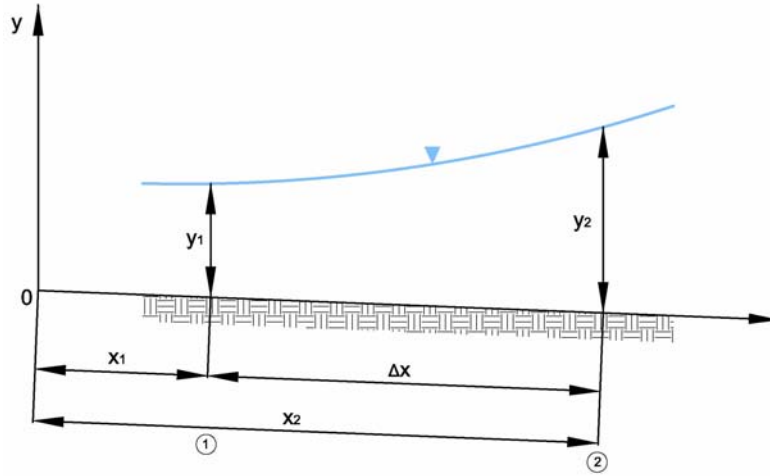


FIGURA 8-16 Tramo de un canal

La distancia de separación de estas dos secciones, a lo largo del canal será:

$$\int_{x_1}^{x_2} dx = \int_{y_1}^{y_2} f(y) dy$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = \int_{y_1}^{y_2} f(y) dy \quad (8-22)$$

Uno de los conceptos elementales del cálculo integral, aplicando la definición de Riemann para la integral definida indica que:

$$\int_{y_1}^{y_2} f(y) dy$$

Es el área achurada A (Figura 8-17), formada por la curva, el eje y, y las ordenadas de $f(y)$ correspondientes a y_1 y y_2 , es decir: $f(y_1)$ y $f(y_2)$:

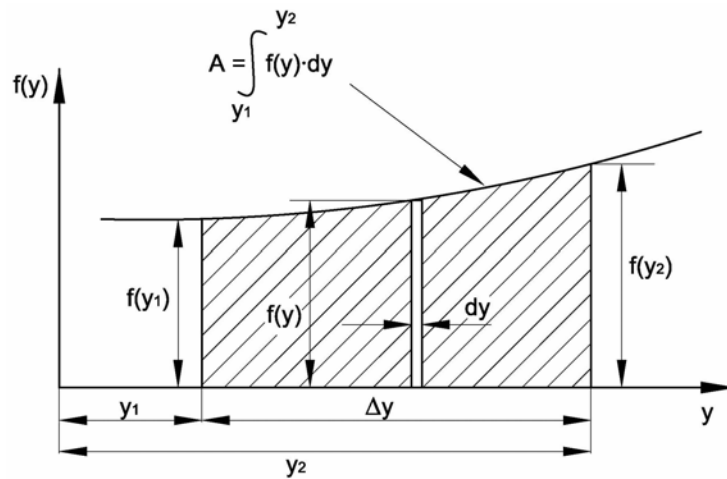


FIGURA 8-17 Área bajo la curva.

De acuerdo con la ecuación (8-22) el valor Δx es igual al área sombreada, es decir:

$$\Delta x = A = \int_{y_1}^{y_2} f(y) dy \quad (8-23)$$

Dicha área puede determinarse por medio de un planímetro, por el uso de la regla de Simpson (considerando el área como un trapecio) o por cualquier otro procedimiento que proporcione la precisión requerida.

El método se aplica a cualquier tipo de perfil de flujo e canales prismáticos y así como a los no prismáticos de cualquier forma y pendiente.

8.5.1.1. PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO

El procedimiento de cálculo es como sigue:

1.- Construir la grafica $f(y)$, para esto se fijan en forma adecuada los tirantes y , considerando, en lo posible, un incremento constante Δy ; luego para cada valor de y , se calcula el correspondiente $f(y)$. Estos cálculos se resumen en la Tabla 8-2.

La curva se construye graficando las columnas (1) vs. (9). Como información adicional, en la Figura 8-18 se muestra la forma de las curvas de $f(y)$ para las curvas de remanso generadas en pendiente suave y fuerte.

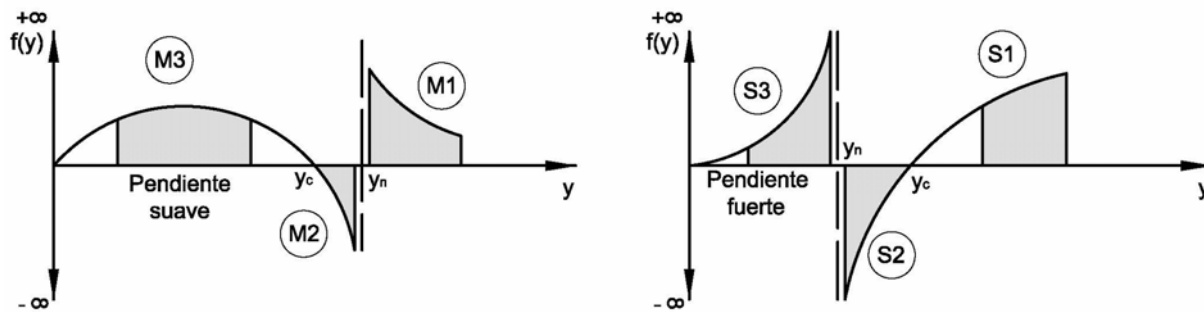


FIGURA 8-18 Curvas $f(y)$ para diferentes tipos de curvas de remanso.

2.- Evaluar las áreas parciales de la curva $f(y)$ para cada dos valores consecutivos de y , mediante el planímetro o realizando los cálculos geométricos al asumir a las áreas parciales como trapecios; esto será mas aproximado cuanto mas pequeño sea el Δy (Figura 8-19). Las áreas parciales representan las distancias entre dos secciones del canal es decir, $\Delta x = A$ (Figura 8-20), los cuales se colocan en la columna (10) de la Tabla 8-2.

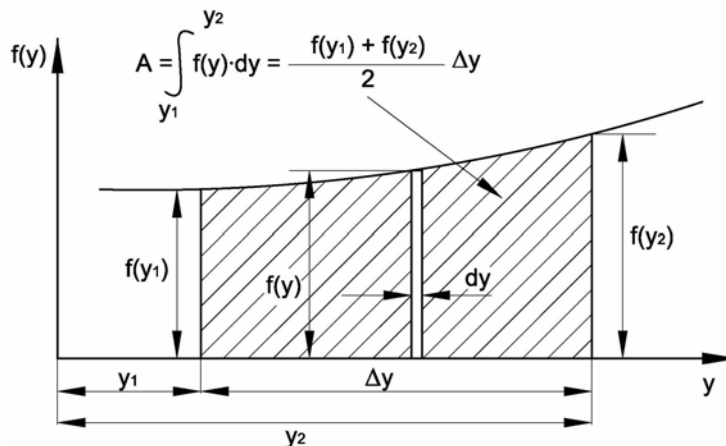


FIGURA 8-19 Área bajo la curva $f(y)$.

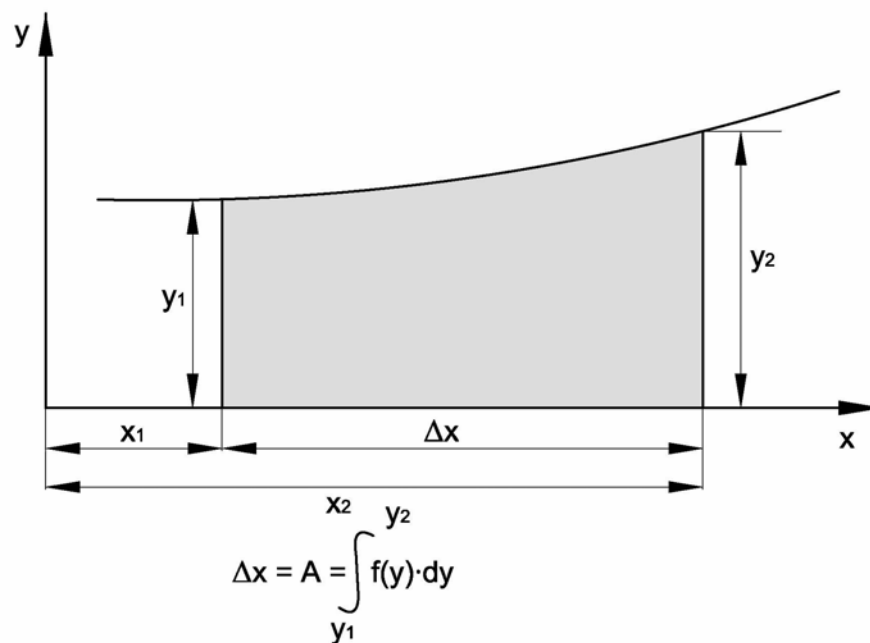


FIGURA 8-20 El área representa la distancia que separa los tirantes y_1 y y_2 .

3.- Acumular las distancias obtenidas para cada tramo (Figura 8-21), a partir de la sección de control considerada como punto de inicio de los cálculos; estos valores se colocan en la columna (11) de la Tabla 8-2.

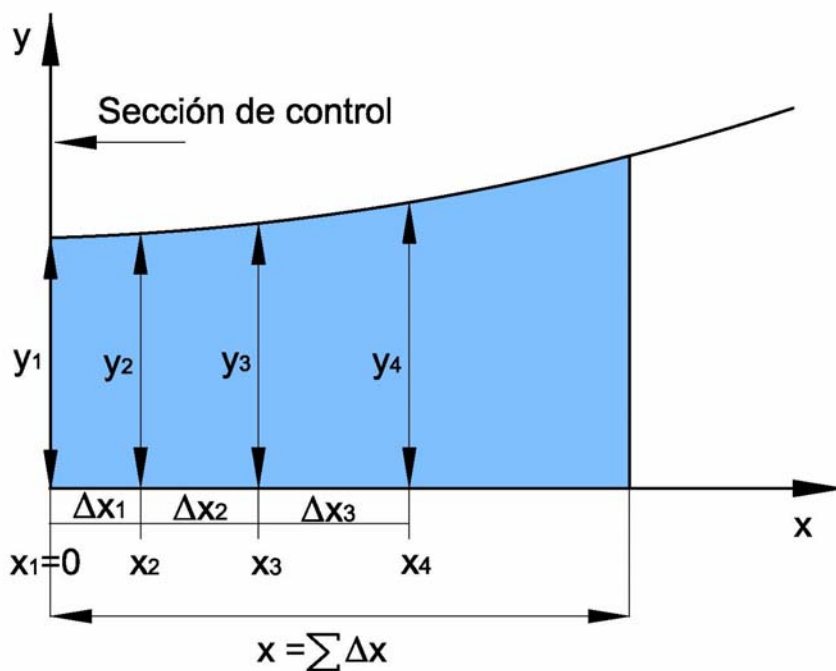


FIGURA 8-21 Acumular distancias a partir de la sección de control.

TABLA 8-2 Planilla de cálculo para el método de integración gráfica
(Fuente: M. Villón B)

y	A	T	R	$V = \frac{Q}{A}$	$S_f = \left(\frac{n \cdot V}{R^{2/3}} \right)^2$	$1 - \frac{Q^2 \cdot T}{g \cdot A^3}$	$S_o - S_f$	$f(y) = \frac{1 - \frac{Q^2 \cdot T}{g \cdot A^3}}{S_o - S_f}$	$\Delta x = A$	x
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
y_i										
$y_i + \Delta y$										
:										
:										
y_f										

8.5.2. MÉTODO DE INTEGRACIÓN DIRECTA (BAKHMETEFF)

La ecuación diferencial de flujo gradualmente variado no puede expresarse explícitamente en términos de y para todos los tipos de secciones transversales de canal; por consiguiente una integración directa y exacta de la ecuación es casi imposible. Se han hecho muchos intentos para resolver la ecuación para algunos casos especiales o para introducir suposiciones que hacen manejable la ecuación en términos de integración matemática.

En el método de Bakhmeteff la longitud de canal bajo consideración se divide en tramos cortos. El cambio en la pendiente crítica dentro del rango pequeño de variación de la profundidad en cada tramo se supone constante y la integración se lleva a cabo mediante pasos cortos con la ayuda de una función de flujo variado. Mononobe introdujo dos suposiciones para los exponentes hidráulicos. Mediante estas suposiciones los efectos de cambio de velocidad y de altura de fricción se tienen en cuenta en su totalidad sin necesidad de dividir la longitud del canal en tramos pequeños. Luego, el método de Mononobe permite un cálculo mas directo y preciso en el cual los resultados pueden obtenerse sin recurso de pasos sucesivos. Al aplicar este método a problemas prácticos, la primera suposición no es muy satisfactoria en muchos casos.

El método descrito a continuación es el resultado de un estudio sobre muchos de los métodos existentes. Una de las hipótesis fundamentales de este método es la suposición de que los llamados exponentes hidráulicos se mantienen constantes en el tramo considerado.

8.5.2.1. PROCEDIMIENTO DE INTEGRACIÓN

El procedimiento que se presenta a continuación es valido principalmente para cualquier tipo de sección transversal en canales prismáticos.

De la ecuación (8-14) se tiene:

$$\frac{dy}{dx} = S_o \frac{1 - \frac{S_f}{S_o}}{1 - \frac{Q^2 T}{gA^3}}$$

$$\Rightarrow dx = \frac{1}{S_o} \cdot \frac{1 - \frac{Q^2 T}{gA^3}}{1 - \frac{S_f}{S_o}} dy \quad (8-24)$$

Transformando esta ecuación en términos de y, y_n, y_c, N y M :

Bakmeteff asumió empíricamente que:

$$K^2 = \left(\frac{1}{n} A \cdot R^{2/3} \right)^2 = Cy^N \quad (8-25)$$

Donde:

K = factor de conducción (*conductividad*)

C = coeficiente de proporcionalidad

N = exponente hidráulico para cálculos de flujo uniforme que depende de la forma de la sección y del tirante.

La ecuación (8-25) es más aproximada para unas secciones que para otras, pero en la comprobación de la misma realizada con secciones de las más variadas formas se ha obtenido un grado de aceptación notable.

La ecuación (8-25) puede escribirse como:

$$K^2 = \frac{Q^2}{S} = Cy^N \quad (8-26)$$

donde $S = S_f$ = pendiente de la línea de energía, es decir:

$$S_f = \frac{Q^2}{Cy^N} \quad (8-27)$$

En el caso del flujo uniforme $y = y_n$ y $S_E = S_o$, luego:

$$S_o = \frac{Q^2}{Cy_n^N} \quad (8-28)$$

Dividiendo (8-27) entre (8-28), se tiene:

$$\frac{S_f}{S_o} = \left(\frac{y_n}{y} \right)^N \quad (8-29)$$

El factor de sección Z puede ser expresado como una función del tirante, y se puede suponer que:

$$Z^2 = \frac{A^3}{T} = Cy^M \quad (8-30)$$

Donde:

C = coeficiente de proporcionalidad

M = exponente hidráulico para cálculos de flujo crítico que depende de la forma de la sección y del tirante.

En caso de flujo crítico se tiene:

$$Z_c^2 = Cy_c^M \quad (8-31)$$

Dividiendo (8-31) entre (8-30), resulta:

$$\left(\frac{Z_c}{Z} \right)^2 = \left(\frac{y_c}{y} \right)^M \quad (8-32)$$

Se puede demostrar que:

$$\frac{Q^2 \cdot T}{g \cdot A^3} = \left(\frac{Z_c}{Z} \right)^2 \quad (8-33)$$

Igualando (8-32) y (8-33), se obtiene:

$$\frac{Q^2 \cdot T}{g \cdot A^3} = \left(\frac{y_c}{y} \right)^M \quad (8-34)$$

Sustituyendo (8-34) y (8-29) en (8-24), resulta:

$$dx = \frac{1}{S_o} \cdot \frac{1 - \left(\frac{y_c}{y}\right)^M}{1 - \left(\frac{y_n}{y}\right)^N} dy \quad (8-35)$$

Utilizando un cambio de variable se tiene:

$$\frac{y}{y_n} = u \Rightarrow dy = y_n du \quad (8-36)$$

Luego:

$$\frac{y_n}{y} = \frac{1}{u} \quad (8-37)$$

$$\frac{y_c}{y} = \frac{y_c}{y_n} \cdot \frac{y_n}{y} = \frac{y_c}{y_n} \cdot \frac{1}{u} \quad (8-38)$$

Sustituyendo (8-36), (8-37) y (8-38) en (8-35), se obtiene:

$$dx = \frac{1}{S_o} \cdot \left[\frac{1 - \left(\frac{y_c}{y_n}\right)^M \frac{1}{u^M}}{1 - \frac{1}{u^N}} \right] y_n du$$

$$dx = \frac{y_n}{S_o} \cdot \left[\frac{\left[u^M - \left(\frac{y_c}{y_n}\right)^M \right] u^{N-M}}{u^N - 1} \right] du$$

$$dx = \frac{y_n}{S_o} \cdot \left[\frac{u^N - \left(\frac{y_c}{y_n}\right)^M u^{N-M}}{u^N - 1} \right] du$$

Descomponiendo la fracción en una suma algebraica de fracciones, además sumando y restando 1 al numerador del primer sumando, se tiene:

$$dx = \frac{y_n}{S_o} \cdot \left[\frac{u^N - 1 + 1}{u^N - 1} - \left(\frac{y_c}{y_n} \right)^M \frac{u^{N-M}}{u^N - 1} \right] du$$

$$dx = \frac{y_n}{S_o} \cdot \left[1 + \frac{1}{u^N - 1} - \left(\frac{y_c}{y_n} \right)^M \frac{u^{N-M}}{u^N - 1} \right] du$$

Cambiando de signo a los denominadores, las fracciones cambian de signo:

$$dx = \frac{y_n}{S_o} \cdot \left[1 - \frac{1}{1 - u^N} + \left(\frac{y_c}{y_n} \right)^M \frac{u^{N-M}}{u^N - 1} \right] du \quad (8-39)$$

Esta ecuación puede integrarse para toda la longitud x del perfil del flujo. Debido a que el cambio de tirante en un flujo gradualmente variado generalmente es pequeño, los exponentes hidráulicos M y N se pueden suponer constantes dentro de los límites de integración.

Cuando los exponentes hidráulicos son notablemente dependientes de y en los tirantes del tramo dado, este deberá subdividirse en otros tramos para realizar la integración; entonces, en cada tramo, los exponentes se pueden considerar constantes. Integrando la ecuación anterior, se tiene:

$$x = \frac{y_n}{S_o} \cdot \left[u - \int_0^u \frac{du}{1 - u^N} + \left(\frac{y_c}{y_n} \right)^M \cdot \int_0^u \frac{u^{N-M}}{1 - u^N} \cdot du \right] + Ctte \quad (8-40)$$

La primera integral de la ecuación (8-40) depende de u y N y se designa por:

$$F(u, N) = \int_0^u \frac{du}{1 - u^N} \quad (8-41)$$

La cual se conoce como función de flujo variado de Bakhmeteff. Los valores obtenidos para diferentes valores de u y N se encuentran en las tablas del Anexo E, fueron preparadas por Bakhmeteff en los años 1914-1915.

Chow pudo transformar la segunda integral de la ecuación 8-40;

$$\int_0^u \frac{u^{N-M}}{1 - u^N} du \quad (8-42)$$

En la forma de la función de flujo variado, con el siguiente artificio:

$$a) v = u^{N/J} \Rightarrow u = v^{J/N} \Rightarrow u^N = v^J \quad ; \quad u^{N-M} = v^{(J/N)(N-M)} \quad ; \quad du = \frac{J}{N} v^{J/N-1} dv \quad (8-43)$$

$$b) J = \frac{N}{N-M+1} \Rightarrow \frac{J}{N}(N-M+1) = 1 \quad (8-44)$$

Sustituyendo (8-43) y (8-44) en (8-42), se tiene:

$$\int_0^u \frac{u^{N-M}}{1-u^N} du = \int_0^v \frac{v^{\frac{J}{N}(N-M)}}{1-v^J} \cdot \frac{J}{N} \cdot v^{\frac{J}{N}-1} dv = \frac{J}{N} \int_0^v \frac{v^{\frac{J}{N}(N-M)+\frac{J}{N}-1}}{1-v^J} dv$$

Factorizando:

$$\frac{J}{N}(N-M)+\frac{J}{N}-1 = \frac{J}{N}(N-M+1)-1$$

Pero se sabe que:

$$\frac{J}{N}(N-M+1) = 1 \Rightarrow 1-1=0$$

$$\int_0^u \frac{u^{N-M}}{1-u^N} du = \frac{J}{N} \cdot \int_0^v \frac{v^0}{1-v^J} dv = \frac{J}{N} \cdot \int_0^v \frac{dv}{1-v^J} = \frac{J}{N} \cdot F(v, J) \quad (8-45)$$

$$F(v, J) = \int_0^v \frac{dv}{1-v^J}$$

Es la misma función de flujo variado Bakhmeteff excepto que las variables u y N se reemplazan por v y J , respectivamente.

Sustituyendo (8-41) y (8-45) en (8-40), y usando la notación para las funciones de flujo variado, se tiene:

$$x = \frac{y_n}{S_0} \cdot \left[u - F(u, N) + \left(\frac{y_c}{y_n} \right)^M \cdot \frac{J}{N} \cdot F(v, J) \right] + C t t \epsilon \quad (8-46)$$

La ecuación (8-46) proporciona la distancia x que existe entre la sección considerada y un punto arbitrario. Si se aplica esta ecuación entre dos secciones consecutivas (1) y (2) de características conocidas, es decir, colocando los límites de integración, la distancia L que existe entre estas dos secciones es:

$$L = x_2 - x_1$$

$$L = \frac{y_n}{S_0} \cdot \{ (u_2 - u_1) - [F(u_2, N) - F(u_1, N)] + \left(\frac{y_c}{y_n} \right)^M \cdot \frac{J}{N} [F(v_2, J) - F(v_1, J)] \}$$

Donde:

$L = x_2 - x_1$ = distancia entre las secciones consecutivas (1) y (2) de características conocidas.

$u = y / y_n$ = relación entre el tirante de una sección cualquiera, y el tirante normal

M y N = exponentes hidráulicos

$F(u, N) = \int_0^u \frac{du}{1-u^N}$ = función del flujo variado, calculado por Bakhmeteff, cuyos valores

se muestran en las tablas del Anexo E.

v y J = variables introducidas por Ven Te Chow, siendo:

$$v = u^{N/J}, \quad J = \frac{N}{N-M+1}$$

$F(v, J) = \int_0^v \frac{dv}{1-v^J}$ = función del flujo variado, se calcula con la misma tabla de

Bakhmeteff entrando con los valores de v y J en lugar de u y N .

8.5.2.2. CÁLCULO DE LAS EXPRESIONES DE LOS EXPONENTES HIDRÁULICOS N Y M.

A. El exponente hidráulico N viene expresado por la ecuación: (ver sección 7.2.3)

$$N = \frac{10}{3} \left[\frac{1 + 2Z(y/b)}{1 + Z(y/b)} \right] - \frac{8}{3} \left[\frac{\sqrt{1 + Z^2}(y/b)}{1 + 2\sqrt{1 + Z^2}(y/b)} \right] \quad (8-47)$$

Esta ecuación indica que N no es constante ya que varía con el tirante. En la Tabla 8-3 se muestran los valores de N en secciones rectangulares ($Z = 0$) y trapezoidales; la Figura 8-22 permite calcular estos valores para secciones rectangulares, trapezoidales y circulares.

2.- Cálculo del exponente hidráulico M

De la ecuación (8-30), se tiene:

$$\frac{A^3}{T} = Cy^M \quad (8-48)$$

Tomando logaritmos naturales a ambos miembros, se obtiene:

$$3 \ln A - \ln T = \ln C + M \ln y$$

Derivando respecto a y , se tiene:

$$\begin{aligned} \frac{3}{A} \frac{dA}{dy} - \frac{1}{T} \frac{dT}{dy} &= \frac{M}{y} \\ M &= \frac{y}{A} \left(3 \frac{dA}{dy} - \frac{A}{T} \frac{dT}{dy} \right) \end{aligned} \quad (8-49)$$

Para una sección trapezoidal, se cumple que:

$$T = b + 2Zy \Rightarrow \frac{dT}{dy} = 2Z$$

Sustituyendo: en la ecuación (8-49), se tiene:

$$\begin{aligned} M &= \frac{y}{(b + Zy)y} \left(3(b + 2Zy) - \frac{(b + Zy)y}{b + 2Zy} (2Z) \right) \\ M &= \frac{3(b + 2Zy)^2 - 2Zy(b + Zy)}{(b + 2Zy)(b + Zy)} \end{aligned}$$

Dividiendo ambos miembros de la fracción entre b^2 , se tiene:

$$M = \frac{3(1 + 2Z(y/b))^2 - 2Z(y/b)[1 + Z(y/b)]}{[1 + 2Z(y/b)][1 + Z(y/b)]} \quad (8-50)$$

Esta ecuación indica que si $Z = 0$ (sección rectangular) $M = 3$, pero, para una sección trapezoidal M varía con el tirante. En la Tabla 8-4, se muestran valores de M para secciones rectangulares y trapezoidales y la Figura 8-24 permite calcular estos valores para secciones rectangulares, trapezoidales y circulares.

TABLA 8-3 Valores de N para canales rectangulares y trapezoidales.

(Adaptado de: M. Villón B.)

y/b	$Z = 0$	$Z = 0.5$	$Z = 1$	$Z = 1.5$	$Z = 2$	$Z = 2.5$	$Z = 3$	$Z = 3.5$	$Z = 4$
0,20	2,95	3,22	3,41	3,54	3,66	3,75	3,84	3,92	3,98
0,30	2,83	3,23	3,49	3,67	3,82	3,94	4,04	4,13	4,20
0,40	2,74	3,26	3,58	3,80	3,96	4,09	4,20	4,29	4,36
0,50	2,67	3,30	3,66	3,90	4,08	4,21	4,32	4,41	4,48
0,60	2,61	3,34	3,74	4,00	4,18	4,32	4,42	4,51	4,58
0,70	2,56	3,38	3,82	4,09	4,27	4,40	4,50	4,59	4,65
0,80	2,51	3,43	3,89	4,16	4,34	4,47	4,57	4,65	4,72
0,90	2,48	3,48	3,96	4,23	4,41	4,54	4,63	4,71	4,77
1,00	2,44	3,52	4,01	4,29	4,47	4,59	4,68	4,75	4,81
1,10	2,42	3,57	4,07	4,34	4,52	4,64	4,73	4,79	4,85
1,20	2,39	3,61	4,12	4,39	4,56	4,68	4,76	4,83	4,88
1,30	2,37	3,65	4,17	4,44	4,60	4,72	4,80	4,86	4,91
1,40	2,35	3,70	4,21	4,48	4,64	4,75	4,83	4,89	4,93
1,50	2,33	3,73	4,25	4,52	4,67	4,78	4,85	4,91	4,96
1,60	2,32	3,77	4,29	4,55	4,70	4,81	4,88	4,93	4,98
1,70	2,30	3,81	4,33	4,58	4,73	4,83	4,90	4,95	4,99
1,80	2,29	3,84	4,36	4,61	4,76	4,85	4,92	4,97	5,01
1,90	2,28	3,88	4,39	4,64	4,78	4,87	4,94	4,99	5,03
2,00	2,27	3,91	4,42	4,66	4,80	4,89	4,95	5,00	5,04
2,10	2,26	3,94	4,45	4,69	4,82	4,91	4,97	5,02	5,05
2,20	2,25	3,97	4,48	4,71	4,84	4,92	4,98	5,03	5,06
2,30	2,24	4,00	4,50	4,73	4,86	4,94	5,00	5,04	5,07
2,40	2,23	4,03	4,52	4,75	4,87	4,95	5,01	5,05	5,08
2,50	2,22	4,05	4,55	4,76	4,89	4,97	5,02	5,06	5,09
2,60	2,22	4,08	4,57	4,78	4,90	4,98	5,03	5,07	5,10
2,70	2,21	4,10	4,59	4,80	4,91	4,99	5,04	5,08	5,11
2,80	2,20	4,13	4,61	4,81	4,93	5,00	5,05	5,09	5,12
2,90	2,20	4,15	4,62	4,83	4,94	5,01	5,06	5,09	5,12
3,00	2,19	4,17	4,64	4,84	4,95	5,02	5,07	5,10	5,13
3,10	2,19	4,19	4,66	4,85	4,96	5,03	5,07	5,11	5,13
3,20	2,18	4,21	4,67	4,86	4,97	5,04	5,08	5,11	5,14
3,30	2,18	4,23	4,69	4,88	4,98	5,04	5,09	5,12	5,15
3,40	2,17	4,25	4,70	4,89	4,99	5,05	5,09	5,13	5,15
3,50	2,17	4,27	4,71	4,90	5,00	5,06	5,10	5,13	5,16
3,60	2,16	4,29	4,73	4,91	5,00	5,07	5,11	5,14	5,16
3,70	2,16	4,31	4,74	4,92	5,01	5,07	5,11	5,14	5,16
3,80	2,16	4,32	4,75	4,93	5,02	5,08	5,12	5,15	5,17
3,90	2,15	4,34	4,76	4,94	5,03	5,08	5,12	5,15	5,17
4,00	2,15	4,36	4,77	4,94	5,03	5,09	5,13	5,16	5,18
4,10	2,14	4,37	4,79	4,95	5,04	5,09	5,13	5,16	5,18
4,20	2,14	4,39	4,80	4,96	5,05	5,10	5,14	5,16	5,18
4,30	2,14	4,40	4,81	4,97	5,05	5,10	5,14	5,17	5,19
4,40	2,14	4,41	4,82	4,97	5,06	5,11	5,14	5,17	5,19
4,50	2,13	4,43	4,82	4,98	5,06	5,11	5,15	5,17	5,19
4,60	2,13	4,44	4,83	4,99	5,07	5,12	5,15	5,18	5,20
4,70	2,13	4,45	4,84	4,99	5,07	5,12	5,16	5,18	5,20
4,80	2,13	4,47	4,85	5,00	5,08	5,13	5,16	5,18	5,20
4,90	2,12	4,48	4,86	5,01	5,08	5,13	5,16	5,19	5,20
5,00	2,12	4,49	4,87	5,01	5,09	5,13	5,17	5,19	5,21

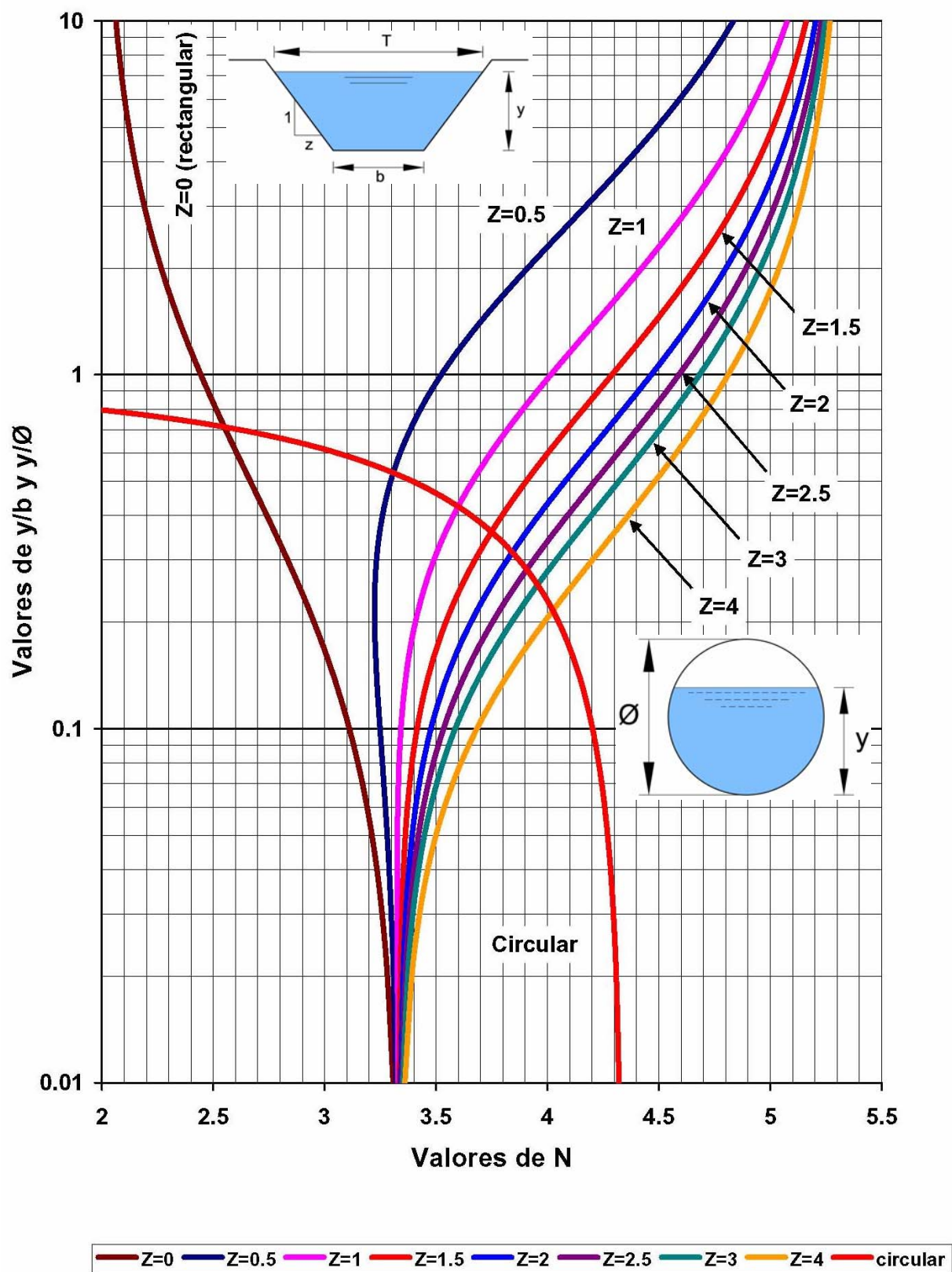


FIGURA 8-22 Curvas de valores de N .

8.5.2.3. PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO

1.-Identificar el tramo donde se realizan los cálculos (Figura 8-23), siendo el y_i inicial (y_i) el tirante de la sección de control, y el final (y_f), el tirante hasta donde se desea calcular la curva de remanso.

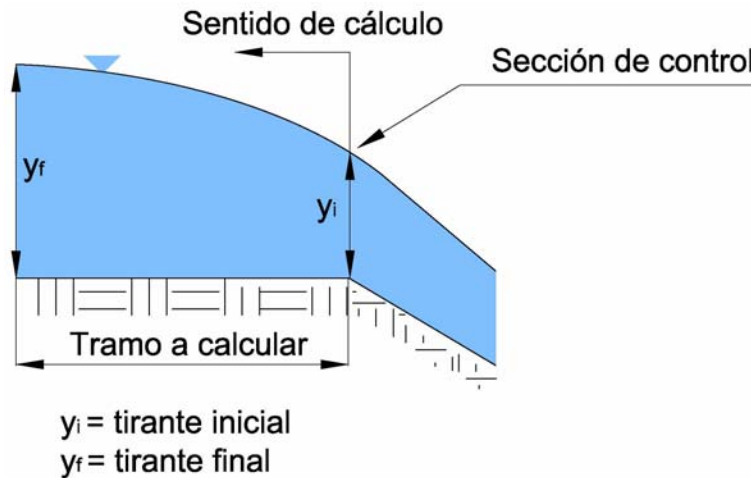


FIGURA 8-23 Identificación del tramo a calcular.

2.- Calcular el tirante promedio (y_p) de los tirantes extremos:

$$y_p = \frac{y_i + y_f}{2}$$

y con el valor y_p / b , calcular el exponente hidráulico M , el cual se puede calcular por medio de la ecuación:

$$M = \frac{3[1 + 2Z(y_p/b)]^2 - 2Z(y_p/b) \cdot [1 + Z(y_p/b)]}{[1 + 2Z(y_p/b)] \cdot [1 + Z(y_p/b)]}$$

TABLA 8-4 Valores de M para canales rectangulares y trapezoidales.

(Adaptado de: M. Villón B.)

y/b	$Z = 0$	$Z = 0.5$	$Z = 1$	$Z = 1.5$	$Z = 2$	$Z = 2.5$	$Z = 3$	$Z = 3.5$	$Z = 4$
0,20	3,00	3,11	3,21	3,32	3,41	3,50	3,58	3,65	3,72
0,30	3,00	3,16	3,32	3,46	3,58	3,69	3,78	3,86	3,93
0,40	3,00	3,21	3,41	3,58	3,72	3,83	3,93	4,01	4,08
0,50	3,00	3,27	3,50	3,69	3,83	3,95	4,05	4,13	4,20
0,60	3,00	3,32	3,58	3,78	3,93	4,05	4,15	4,22	4,29
0,70	3,00	3,37	3,65	3,86	4,01	4,13	4,22	4,30	4,36
0,80	3,00	3,41	3,72	3,93	4,08	4,20	4,29	4,36	4,42
0,90	3,00	3,46	3,78	3,99	4,15	4,26	4,35	4,41	4,47
1,00	3,00	3,50	3,83	4,05	4,20	4,31	4,39	4,46	4,51
1,10	3,00	3,54	3,88	4,10	4,25	4,35	4,43	4,50	4,55
1,20	3,00	3,58	3,93	4,15	4,29	4,39	4,47	4,53	4,58
1,30	3,00	3,62	3,97	4,19	4,33	4,43	4,50	4,56	4,60
1,40	3,00	3,65	4,01	4,22	4,36	4,46	4,53	4,58	4,63
1,50	3,00	3,69	4,05	4,26	4,39	4,49	4,55	4,61	4,65
1,60	3,00	3,72	4,08	4,29	4,42	4,51	4,58	4,63	4,67
1,70	3,00	3,75	4,12	4,32	4,45	4,53	4,60	4,65	4,68
1,80	3,00	3,78	4,15	4,35	4,47	4,55	4,62	4,66	4,70
1,90	3,00	3,81	4,17	4,37	4,49	4,57	4,63	4,68	4,71
2,00	3,00	3,83	4,20	4,39	4,51	4,59	4,65	4,69	4,73
2,10	3,00	3,86	4,22	4,41	4,53	4,61	4,66	4,70	4,74
2,20	3,00	3,88	4,25	4,43	4,55	4,62	4,68	4,72	4,75
2,30	3,00	3,91	4,27	4,45	4,56	4,64	4,69	4,73	4,76
2,40	3,00	3,93	4,29	4,47	4,58	4,65	4,70	4,74	4,77
2,50	3,00	3,95	4,31	4,49	4,59	4,66	4,71	4,75	4,77
2,60	3,00	3,97	4,33	4,50	4,60	4,67	4,72	4,76	4,78
2,70	3,00	3,99	4,35	4,52	4,62	4,68	4,73	4,76	4,79
2,80	3,00	4,01	4,36	4,53	4,63	4,69	4,74	4,77	4,80
2,90	3,00	4,03	4,38	4,54	4,64	4,70	4,75	4,78	4,80
3,00	3,00	4,05	4,39	4,55	4,65	4,71	4,75	4,78	4,81
3,10	3,00	4,07	4,41	4,57	4,66	4,72	4,76	4,79	4,81
3,20	3,00	4,08	4,42	4,58	4,67	4,73	4,77	4,80	4,82
3,30	3,00	4,10	4,43	4,59	4,68	4,73	4,77	4,80	4,83
3,40	3,00	4,12	4,45	4,60	4,68	4,74	4,78	4,81	4,83
3,50	3,00	4,13	4,46	4,61	4,69	4,75	4,78	4,81	4,83
3,60	3,00	4,15	4,47	4,62	4,70	4,75	4,79	4,82	4,84
3,70	3,00	4,16	4,48	4,62	4,71	4,76	4,80	4,82	4,84
3,80	3,00	4,17	4,49	4,63	4,71	4,76	4,80	4,83	4,85
3,90	3,00	4,19	4,50	4,64	4,72	4,77	4,80	4,83	4,85
4,00	3,00	4,20	4,51	4,65	4,73	4,77	4,81	4,83	4,85
4,10	3,00	4,21	4,52	4,66	4,73	4,78	4,81	4,84	4,86
4,20	3,00	4,22	4,53	4,66	4,74	4,78	4,82	4,84	4,86
4,30	3,00	4,24	4,54	4,67	4,74	4,79	4,82	4,85	4,86
4,40	3,00	4,25	4,55	4,68	4,75	4,79	4,83	4,85	4,87
4,50	3,00	4,26	4,55	4,68	4,75	4,80	4,83	4,85	4,87
4,60	3,00	4,27	4,56	4,69	4,76	4,80	4,83	4,85	4,87
4,70	3,00	4,28	4,57	4,69	4,76	4,81	4,84	4,86	4,87
4,80	3,00	4,29	4,58	4,70	4,77	4,81	4,84	4,86	4,88
4,90	3,00	4,30	4,58	4,70	4,77	4,81	4,84	4,86	4,88
5,00	3,00	4,31	4,59	4,71	4,77	4,82	4,84	4,87	4,88

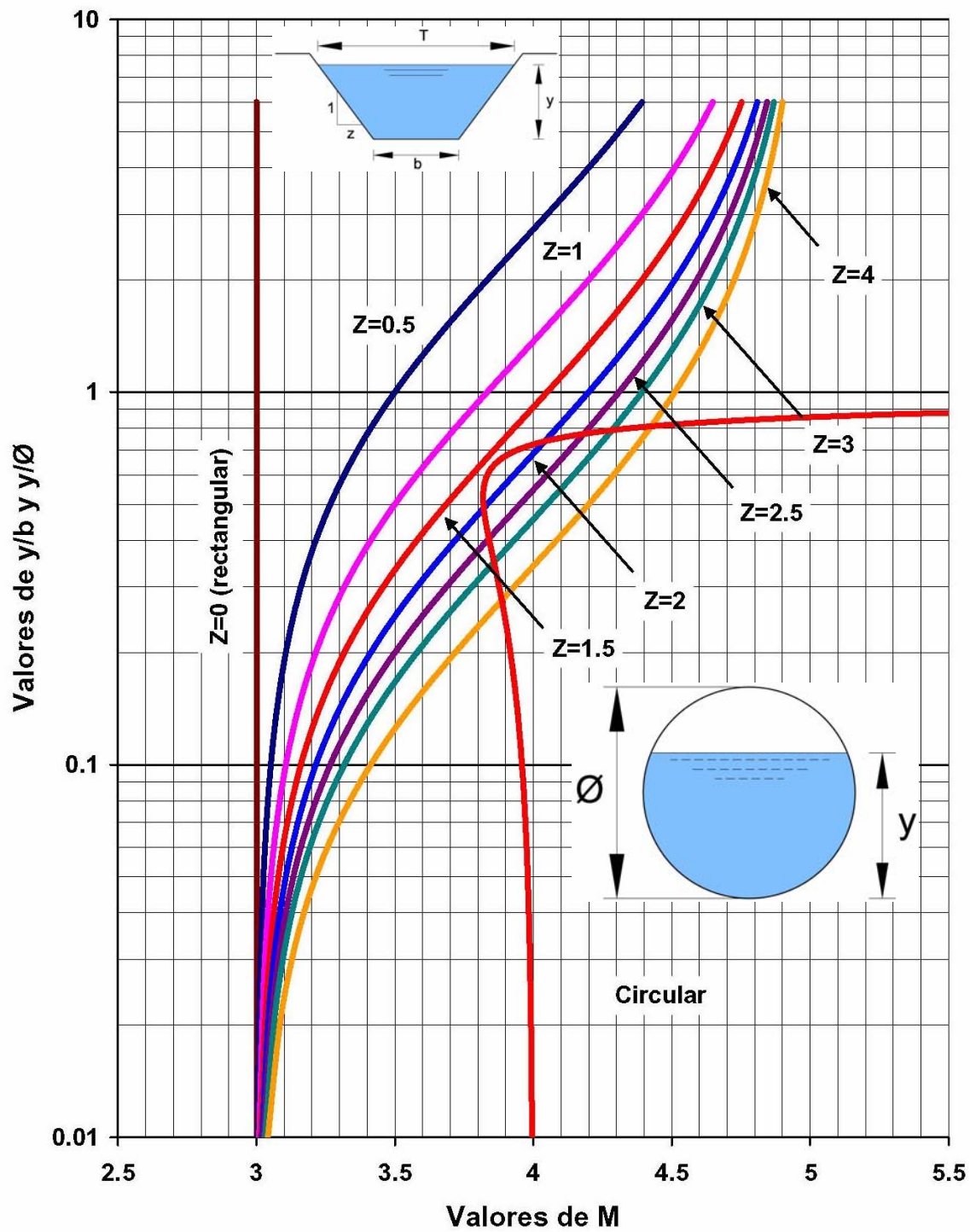


FIGURA 8-24 Curvas de valores de M .

También mediante la Tabla 8-4, o el nomograma de la Figura 8-24.

De igual manera calcular el exponente hidráulico N , con la ecuación:

$$N = \frac{10}{3} \left[\frac{1 + 2Z(y_p/b)}{1 + Z(y_p/b)} \right] - \frac{8}{3} \left[\frac{\sqrt{1 + Z^2}(y_p/b)}{1 + 2\sqrt{1 + Z^2}(y_p/b)} \right]$$

La Tabla 8-3 o el nomograma de la Figura 8-22.

3.- Calcular el tirante normal y el tirante crítico del tramo, a partir de Q , S_o y n .

4.- Calcular J :

$$J = \frac{N}{N - M + 1}$$

Donde N y M , son exponentes hidráulicos, calculados en 2.

5.- Definir el número de divisiones n que tendrá el tramo y calcular el incremento Δy :

$$\Delta y = \frac{y_f - y_i}{n}$$

La primera división tendrá como tirante y_1 al tirante inicial, y como tirante y_2 , al tirante y_1 más el incremento ($y_2 = y_1 + \Delta y$). Las divisiones subsiguientes, tendrán como y_1 , al y_2 de la división anterior, y como y_2 , al nuevo tirante y_1 más el incremento Δy .

6.- Calcular los valores de u y v , para los tirantes y_1 , y_2 .

$$u = \frac{y}{y_n} \quad ; \quad v = u^{\frac{N}{J}}$$

7.- Calcular las funciones del flujo variado de Bakhmeteff $F(u, N)$ y $F(v, J)$, para los tirantes y_1 , y_2 , utilizando el anexo E.

8.- Calcular la longitud L de la división, con tirantes y_1 , y_2 :

$$L = \frac{y_n}{S_0} \cdot \{ (u_2 - u_1) - [F(u_2, N) - F(u_1, N)] + \left(\frac{y_c}{y_n} \right)^M \cdot \frac{J}{N} [F(v_2, J) - F(v_1, J)] \}$$

9.- Repetir los cálculos para la siguiente división, hasta completar con todas las divisiones del tramo.

10.- Acumular las longitudes calculadas en cada división (Figura 8-25).

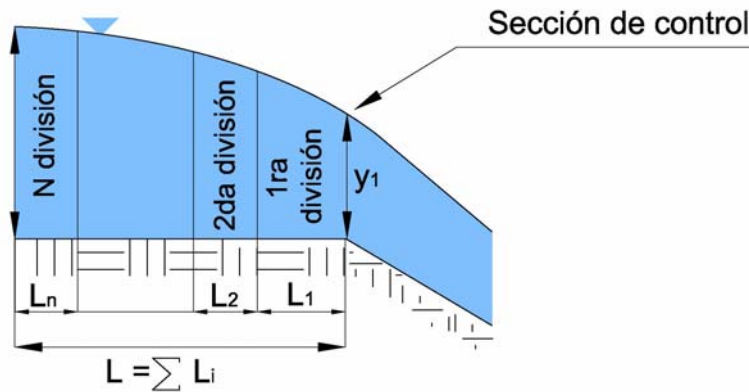


FIGURA 8-25 Acumulación de longitudes obtenidas para cada tramo.

8.5.3. MÉTODO DE BRESSE

En 1860 Bresse introdujo ciertas hipótesis que permitieran una simplificación de la integración matemática de la expresión diferencial del flujo gradualmente variado. Esta solución es un caso particular, en la que la hipótesis fundamental es la de considerar una sección rectangular muy ancha, es decir, donde $R = y$.

En efecto dada la sección rectangular:



$$A = by ; \quad P = b + 2y ; \quad T = b$$

$$\Rightarrow R = \frac{by}{b + 2y} = \frac{y}{1 + 2(y/b)}$$

En la cual si $b \gg y \Rightarrow \frac{y}{b} \approx 0 \quad \therefore R = y$

Este método se usa para integrar en forma directa, la ecuación dinámica del flujo gradualmente variado, para un canal rectangular muy ancho, esto se consigue cuando $b > 10y$, es aplicable a ríos muy anchos de poca profundidad.

8.5.3.1. PROCEDIMIENTO DE INTEGRACIÓN

Bresse utilizó la fórmula de Chezy para expresar las pérdidas por frotamiento, considerando un C de Chezy constante, pero para los cálculos que se requieran, aquí se utiliza la relación propuesta por Manning, es decir:

$$C = \frac{R^{1/6}}{n}$$

La ecuación diferencial del flujo variado, se puede expresar como:

$$dx = \frac{1}{S_o} \cdot \frac{1 - \frac{Q^2 T}{g A^3}}{1 - \frac{S_f}{S_o}} dy \quad (8-51)$$

La ecuación de caudal de acuerdo con la formula de Chezy, se expresa como:

$$Q = C \cdot A \cdot \sqrt{R \cdot S_f} = C \cdot A \cdot R^{1/2} \cdot S_f^{1/2}$$

En flujo uniforme $S_f = S_o$:

$$S_f = \frac{Q^2}{C^2 b^2 y_n^3}$$

$$S_o = \frac{Q^2}{C^2 b^2 y_n^3}$$

Dividiendo las anteriores ecuaciones, resulta:

$$\frac{S_f}{S_o} = \left(\frac{y_n}{y} \right)^3 \quad (8-52)$$

De otro lado, en la relación:

$$\frac{Q^2 T}{g A^3} = \frac{Q^2 / g}{A^3 / T}$$

Usando la ecuación general del flujo crítico:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A_c^3}{T_c}$$

$$\frac{Q^2 T}{g A^3} = \frac{A_c^3 / T}{A^3 / T}$$

y para el caso de una sección rectangular, se obtiene:

$$\frac{Q^2 T}{g A^3} = \frac{b^3 y_c^3 / b}{b^3 y^3 / b}$$

$$\frac{Q^2 T}{g A^3} = \left(\frac{y_c}{y} \right)^3 \quad (8-53)$$

Sustituyendo (8-53) y (8-52) en (8-51), resulta:

$$dx = \frac{1}{S_o} \cdot \left[\frac{1 - \left(\frac{y_c}{y} \right)^3}{1 - \left(\frac{y_n}{y} \right)^3} \right] dy \quad (8-54)$$

Si se compara la ecuación (8-54) con la ecuación (8-35) se observa que en forma son iguales, siendo $N = M = 3$ para el caso particular de que se trate de una sección rectangular muy ancha.

Haciendo el artificio de integración:

$$\frac{y_c}{y} = \frac{1}{Z}$$

$$\frac{y_c}{y} = \frac{y_c}{y_n} \cdot \frac{y_n}{y} = \frac{y_c}{y_n} \cdot \frac{1}{Z}$$

Sustituyendo estos valores en (8-54), resulta:

$$dx = \frac{1}{S_o} \cdot \left[\frac{1 - \left(\frac{y_c}{y_n} \right)^3 \cdot \frac{1}{Z^3}}{1 - Z^3} \right] y_n \cdot dZ \Rightarrow dx = \frac{y_n}{S_o} \cdot \left[\frac{\frac{Z^3 - \left(\frac{y_c}{y_n} \right)^3}{Z^3}}{\frac{Z^3 - 1}{Z^3}} \right] dZ$$

$$dx = \frac{y_n}{S_o} \cdot \left[\frac{Z^3 - \left(\frac{y_c}{y_n} \right)^3}{Z^3 - 1} \right] dZ \Rightarrow dx = \frac{y_n}{S_o} \cdot \left[\frac{Z^3 - 1 + 1 - \left(\frac{y_c}{y_n} \right)^3}{Z^3 - 1} \right] dZ$$

$$\begin{aligned}
 dx &= \frac{y_n}{S_o} \cdot \left[1 + \frac{1 - \left(\frac{y_c}{y_n} \right)^3}{Z^3 - 1} \right] dZ \Rightarrow dx = \frac{y_n}{S_o} \cdot \left[1 - \frac{1 - \left(\frac{y_c}{y_n} \right)^3}{1 - Z^3} \right] dZ \\
 \int dx &= \frac{y_n}{S_o} \cdot \left\{ \int dZ - \left[1 - \left(\frac{y_c}{y_n} \right)^3 \right] \int \frac{dZ}{1 - Z^3} \right\} \\
 x &= \frac{y_n}{S_o} \cdot \left\{ Z - \left[1 - \left(\frac{y_c}{y_n} \right)^3 \right] \phi(Z) \right\} + ctte.
 \end{aligned} \tag{8-55}$$

Aplicando la ecuación (8-50) entre dos secciones consecutivas (1) y (2) de características conocidas, la distancia L que las separa es:

$$L = x_2 - x_1 = \frac{y_n}{S_o} \cdot \left\{ (Z_2 - Z_1) - \left[1 - \left(\frac{y_c}{y_n} \right)^3 \right] \cdot [\phi(Z_2) - \phi(Z_1)] \right\} \tag{8-56}$$

Donde:

x = distancia de la sección desde un origen arbitrario

$L = x_2 - x_1$ = distancia entre las secciones consecutivas (1) y (2)

$Z = y/y_n$ = relación entre el tirante de una sección cualquiera y el tirante normal.

S_o = pendiente del fondo.

$$\phi(Z) = \int \frac{dZ}{1 - Z^3} = \frac{1}{6} \ln \frac{Z^2 + Z + 1}{(Z - 1)^2} - \frac{1}{\sqrt{3}} \arctg \frac{\sqrt{3}}{2Z + 1} + ctte. \tag{8-57}$$

$\phi(Z)$ = función del flujo gradualmente variado calculado por Bresse y cuyos valores se muestran en la Tabla 8-5.

Para hacer más conveniente el cálculo del término $(y_c/y_n)^3$ se expresa como $C^2 S_o / g$, mediante el siguiente proceso:

Se sabe que:

$$y_n^3 = \frac{Q^2}{C^2 S_o b^2} \tag{8-58}$$

de la ecuación general del flujo crítico, se tiene:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A_c^3}{T_c}$$

y para una sección rectangular, resulta:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{b^3 y_c^3}{b} \Rightarrow y_c^3 = \frac{Q^2}{gb^2} \quad (8-59)$$

dividiendo (8-59) entre (8-58), se obtiene:

$$\left(\frac{y_c}{y_n} \right)^3 = \frac{C^2 \cdot S_o}{g} \quad (8-60)$$

Sustituyendo (8-59) en (8-54), se tiene:

$$x = \frac{y_n}{S_o} \cdot \left[Z - \left(1 - \frac{C^2 S_o}{g} \right) \phi(Z) \right] + ctte.$$

$$x = \frac{y_n}{S_o} \cdot Z - y_n \left(\frac{1}{S_o} - \frac{C^2}{g} \right) \phi(Z) + ctte. \quad (8-61)$$

Aplicando la ecuación (8-60) entre dos secciones consecutivas (1) y (2) de características conocidas, la distancia L que los separa es:

$$L = x_2 - x_1 = \frac{y_n}{S_o} \cdot (Z_2 - Z_1) - y_n \left(\frac{1}{S_o} - \frac{C^2}{g} \right) \cdot [\phi(Z_2) - \phi(Z_1)] \quad (8-62)$$

8.5.3.2. PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO

1.- Identificar el tramo donde se realizan los cálculos (Figura 8-26) siendo el y inicial (y_i) el tirante de la sección de control, y el final (y_f), el tirante hasta donde se desea calcular la curva de remanso.

2.- Calcular el tirante promedio y_p de los tirantes extremos:

$$y_p = \frac{y_i + y_f}{2}$$

3.- Calcular el coeficiente C de Chezy:

$$C = \frac{R^{1/6}}{n} \quad \text{ó} \quad C = \frac{y_p^{1/6}}{n}$$

Donde:

C = coeficiente de Chezy

y_p = tirante promedio del tramo

R = Radio hidráulico

n = coeficiente de rugosidad

Para un canal rectangular muy ancho se cumple que $R = y$

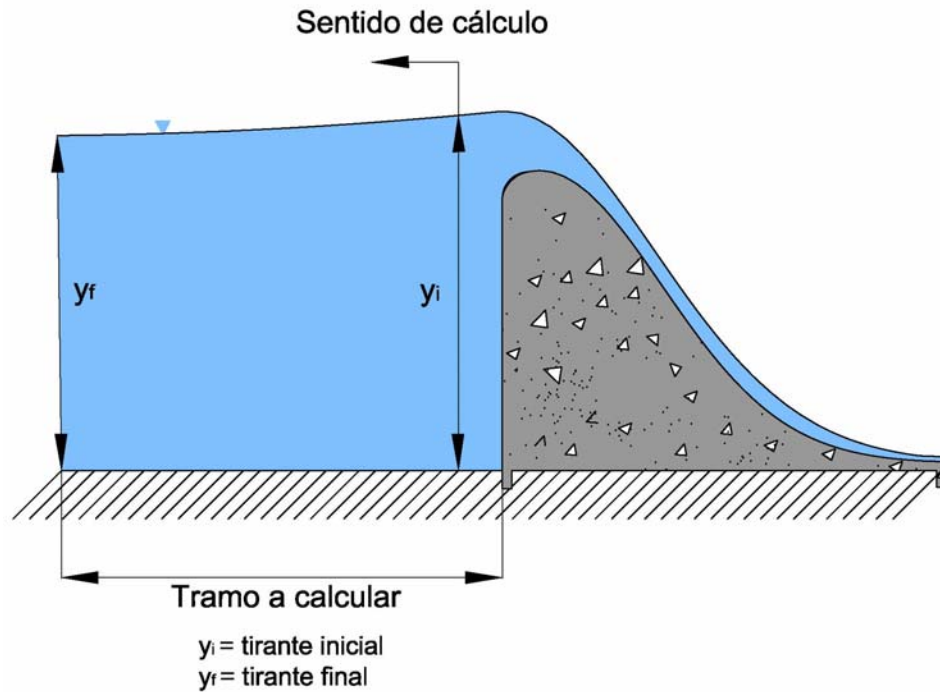


FIGURA 8-26 Identificación del tramo a calcular.

4.- Calcular el tirante normal del tramo, a partir de Q , S_o , n y b .

5.- Definir el número de divisiones N que tendrá el tramo y calcular el incremento Δy :

$$\Delta y = \frac{y_f - y_i}{N}$$

La primera división tendrá como tirante y_1 al tirante inicial, y como tirante y_2 , al tirante y_1 mas el incremento ($y_2 = y_1 + \Delta y$). Las divisiones subsiguientes, tendrán como y_1 , al y_2 de la división anterior, y como y_2 , al nuevo tirante y_1 más el incremento Δy .

6.- Calcular los valores de Z , para los tirantes y_1 , y_2 de la división.

$$Z = \frac{y}{y_n}$$

7.- Calcular la función $\emptyset(Z)$, para los tirantes y_1 , y_2 . utilizando la siguiente ecuación:

$$\phi(Z) = \int \frac{dZ}{1-Z^3} = \frac{1}{6} \ln \frac{Z^2 + Z + 1}{(Z-1)^2} - \frac{1}{\sqrt{3}} \arctg \frac{\sqrt{3}}{2Z+1} + cte.$$

o utilizando la Tabla 8-5.

8.- Calcular la longitud L de la división, con tirantes y_1, y_2 :

$$L = \frac{y_n}{S_o} \cdot (Z_2 - Z_1) - y_n \left(\frac{1}{S_o} - \frac{C^2}{g} \right) \cdot [\phi(Z_2) - \phi(Z_1)]$$

Donde:

L = Longitud del tramo con tirantes y_1, y_2

$Z = y/y_n$ = relación entre el tirante de una sección cualquiera y el tirante normal.

S_o = pendiente del fondo.

C = coeficiente de Chezy

$\phi(Z)$ = función del flujo gradualmente variado calculado por Bresse.

9.- Repetir los cálculos para la siguiente división, hasta completar con todas las divisiones del tramo.

10.- Acumular las longitudes calculadas en cada división (Figura 8-27).

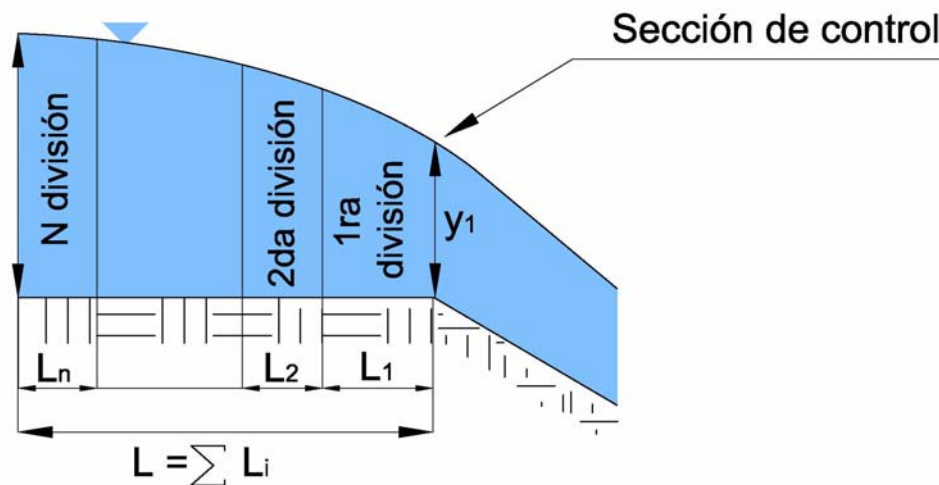


FIGURA 8-27 Acumulación de longitudes obtenidas para cada tramo.

TABLA 8-5 Funciones de Bresse para curvas de remanso (Parte 1: M1, S1, S2).

(Adaptado de: M. Villón B.)

Z	$\phi(Z)$	Z	$\phi(Z)$	Z	$\phi(Z)$	Z	$\phi(Z)$
1,000	∞	1,054	0,8714	1,290	0,3816	2,300	0,0978
1,001	2,1837	1,056	0,8599	1,300	0,3731	2,350	0,0935
1,002	1,9530	1,058	0,8489	1,310	0,3649	2,400	0,0894
1,003	1,8182	1,060	0,8382	1,320	0,3570	2,450	0,0857
1,004	1,7226	1,062	0,8279	1,330	0,3495	2,500	0,0821
1,005	1,6486	1,064	0,8180	1,340	0,3422	2,550	0,0788
1,006	1,5881	1,066	0,8084	1,350	0,3353	2,600	0,0757
1,007	1,5371	1,068	0,7990	1,360	0,3285	2,650	0,0728
1,008	1,4929	1,070	0,7900	1,370	0,3220	2,700	0,0700
1,009	1,4540	1,072	0,7813	1,380	0,3158	2,750	0,0674
1,010	1,4192	1,074	0,7728	1,390	0,3098	2,800	0,0650
1,011	1,3877	1,076	0,7645	1,400	0,3039	2,850	0,0627
1,012	1,3591	1,078	0,7565	1,410	0,2983	2,900	0,0605
1,013	1,3327	1,080	0,7487	1,420	0,2928	2,950	0,0584
1,014	1,3083	1,082	0,7411	1,430	0,2876	3,000	0,0564
1,015	1,2857	1,084	0,7337	1,440	0,2824	3,100	0,0527
1,016	1,2645	1,086	0,7265	1,450	0,2775	3,200	0,0494
1,017	1,2446	1,088	0,7194	1,460	0,2727	3,300	0,0464
1,018	1,2259	1,090	0,7126	1,470	0,2680	3,400	0,0437
1,019	1,2082	1,092	0,7059	1,480	0,2635	3,500	0,0412
1,020	1,1914	1,094	0,6993	1,490	0,2591	3,600	0,0389
1,021	1,1755	1,096	0,6929	1,500	0,2548	3,700	0,0368
1,022	1,1603	1,098	0,6867	1,520	0,2466	3,800	0,0349
1,023	1,1458	1,100	0,6806	1,540	0,2389	3,900	0,0331
1,024	1,1320	1,105	0,6659	1,560	0,2315	4,000	0,0314
1,025	1,1187	1,110	0,6519	1,580	0,2246	4,100	0,0299
1,026	1,1059	1,115	0,6387	1,600	0,2179	4,200	0,0285
1,027	1,0937	1,120	0,6260	1,620	0,2116	4,300	0,0272
1,028	1,0819	1,125	0,6139	1,640	0,2056	4,400	0,0259
1,029	1,0705	1,130	0,6024	1,660	0,1999	4,500	0,0248
1,030	1,0596	1,135	0,5914	1,680	0,1944	4,600	0,0237
1,031	1,0490	1,140	0,5808	1,700	0,1892	4,700	0,0227
1,032	1,0387	1,145	0,5706	1,720	0,1842	4,800	0,0218
1,033	1,0288	1,150	0,5608	1,740	0,1794	4,900	0,0209
1,034	1,0191	1,155	0,5514	1,760	0,1748	5,000	0,0201
1,035	1,0098	1,160	0,5423	1,780	0,1704	5,500	0,0166
1,036	1,0007	1,165	0,5335	1,800	0,1662	6,000	0,0139
1,037	0,9919	1,170	0,5251	1,820	0,1621	6,500	0,0119
1,038	0,9834	1,175	0,5169	1,840	0,1582	7,000	0,0102
1,039	0,9750	1,180	0,5090	1,860	0,1545	7,500	0,0089
1,040	0,9669	1,185	0,5014	1,880	0,1509	8,000	0,0078
1,041	0,9590	1,190	0,4939	1,900	0,1474	8,500	0,0069
1,042	0,9513	1,195	0,4868	1,920	0,1441	9,000	0,0062
1,043	0,9438	1,200	0,4798	1,940	0,1408	9,500	0,0055
1,044	0,9364	1,210	0,4664	1,960	0,1377	10,0	0,0050
1,045	0,9293	1,220	0,4538	1,980	0,1347	12,0	0,0035
1,046	0,9223	1,230	0,4419	2,000	0,1318	15,0	0,0022
1,047	0,9154	1,240	0,4306	2,050	0,1249	20,0	0,0013
1,048	0,9087	1,250	0,4198	2,100	0,1186	30,0	0,0006
1,049	0,9022	1,260	0,4096	2,150	0,1128	50,0	0,0002
1,050	0,8958	1,270	0,3998	2,200	0,1074	100,0	0,0001
1,052	0,8833	1,280	0,3905	2,250	0,1024	∞	0,0000

TABLA 8-5 Funciones de Bresse para curvas de remanso (continuación).

(Adaptado de: M. Villón B.)

Parte 2: Curvas M2, M3 y S3				Parte 3: Curvas A2 y A3			
Z	$\phi(Z)$	Z	$\phi(Z)$	Z	$\phi(Z)$	Z	$\phi(Z)$
0,000	0,0000	0,935	1,3744	0,000	1,2092	-1,500	0,1999
0,100	0,1000	0,940	1,4028	-0,100	1,1092	-1,550	0,1889
0,200	0,2004	0,945	1,4336	-0,150	1,0593	-1,600	0,1787
0,250	0,2510	0,950	1,4670	-0,200	1,0096	-1,650	0,1692
0,300	0,3021	0,952	1,4813	-0,250	0,9603	-1,700	0,1605
0,350	0,3538	0,954	1,4962	-0,300	0,9112	-1,750	0,1523
0,400	0,4066	0,956	1,5117	-0,350	0,8629	-1,800	0,1447
0,450	0,4608	0,958	1,5279	-0,400	0,8154	-1,850	0,1377
0,500	0,5168	0,960	1,5448	-0,450	0,7689	-1,900	0,1311
0,520	0,5399	0,962	1,5626	-0,500	0,7238	-1,950	0,1249
0,540	0,5634	0,964	1,5813	-0,550	0,6801	-2,000	0,1192
0,560	0,5874	0,966	1,6011	-0,600	0,6381	-2,100	0,1088
0,580	0,6120	0,968	1,6220	-0,650	0,5979	-2,200	0,0996
0,600	0,6371	0,970	1,6442	-0,700	0,5597	-2,300	0,0916
0,620	0,6630	0,971	1,6558	-0,750	0,5234	-2,400	0,0845
0,640	0,6897	0,972	1,6678	-0,800	0,4894	-2,500	0,0780
0,660	0,7173	0,973	1,6803	-0,850	0,4574	-2,600	0,0723
0,680	0,7459	0,974	1,6932	-0,900	0,4274	-2,700	0,0672
0,700	0,7757	0,975	1,7066	-0,950	0,3995	-2,800	0,0626
0,710	0,7910	0,976	1,7206	-1,000	0,3736	-2,900	0,0585
0,720	0,8068	0,977	1,7351	-1,020	0,3637	-3,000	0,0548
0,730	0,8230	0,978	1,7503	-1,040	0,3541	-3,200	0,0482
0,740	0,8396	0,979	1,7661	-1,060	0,3449	-3,400	0,0428
0,750	0,8566	0,980	1,7827	-1,080	0,3359	-3,600	0,0383
0,760	0,8742	0,981	1,8001	-1,100	0,3272	-3,800	0,0344
0,770	0,8923	0,982	1,8185	-1,120	0,3187	-4,000	0,0311
0,780	0,9110	0,983	1,8379	-1,140	0,3105	-4,200	0,0282
0,790	0,9304	0,984	1,8584	-1,160	0,3026	-4,400	0,0257
0,800	0,9505	0,985	1,8805	-1,180	0,2919	-4,600	0,0235
0,810	0,9714	0,986	1,9036	-1,200	0,2875	-4,800	0,0216
0,820	0,9932	0,987	1,9287	-1,220	0,2802	-5,000	0,0199
0,830	1,0160	0,988	1,9557	-1,240	0,2733	-5,500	0,0165
0,840	1,0399	0,989	1,9850	-1,260	0,2665	-6,000	0,0139
0,850	1,0651	0,990	2,0171	-1,280	0,2599	-6,500	0,0118
0,860	1,0918	0,991	2,0526	-1,300	0,2536	-7,000	0,0102
0,870	1,1202	0,992	2,0922	-1,320	0,2474	-8,000	0,0078
0,880	1,1505	0,993	2,1370	-1,340	0,2414	-9,000	0,0062
0,890	1,1831	0,994	2,1887	-1,360	0,2357	-10,000	0,0050
0,900	1,2184	0,995	2,2498	-1,380	0,2301	-12,000	0,0035
0,905	1,2373	0,996	2,3246	-1,400	0,2246	-15,000	0,0022
0,910	1,2571	0,997	2,4208	-1,420	0,2194	-20,000	0,0013
0,915	1,2779	0,998	2,5563	-1,440	0,2143	-30,000	0,0006
0,920	1,2999	0,999	2,7877	-1,460	0,2093	-50,000	0,0002
0,925	1,3232	1,000	∞	-1,480	0,2045	$-\infty$	0,0000
0,930	1,3479						

8.5.4. MÉTODO NUMÉRICO

El método numérico es el que tiene aplicaciones mas amplias debido a que es adecuado para el análisis de perfiles de flujo tanto en canales prismáticos como en no prismáticos. Se caracteriza porque para el cálculo se divide el canal en pequeños tramos y se calcula cada tramo, uno a continuación del otro.

Existen diversos métodos que permiten integrar en forma numérica la ecuación del flujo permanente gradualmente variado. La aplicabilidad o conveniencia de cada uno depende de las características de la situación particular que se debe resolver. Los métodos de integración numérica mas utilizados son el método directo por tramos y el de tramos fijos.

8.5.5. MÉTODO DIRECTO POR TRAMOS

Este método es simple y aplicable a canales prismáticos. Se utiliza para calcular la distancia Δx del tramo a la cual se presenta un tirante y_2 (conocido o fijado por el oculista) a partir de un tirante y_1 conocido y los demás datos.

8.5.5.1. DEDUCCIÓN DE LA FÓRMULA

1.- Considerando un tramo del canal con secciones (1) y (2) separadas entre si una distancia Δx como se muestra en la Figura 8-28. La ley de conservación de energía establece que:

$$Z_1 + y_1 + \alpha \cdot \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + y_2 + \alpha \cdot \frac{V_2^2}{2g} + h_{f1-2} \quad (8-63)$$

2.- De la Figura 8-28 para ángulos pequeños se cumple que:

$$\operatorname{tg} \theta = \operatorname{sen} \theta = S_o = \frac{Z_1 - Z_2}{\Delta x}$$

es decir:

$$Z_1 - Z_2 = S_o \cdot \Delta x$$

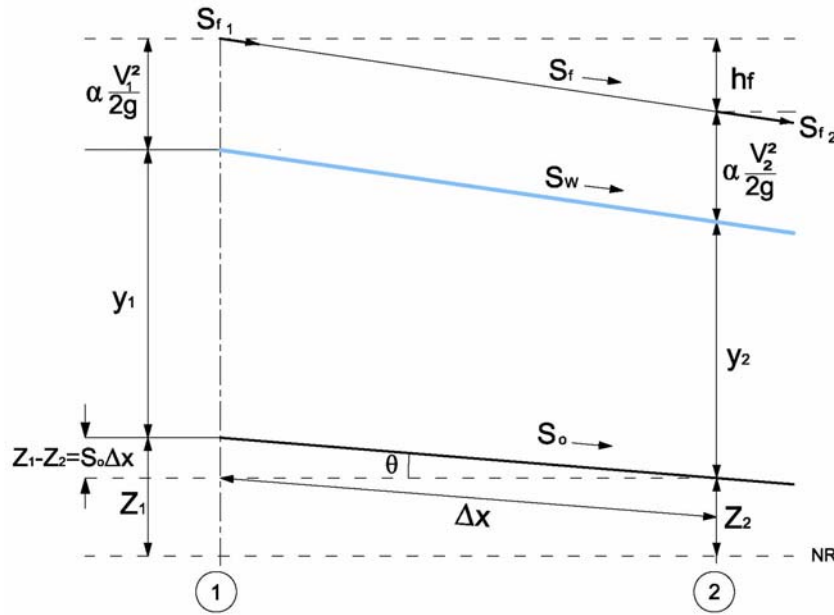


FIGURA 8-28 Tramo corto de un canal prismático.

3.- De acuerdo con el concepto de energía específica, energía referida al fondo del canal, se puede escribir:

$$E = y_1 + \alpha \frac{V_1^2}{2g}$$

4.- Si en el tramo no existen singularidades, la pérdida de energía h_{f1-2} , se debe exclusivamente a la fricción, por lo tanto:

$$h_{f1-2} = \int_1^2 S_f dx$$

Si las secciones (1) y (2) están suficientemente cercanas puede aproximarse:

$$h_{f1-2} = \frac{S_{f1} + S_{f2}}{2} \Delta x = \bar{S}_f \Delta x$$

5.- Sustituyendo valores en la ecuación (8-63) y resolviendo para Δx , se tiene:

$$S_o \Delta x + E_1 = E_2 + \bar{S}_f \Delta x \quad (8-64)$$

$$S_o \Delta x - \bar{S}_f \Delta x = E_2 - E_1$$

$$\Delta x = \frac{E_2 - E_1}{S_o - \bar{S}_f} \quad (8-65)$$

Donde:

Δx = distancia del tramo desde una sección (1) de características conocidas hasta otra en que se produce un tirante y_2 .

E_1, E_2 = energía específica ($E = y + \alpha V^2 / 2g$) para los tramos (1) y (2)

S_o = pendiente del fondo del canal

\bar{S}_E = pendiente promedio de la línea de energía.

$$\bar{S}_f = \frac{S_{f1} + S_{f2}}{2}$$

$$S_f = \left(\frac{V \cdot n}{R^{2/3}} \right)^2$$

8.5.5.2. PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO

1.- Comenzar el cálculo en una sección cuyas características del escurrimiento sean conocidas (sección de control) y avanzar hacia donde esa sección de control ejerce su influencia.

2.- Calcular en esa sección la energía específica: ($E_1 = y_1 + \alpha \cdot V_1^2 / 2g$) y la pendiente de la línea de energía S_{f1} con la formula de Manning.

3.- Darse un incremento de tirante Δy arbitrario, de acuerdo con la tendencia del perfil de flujo y flujo y calcular $y_2 = y_1 + \Delta y$; para este tirante calcular la energía específica E_2 y la pendiente de la línea de energía S_{f2} .

4.- Calcular la pendiente de la línea de energía promedio en el tramo, es decir:

$$\bar{S}_f = \frac{S_{f1} + S_{f2}}{2}$$

5.- Calcular Δx mediante la ecuación:

$$\Delta x = \frac{E_2 - E_1}{S_o - \bar{S}_E} = \frac{\Delta E}{S_o - \bar{S}_f}$$

Si Δx es positivo, el cálculo se habrá avanzado hacia aguas abajo y si es negativo hacia aguas arriba. En general para variaciones de Δy pequeñas, el cálculo de ΔE resulta conveniente con la relación:

$$\Delta E = \Delta y \left(1 - \bar{F}^2 \right) \quad (8-66)$$

donde \bar{F} es el número de Froude promedio en el tramo, es decir:

$$\bar{F} = \frac{F_1 + F_2}{2}$$

$$F = \frac{V}{\sqrt{gA/T}}$$

6.- Tabular los datos. Para el cálculo manual cuando se efectúan aplicaciones sucesivas a lo largo del canal, resulta conveniente elaborar una tabla con el fin de abreviar los cálculos. Una forma adecuada para la tabulación, se muestra en la Tabla 8-6.

TABLA 8-6 Tabulación para el método directo por tramos.

	y	A	P	R	$R^{\frac{2}{3}}$	V	$\frac{V^2}{2 \cdot g}$	E	ΔE	S_f	\bar{S}_f	$S_o - \bar{S}_f$	Δx	L
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)
Fila 1 →	y_1								-		-	-	-	0
Fila 2 →	y_2													

Fila 1: A partir de un valor conocido para y_1 se calculan los valores correspondientes a las columnas 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, donde

$$V = Q / A$$

$$E = y + \alpha \frac{V^2}{2g}$$

Los valores de las columnas 9, 11, 12 y 13 no se pueden calcular porque necesitan cálculos con y_2 . El valor inicial de L_1 puede ser el dato correspondiente al cadenamiento de la sección inicial de la aplicación, o bien ser un valor fijado por el calculista, por ejemplo $L_1 = 0$.

Fila 2: A partir de un valor para y_2 se calculan los valores correspondientes a las columnas 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 10, al igual como se hizo para y_1 . El valor de la columna 9 se determina a partir de los resultados obtenidos en la columna 8 para las filas 1 y 2,

considerando los subíndices apropiados. El valor de la columna 11 se determina con lo obtenido en la columna 10 para las filas 1 y 2.

El valor de la columna 12 se obtiene con lo obtenido en la columna 11 y el dato de pendiente del canal S_o . El valor de la columna 13 se obtiene con la ecuación 8-65, mientras que el valor de la columna 14. Se obtiene acumulando los valores de Δx que se hayan encontrado en cada aplicación. Las demás filas de la tabla se calculan en forma similar, considerando para cada tramo el primer valor del tirante para la fila 1 el segundo valor para la fila 2.

8.5.6. MÉTODO DE TRAMOS FIJOS

Este método es aplicable tanto para canales prismáticos como no prismáticos. Se utiliza para calcular el tirante y_2 que se presenta en una sección (2) previamente especificada de un tramo de longitud Δx , a partir del tirante conocido y_1 en la sección (1), y los demás datos.

8.5.6.1. ECUACIÓN DEL MÉTODO

La ecuación de este método es, en esencia, la misma del método directo por tramos, salvo en la forma final, esto es, en función de la variable por calcular. De la ecuación (8-64), se tiene:

$$S_o \Delta x + E_1 = E_2 + \bar{S}_f \Delta x \quad (8-67)$$

$$E = y + \frac{V^2}{2g} = y + \frac{Q^2}{2gA^2} \quad (8-68)$$

$$\bar{S}_f = \frac{S_{f1} + S_{f2}}{2} \quad (8-69)$$

$$S_f = \left(\frac{V \cdot n}{R^{2/3}} \right)^2 = \left(\frac{Q \cdot n}{A \cdot (A/P)^{2/3}} \right)^2 = Q^2 n^2 \cdot \left(\frac{P^2}{A^5} \right)^{2/3} \quad (8-70)$$

Δx = distancia especificada del tramo desde una sección (1) de características conocidas hasta la sección (2) donde el tirante es desconocido.

8.5.6.2. PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO

Conocidas las características hidráulicas en la sección (1) y la longitud del tramo Δx , la cual es positiva si los cálculos se realizan hacia aguas abajo, y negativa si los cálculos son hacia aguas arriba de la sección (1), el procedimiento consiste en suponer un valor tentativo del tirante y_2 en la sección (2) y ajustar por tanteos dicho valor hasta que con algún valor supuesto de este se satisfaga la igualdad de los dos miembros de la ecuación (8-67).

El procedimiento de cálculo para este método es como sigue:

1.-Identificar el tramo donde se realizan los cálculos (Figura 8-29), siendo el y_i inicial (y_i) el tirante de la sección de control, y la longitud L , del tramo conocido.

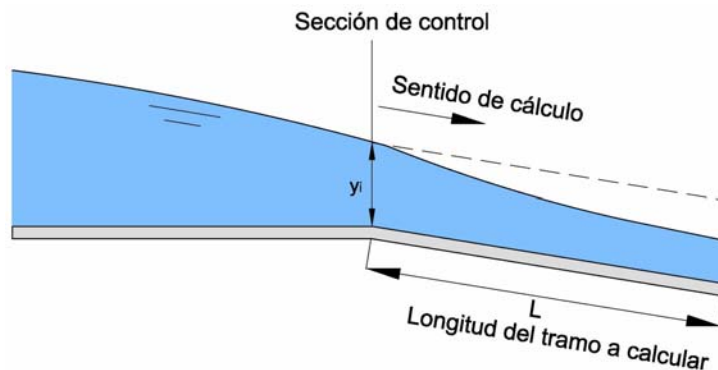


FIGURA 8-29 Identificación del tramo a calcular.

2.-Definir el número de divisiones N que tendrá el tramo y calcular Δx :

$$\Delta x = \frac{L}{N}$$

Donde:

Δx = longitud de cada división, este valor será (+), si los cálculos se realizan hacia aguas abajo, y (-) hacia aguas arriba.

L = longitud del tramo

N = numero de tramos a calcular

La primera división tendrá como tirante y_1 al tirante inicial (tirante de la sección de control), y como distancia conocida a Δx , con estos datos, proceder a calcular y_2 .

Las divisiones subsiguientes, tendrán como y_1 , al y_2 de la sección anterior, y para el Δx , se calculara el nuevo y_2 .

3.- Calcular la constante C , a partir del tirante y_1 conocido, Q , S_o , n y Δx

$$C = S_o \Delta x + y_1 + \frac{Q^2}{2gA_1^2} - \frac{\Delta x Q^2 n^2}{2} \cdot \left(\frac{P_1^2}{A_1^5} \right)^{2/3}$$

4.- Calcular y_2 de la división, utilizando el proceso de tanteos, es decir, dando valores a y_2 y calculando el valor de $f(y_2)$.

$$f(y_2) = y_2 + \frac{Q^2}{2gA_2^2} - \frac{\Delta x Q^2 n^2}{2} \cdot \left(\frac{P_2^2}{A_2^5} \right)^{2/3} = C$$

La solución adecuada de y_2 , será aquella que hace que:

$$f(y_2) = C$$

5.- Repetir los cálculos para la siguiente división, calculando el y_2 correspondiente hasta completar con todas las divisiones del tramo.

6.- Tabular los valores de x y y .

X	Y
$x_1 = 0$	y_1
$x_2 = \Delta x$	y_2
$x_3 = 2\Delta x$	y_3
.....
$x_n = L$	y_n

Para ordenar los cálculos es conveniente tabular los resultados como se muestra en la Tabla 8-7.

El significado de cada columna es:

Columna 1: Kilometraje que define la sección de cálculo. El valor inicial de x , puede ser dato correspondiente al cadenamiento de la sección inicial de la aplicación, o bien en un

valor fijado por el calculista, por ejemplo 0, los valores siguientes se obtienen acumulando los Δx .

Columna 2: Valor de Δx entre la sección en estudio y la sección anterior, generalmente constante.

Columna 3: Producto de la pendiente de fondo por la columna 2, generalmente constante.

Columna 4: Profundidad en la sección. En la fila 1, para un y_1 conocido se calculan los valores de las columnas 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 y 13, los valores de las columnas 14, 15 y 16 no se pueden calcular porque requieren cálculos con y_2 . En la fila 2, para un y_2 supuesto se calculan los valores de las columnas desde la 5 hasta la 16.

Columna 5: $A = (b + Zy)y$

Columna 6: $P = b + 2y\sqrt{1 + Z^2}$

Columna 7: $R = A/P$

Columna 8: $R^{2/3}$

Columna 9: $V = Q/A$

Columna 10: $V^2/2g$

Columna 11: $E = y + V^2/2g$ (columna 4 + columna 10)

Columna 12: columna 3 + columna 11

Columna 13: $S_f = \left(\frac{b \cdot n}{R^{2/3}} \right)^2$

Columna 14: $\bar{S}_f = \frac{S_{f1} + S_{f2}}{2}$ promedio de los valores de la columna 13, para las filas 1 y 2.

Columna 15: columna 14 por columna 2.

Columna 16: columna 11 + columna 15 de la fila 2.

El valor supuesto de y_2 será el adecuado, si el resultado obtenido en la columna 16 para la fila 2 es igual o suficientemente próximo al de la columna 12 para la fila 1. En caso de que no fuera, toda la línea de cálculos de la fila 2 debe ser eliminada y se deben comenzar nuevamente los cálculos con otro valor tentativo de y_2 hasta que se cumpla con la igualdad de valores de las columnas 16 y 12.

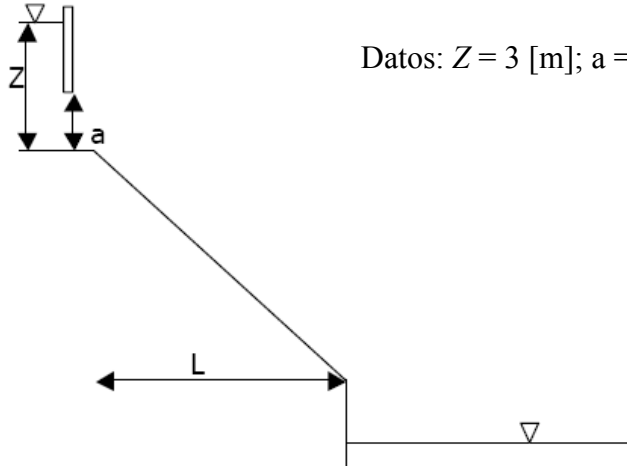
TABLA 8-7 Tabulación para el método de los tramos fijos.
(Adaptado de: M. Villón B.)

	x	Δx	$S_o \cdot \Delta x$	y	A	P	R	$R^{\frac{2}{3}}$
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
Fila 1 →	0	Δx		y_1				
Fila 2 →	Δx			y_2				

	V	$\frac{V^2}{2 \cdot g}$	E	$S_o \Delta x + E$	S_f	\bar{S}_f	$\bar{S}_f \cdot \Delta x$	$E + \bar{S}_f \cdot \Delta x$
	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)
Fila 1 →								
Fila 2 →								

8.6. EJERCICIOS RESUELTOS

8.6.1 Analizar todos los posibles perfiles de flujo (curvas de remanso) que se generan en el canal de la figura, de ancho b y coeficiente de Manning n , si la pendiente varía entre $-\infty$ y $+\infty$.



Datos: $Z = 3$ [m]; $a = 1$ [m]; $L = 100$ [m]; $b = 3$ [m]; $n = 0,013$

Solución:

1.-Primero determinamos el caudal del sistema:

$$E = Z_o = Cc \cdot a + \frac{q^2}{2 \cdot g \cdot (Cc \cdot a)^2} \Leftrightarrow q = \sqrt{(Z_o - Cc \cdot a) \cdot 2 \cdot g \cdot (Cc \cdot a)^2} = 4.175 \text{ m}^3 / \text{s} / \text{m}$$

$$\Rightarrow Q = q \cdot b = 12.525 \text{ m}^3 / \text{s}$$

Calculamos la altura crítica:

$$y_c = \left(\frac{q^2}{g} \right)^{1/3} = \left(\frac{4.175^2}{9.81} \right)^{1/3} = 1.212 \text{ m}$$

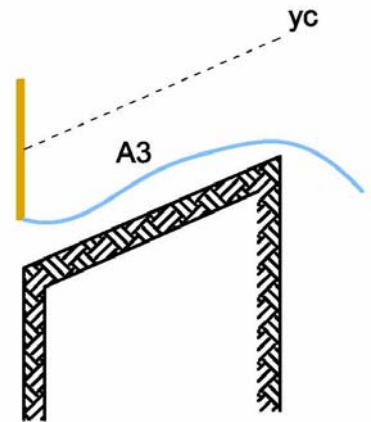
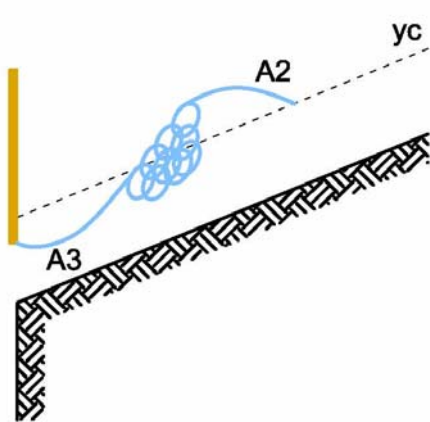
$$\text{Por Manning : } Q = \frac{1}{n} \cdot A \cdot R^{2/3} \cdot S^{1/2} \Leftrightarrow S_c = \left(\frac{Q \cdot n}{\frac{(b \cdot y_c)^{5/3}}{(b + 2y_c)^{2/3}}} \right)^2 = \left(\frac{12.525 \cdot 0.013}{\frac{(3 \cdot 1.212)^{5/3}}{(3 + 2 \cdot 1.212)^{2/3}}} \right)^2 = 0.0034$$

Ejes Posibles:

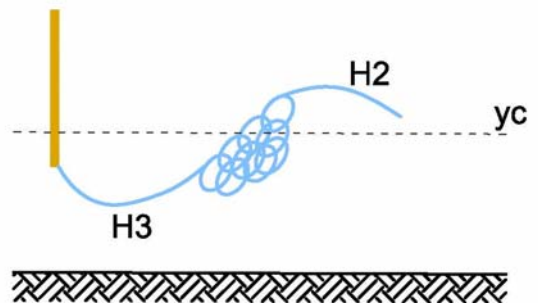
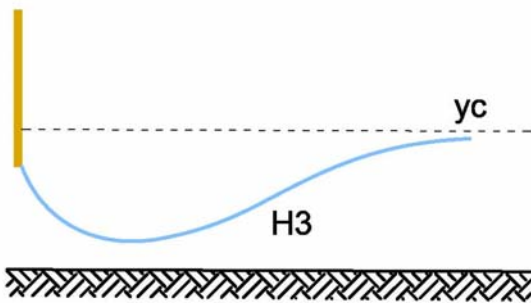
1) Si $-\infty < S < S_1 \Rightarrow$ No hay escurrimiento

$$Z = S_1 \cdot L \Leftrightarrow S_1 = \frac{Z}{L} = \frac{3}{100} = 0.03 \Rightarrow S_1 = -0.03$$

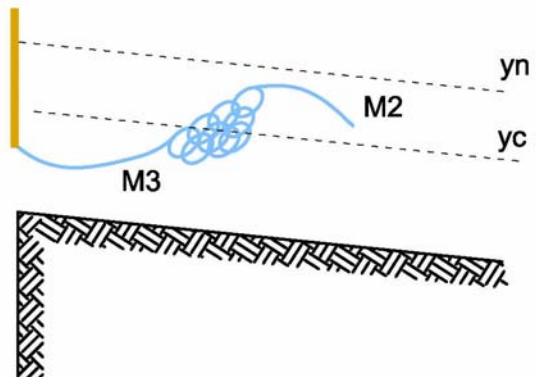
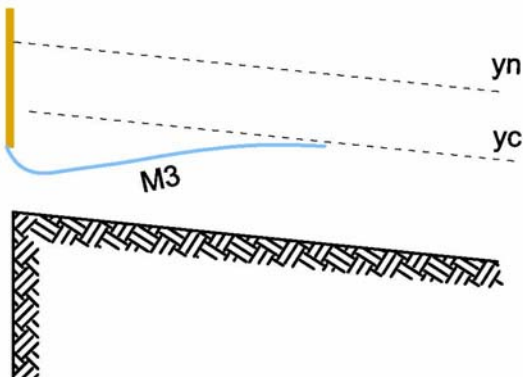
2) Si $-0.03 < S < 0 \Rightarrow$ Pendiente adversa



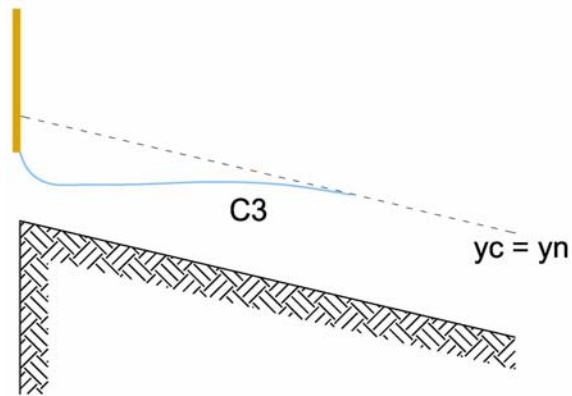
3) Si $S = 0$



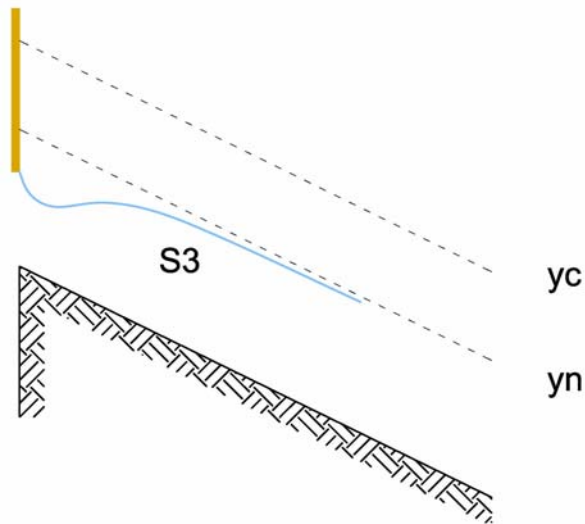
4) Si $0 < S < S_c$



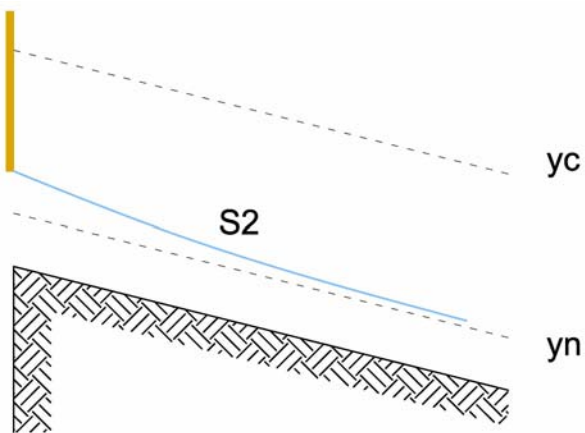
5) Si $S = S_c = 0.0034$



6) Si $S_c < S < S_2$



7) Si $S_2 < S < \infty$



Para encontrar S_2 , debemos determinar previamente la altura normal y_n :

$$\left(\frac{Q \cdot n}{\sqrt{S}} \right) = \frac{(b \cdot y_n)^{5/3}}{(b + 2y_n)^{2/3}} \Rightarrow y_n = 0.61 \text{ m}$$

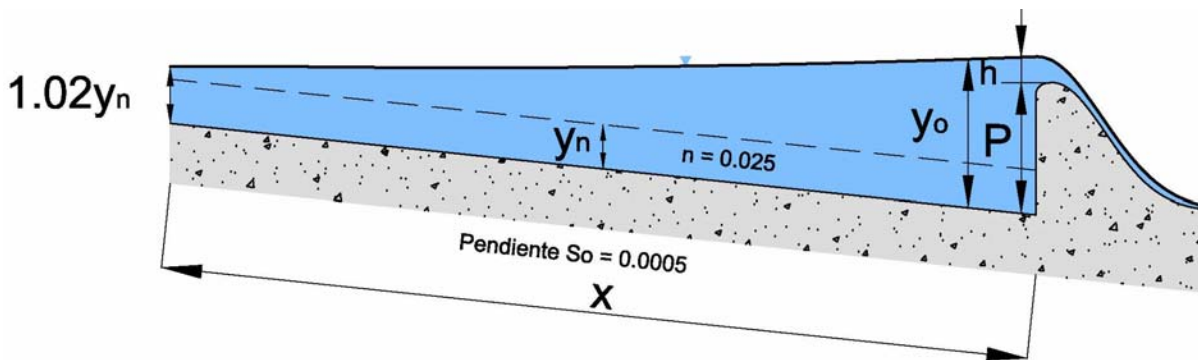
\Rightarrow Calculamos S_2

$$S_2 = \left(\frac{Q \cdot n}{\frac{(b \cdot y_n)^{5/3}}{(b + 2y_n)^{2/3}}} \right)^2 = \left(\frac{12.525 \cdot 0.013}{\frac{(3 \cdot 0.61)^{5/3}}{(3 + 2 \cdot 0.61)^{2/3}}} \right)^2 = 0.024$$

8.6.2 Un canal de sección trapezoidal de ancho de solera 3 m. talud 1.5 esta escavado en tierra ($n = 0.025$), con una pendiente uniforme de 0.0005 conduce un caudal de $8 \text{ m}^3/\text{s}$. Con el objetivo de dar carga sobre una serie de compuertas para tomas laterales, se desea utilizar un vertedero de cresta redonda y de forma rectangular (coeficiente de descarga $C = 2$) con una longitud de cresta $L = 7 \text{ m}$.

La ecuación sugerida para el vertedero es $Q = CLh^{3/2}$ y la altura de la cresta al fondo es $P = 1.8 \text{ m}$. (ver Figura). Calcular el perfil del flujo (eje hidráulico) y la longitud total x del remanso, considerando que termina al alcanzar un tirante que sea 2 % mayor que el normal.

Solución:



Datos:

$$Q = 8 \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$P = 1.8 \text{ m}$$

$$n = 0.025$$

$$Z = 1.5$$

$$b = 3 \text{ m}$$

$$C = 2$$

$$S_o = 0.0005$$

$$L = 7 \text{ m}$$

Cálculo del tirante normal

$$\frac{Q \cdot n}{\sqrt{S}} = \frac{(A)^{5/3}}{(P)^{2/3}}$$

$$\frac{Q \cdot n}{\sqrt{S}} = \frac{((b + Zy)y)^{5/3}}{(b + 2y \cdot \sqrt{1 + Z^2})^{2/3}}$$

$$\frac{8 \cdot 0.025}{\sqrt{0.0005}} = \frac{((3 + 1.5y)y)^{5/3}}{(3 + 2y \cdot \sqrt{1 + 1.5^2})^{2/3}} \Leftrightarrow 8.94427 = \frac{((3 + 1.5y)y)^{5/3}}{(3 + 2y \cdot \sqrt{1 + 1.5^2})^{2/3}}$$

Resolviendo la ecuación se tiene:

$$y_n = 1.636 \text{ m}$$

Calculo del tirante crítico

Se tiene:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A^3}{T}$$

$$\frac{8^2}{g} = \frac{[(b + Zy)y]^3}{b + 2Zy} \Leftrightarrow 6.5239 = \frac{[(b + Zy)y]^3}{b + 2Zy}$$

Resolviendo la ecuación se tiene:

$$y_c = 0.7828 \text{ m}$$

Identificación de la sección de control

La sección de control, en este caso, es el vertedero siendo el tirante aguas arriba del mismo:

$$y_o = P + h$$

Aplicando la ecuación para el vertedero rectangular de cresta ancha se tiene:

$$Q = CLh^{3/2}$$

Despejando h se tiene:

$$h = \left(\frac{Q}{CL} \right)^{2/3} = \left(\frac{8}{2 \cdot 7} \right)^{2/3} = 0.69 \text{ m}$$

$$y_o = 1.80 + 0.69 \text{ m}$$

$$y_o = 2.49 \approx 2.5 \text{ m}$$

Identificación del tipo de perfil

Comparamos:

$$y_n = 1.636 \text{ m} > y_c = 0.7828 \text{ m} \Rightarrow \text{curva M}$$

$$y_o = 2.5 \text{ m} > y_n = 1.636 \text{ m} > y_c = 0.7828 \text{ m} \Rightarrow \text{Zona 1}$$

\therefore Se tendrá un perfil M1

Cálculo del perfil:

El cálculo se efectúa desde $y_o = 2.5 \text{ m}$ hacia aguas arriba, hasta un tirante superior en un 2 % del tirante normal, es decir hasta:

$$y = 1.02 \cdot y_n$$

$$y = 1.02 \cdot 1.636 = 1.67 \text{ m}$$

Al inicio, la distribución del tirante es de 0.10 m y a medida que se tengan valores próximos a y_n , para mejor precisión, la disminución es de 0.05, 0.02 y 0.01 m respectivamente. Los resultados obtenidos se resumen en las columnas (1) a (9) de la tabla. Por ejemplo, cuando $y = 2.5 \text{ m}$ los valores de las otras columnas de la tabla son:

Columna 1.- Tirante “y”

Columna 2.- $A = (b + Z \cdot y)y = (3 + 1.5 \cdot 2.5)2.5 = 16.88 \text{ m}^2$

Columna 3.- $T = b + 2 \cdot Z \cdot y = 3 + 2 \cdot 1.5 \cdot 2.5 = 10.50 \text{ m}$

Columna 4.- $R = \frac{(b + Z \cdot y)y}{b + 2 \cdot y \sqrt{1 + Z^2}} = \frac{(3 + 1.5 \cdot 2.5)2.5}{3 + 2 \cdot 2.5 \cdot \sqrt{1 + 1.5^2}} = 1.40 \text{ m}$

Columna 5.- $V = \frac{Q}{A} = \frac{8}{16.88} = 0.474 \text{ m/s}$

Columna 6.- $S_f = \left(\frac{n \cdot V}{R^{2/3}} \right)^2 = \left(\frac{0.025 \cdot 0.474}{1.40^{2/3}} \right)^2 = 8.929 \cdot 10^{-5}$

Columna 7.- $1 - \frac{Q^2 \cdot T}{g \cdot A^3} = 1 - \frac{8^2 \cdot 10.50}{9.81 \cdot 16.88^3} = 0.9857$

Columna 8.- $S_o - S_f = 0.0005 - 8.929 \cdot 10^{-5} = 0.00041$

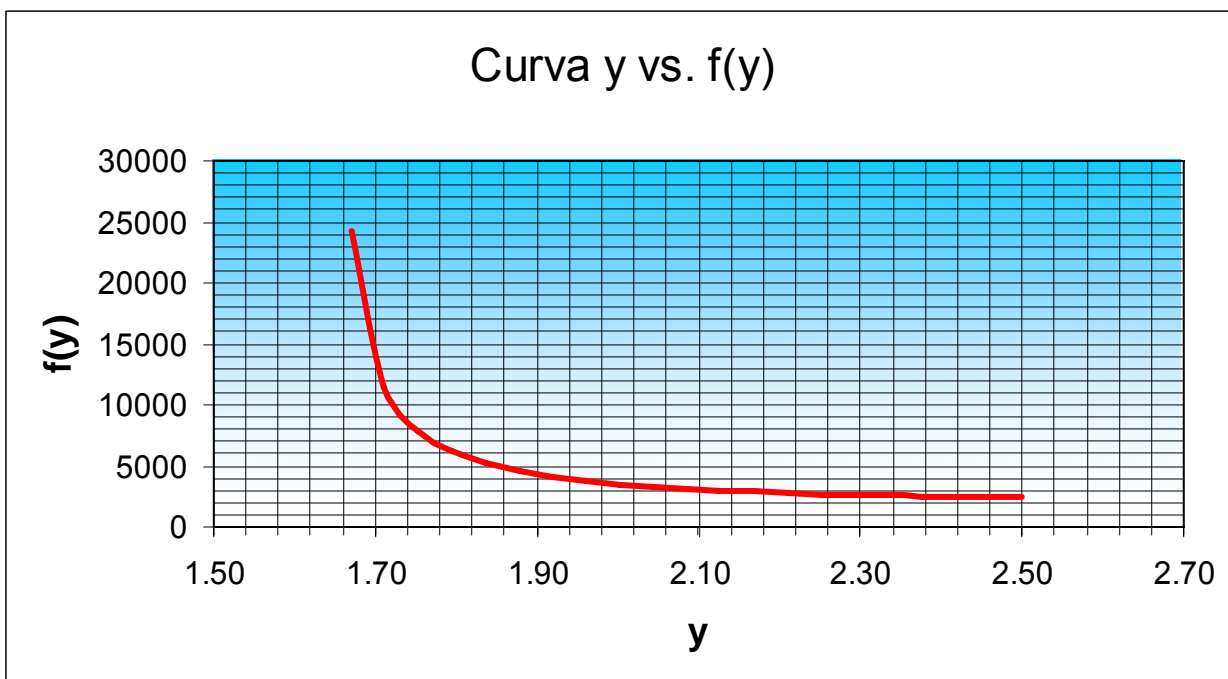
$$\text{Columna 9.- } f(y) = \frac{1 - \frac{Q^2 \cdot T}{g \cdot A^3}}{S_o - S_f} = \frac{0.9857}{0.00041} = 2400.126$$

$$\text{Columna 10.- } \Delta x = \frac{f(y_1) + f(y_2)}{2} \cdot \Delta y = \frac{2400.126 + 2436.143}{2} (2.50 - 2.46) = 100.35 \text{ m}$$

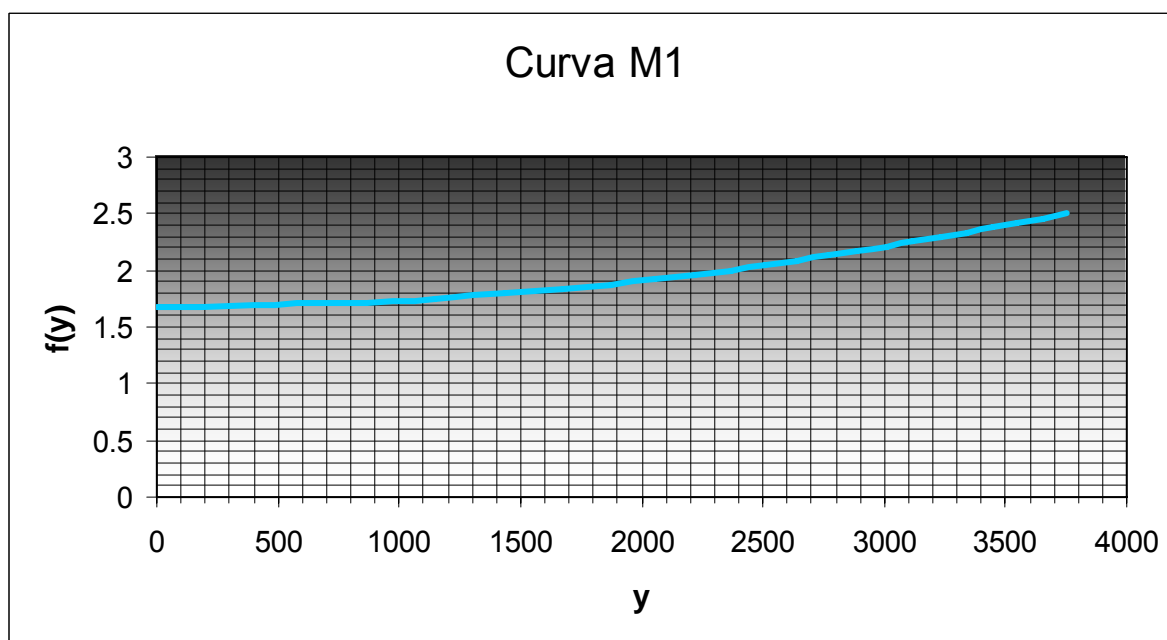
$$\text{Columna 11.- } x = x_i + \Delta x = 0.000 + 100.35 = 100.35 \text{ m}$$

y	A	T	R	$V = \frac{Q}{A}$	$S_f = \left(\frac{n \cdot V}{R^{2/3}} \right)^2$	$1 - \frac{Q^2 \cdot T}{g \cdot A^3}$	$S_o - S_f$	$f(y) = \frac{1 - \frac{Q^2 \cdot T}{g \cdot A^3}}{S_o - S_f}$	$\Delta x = A$	x
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
1.67	9.19	8.01	1.02	0.8701942	0.000461499	0.9327454	0.00004	24226.653	0,000	0,000
1.71	9.53	8.13	1.04	0.8395999	0.000418682	0.9386536	0.00008	11542.947	742,219	742,219
1.75	9.87	8.26	1.06	0.8106591	0.000380606	0.9439361	0.00012	7906,029	403,566	1145,785
1.79	10.21	8.38	1.08	0.7832505	0.000346661	0.9486703	0.00015	6186,771	292,426	1438,211
1.84	10.56	8.51	1.10	0.7572642	0.000316329	0.9529228	0.00018	5188,207	236,031	1674,242
1.88	10.92	8.63	1.12	0.7326001	0.000289162	0.9567508	0.00021	4537,856	201,816	1876,058
1.92	11.28	8.76	1.14	0.709167	0.000264778	0.9602038	0.00024	4082,118	178,864	2054,922
1.96	11.65	8.88	1.16	0.6868816	0.000242845	0.9633248	0.00026	3746,091	162,435	2217,357
2.00	12.02	9.01	1.18	0.6656678	0.000223078	0.9661510	0.00028	3488,898	150,126	2367,483
2.04	12.39	9.13	1.20	0.645456	0.000205229	0.9687150	0.00029	3286,332	140,586	2508,070
2.09	12.78	9.26	1.21	0.626182	0.000189082	0.9710453	0.00031	3123,153	132,997	2641,066
2.13	13.16	9.38	1.23	0.6077871	0.000174448	0.9731666	0.00033	2989,281	126,833	2767,899
2.17	13.55	9.50	1.25	0.590217	0.000161163	0.9751010	0.00034	2877,790	121,742	2889,641
2.21	13.95	9.63	1.27	0.5734218	0.000149084	0.9768675	0.00035	2783,761	117,477	3007,118
2.25	14.35	9.75	1.29	0.5573553	0.000138082	0.9784833	0.00036	2703,604	113,863	3120,981
2.29	14.76	9.88	1.31	0.5419748	0.000128047	0.9799633	0.00037	2634,643	110,769	3231,750
2.33	15.17	10.00	1.33	0.5272408	0.00011888	0.9813210	0.00038	2574,835	108,097	3339,846
2.38	15.59	10.13	1.35	0.5131165	0.000110494	0.9825680	0.00039	2522,603	105,772	3445,618
2.42	16.01	10.25	1.37	0.4995681	0.000102813	0.9837149	0.00040	2476,702	103,736	3549,354
2.46	16.44	10.38	1.39	0.4865637	9.57663E-05	0.9847711	0.00040	2436,143	101,942	3651,295
2.50	16.88	10.50	1.40	0.4740741	8.92946E-05	0.9857449	0.00041	2400,126	100,353	3751,648

Con los valores de y y $f(y)$, es decir, columnas (1) y (9) de la tabla anterior, se puede graficar la curva que se muestra en la siguiente Figura.



El perfil del remanso se obtiene graficando las columnas (1) y (11), y se muestra en la siguiente Figura:



Aplicando el programa computacional HCANALES, verificamos los resultados obtenidos con la planilla de cálculo.

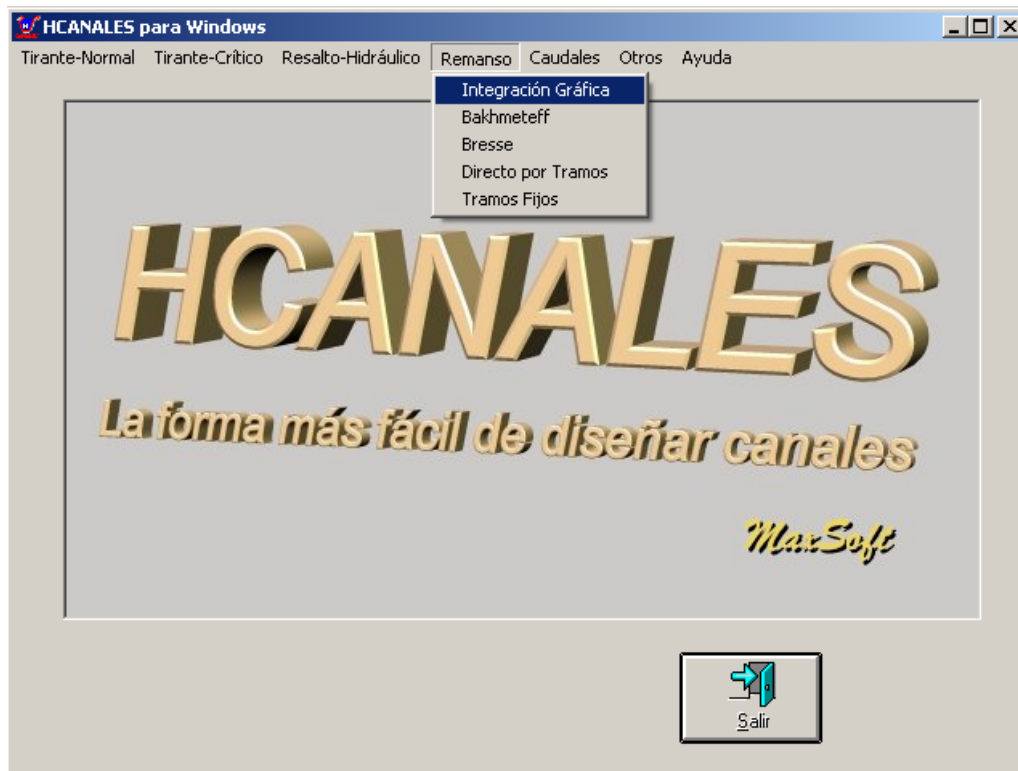
Los pasos a seguir son los siguientes:

Paso 1.- Entrar a la pantalla inicial de HCANALES y seleccionar en la opción REMANSO el Método de cálculo de curva de Remanso, para este caso seleccionamos el método de Integración Gráfica.

Paso 2.- Ingresar los datos en unidades del Sistema Internacional, empleando un número de tramos de acuerdo a la precisión requerida.

Paso 3.- Pulsar en botón EJECUTAR para obtener los pares ordenados que generan la curva de Remanso y el grafico de la misma.

PASO 1



PASO 2

Cálculo de la Curva de Remanso, Método de Integración Gráfica

Datos:

Caudal (Q) : 8.00 m³/s

Ancho de solera (b) : 3.0 m

Talud Z : 1.5

Pendiente (S) : 0.0005


Rugosidad (n) : 0.025


Tirante inicial (y1): 1.67 m


Tirante final (y2): 2.50 m


Número de tramos (nt) : 20


Resultados:

 Calculadora

 Ejecutar

 Limpiar Pantalla

 Imprimir

 Menú Principal

Limpia la pantalla para realizar nuevos cálculos

PASO 3

Cálculo de la Curva de Remanso, Método de Integración Gráfica

Datos:

Caudal (Q) : 8.00 m³/s

Ancho de solera (b) : 3.0 m

Talud Z : 1.5

Pendiente (S) : 0.0005


Rugosidad (n) : 0.025

Tirante inicial (y1): 1.67 m


Tirante final (y2): 2.50 m


Número de tramos (nt) : 20


Resultados:


 Calculadora

X	Y
0.0	1.6700
742.2	1.7115
1145.8	1.7530
1438.2	1.7945
1674.2	1.8360
1876.1	1.8775
2054.9	1.9190
2217.4	1.9605
2367.5	2.0020
2508.1	2.0435
2641.1	2.0850

 Ejecutar


 Limpiar Pantalla

 Imprimir

 Menú Principal

Limpia la pantalla para realizar nuevos cálculos

Curva de Remanso Método de Integración Gráfica



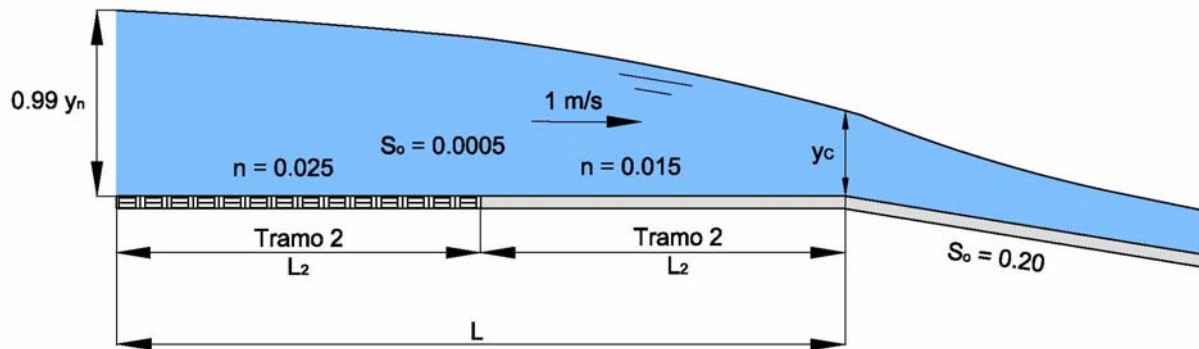
8.6.3 Un canal trapezoidal tiene un ancho de solera $b = 1$ m, talud $Z = 1$ y con pendiente de 0.0005 conduce un caudal de $0.9 \text{ m}^3/\text{s}$ en flujo uniforme con un coeficiente de rugosidad $n = 0.025$. A partir de cierta sección en adelante, como se muestra en la Figura, es necesario aumentar la pendiente del canal a 0.20.

A. Calcular la distancia L_1 que deberá revestirse de concreto ($n = 0.015$) suponiendo que el material en que se excava el canal resiste hasta una velocidad de 1 m/s .

B. Determinar la distancia L hasta la cual se deja sentir la influencia del cambio de pendiente.

C. Calcular el perfil del flujo en el tramo revestido L_1 .

Solución:



Datos:

$$Q = 0.9 \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$n = 0.015 \text{ (tramo1, revestido)}$$

$$b = 1 \text{ m}$$

$$n = 0.025 \text{ (tramo2, sin revestir)}$$

$$Z = 1$$

$$S_o = 0.0005$$

De acuerdo con los datos, se observa que el problema debe resolverse en forma independiente para el tramo revestido y sin revestir, pues el tirante normal es diferente, permaneciendo constante para ambos tramos el mismo tirante crítico.

A.- Cálculo de L_1 (tramo revestido)

1. Cálculo del tirante normal y_n :

$$\frac{Q \cdot n}{\sqrt{S}} = \frac{(A)^{5/3}}{(P)^{2/3}}$$

$$\frac{Q \cdot n}{\sqrt{S}} = \frac{((b + Zy)y)^{5/3}}{(b + 2y \cdot \sqrt{1 + Z^2})^{2/3}}$$

Resolviendo la ecuación se tiene:

$$y_n = 0.676 \text{ m}$$

2.- Cálculo del tirante crítico y_c :

Se tiene:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A^3}{T}$$

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{[(b + Zy)y]^3}{b + 2Zy}$$

Resolviendo la ecuación se tiene:

$$y_c = 0.381 \text{ m}$$

3.- Cálculo de la pendiente crítica S_c :

De la ecuación de Manning para y_c , se tiene:

$$Q = \frac{1}{n} \frac{(A_c)^{5/3}}{(P_c)^{2/3}} S_c^{1/2}$$

$$S_c = \left(\frac{Q \cdot n \cdot P_c^{2/3}}{A_c^{5/3}} \right)^2$$

Donde:

$$A_c = (b + Zy_c)y_c = (1 + 1 \cdot 0.381) \cdot 0.381 = 0.5262 \text{ m}^2$$

$$P_c = b + 2y_c \cdot \sqrt{1 + Z^2} = 1 + 2 \cdot 0.381 \cdot \sqrt{1 + 1^2} = 2.0776 \text{ m}$$

Luego:

$$S_c = \left(\frac{1 \cdot 0.015 \cdot 2.0776^{2/3}}{0.5262^{5/3}} \right)^2 = 0.0148$$

4.- Ubicación de la sección de control

La sección esta ubicada en el punto de cambio de pendiente, presentándose el tirante crítico $y_c = 0.381 \text{ m}$ en dicho punto.

5.- Definición del tipo de curva

Para el tramo 1 se tiene que:

$$\left. \begin{array}{l} y_n = 0.676 \text{ m} > y_c = 0.381 \text{ m} \\ S_o = 0.0005 < S_c = 0.0148 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Curva } M$$

además el tirante de agua esta por encima del tirante crítico, y no debe sobrepasar al tirante normal.

Es decir:

$$y_n > y > y_c \Rightarrow \text{Zona 2}$$

\Rightarrow El tipo de perfil que se tendrá será un **M2**

Cálculo de la distancia

El cálculo de la distancia se efectúa desde $y_c = y_1 = 0.381 \text{ m}$ hacia aguas arriba, hasta un tirante que corresponda a $V = 1 \text{ m/s}$, es decir:

$$A = \frac{Q}{V} = \frac{0.9}{1} = 0.9$$

$$A = (b + Zy)y = 0.9 \Leftrightarrow (1 + y)y = 0.9$$

$$\Rightarrow y = 0.572 \text{ m}$$

el cálculo se realiza desde $y_c = y_1 = 0.381 \text{ m}$ hasta $y_2 = 0.572 \text{ m}$, siendo el y promedio para el tramo:

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{0.381 + 0.572}{2} = 0.4765 \text{ m}$$

Cálculo de N y M:

Para $\frac{\bar{y}}{b} = \frac{0.4765}{1} = 0.4765$; $Z = 1$, sustituyendo en la ecuación, se tiene:

$$N = \frac{10}{3} \left[\frac{1 + 2Z(y_p/b)}{1 + Z(y_p/b)} \right] - \frac{8}{3} \left[\frac{\sqrt{1 + Z^2}(y_p/b)}{1 + 2\sqrt{1 + Z^2}(y_p/b)} \right] = \frac{10}{3} \left[\frac{1 + 2 \cdot 1 \cdot 0.4765}{1 + 1 \cdot 0.4765} \right] - \frac{8}{3} \left[\frac{(\sqrt{1 + 1^2}) \cdot 0.4765}{1 + (2\sqrt{1 + 1^2} \cdot 0.4765)} \right]$$

$$\Rightarrow N = 3.6$$

Para la determinación de M, se tiene:

$$M = \frac{3(1 + 2Z(y_p/b))^2 - 2Z(y_p/b)[1 + Z(y_p/b)]}{[1 + 2Z(y_p/b)][1 + Z(y_p/b)]} = \frac{3(1 + 2 \cdot 1 \cdot 0.4765)^2 - 2 \cdot 1 \cdot 0.4765[1 + 1 \cdot 0.4765]}{[1 + 2 \cdot 1 \cdot 0.4765][1 + 1 \cdot 0.4765]}$$

$$\Rightarrow M = 3.5$$

Cálculo de $J, \frac{J}{N}, \frac{N}{J}$:

$$J = \frac{N}{N - M + 1} = \frac{3.6}{3.6 - 3.5 + 1} = 3.2727$$

$$\frac{J}{N} = \frac{3.2727}{3.6} = 0.9091$$

$$\frac{N}{J} = \frac{3.6}{3.2727} = 1.1$$

Cálculo de los valores de u y v para cada sección:

Sección (1):

$$u_1 = \frac{y_1}{y_n} = \frac{0.381}{0.676} = 0.5636 \quad ; \quad v_1 = u_1^{N/J} = 0.5636^{1.1} = 0.5322$$

Sección (2):

$$u_2 = \frac{y_2}{y_n} = \frac{0.572}{0.676} = 0.8462 \quad ; \quad v_2 = u_2^{N/J} = 0.8462^{1.1} = 0.8321$$

Cálculo de las funciones del flujo variado:

Interpolando valores en la tabla de funciones de flujo variado del anexo E, se obtiene:

Sección (1):

$$F(u_1, N) = F(0.5636, 3.6) = 0.5801$$

$$F(v_1, J) = F(0.5322, 3.27) = 0.549$$

Sección (2):

$$F(u_2, N) = F(0.8462, 3.6) = 0.9986$$

$$F(v_2, J) = F(0.8321, 3.27) = 0.9926$$

Los valores se resumen en la siguiente tabla:

Sección	y	u	v	$F(u, N)$	$F(v, J)$
(2)	0.572	0.8462	0.8321	0.9986	0.9926
(1)	0.381	0.5636	0.5322	0.5801	0.5490
Diferencias		0.2826		0.4185	0.4436

Cálculo de L_1 :

$$L_1 = \frac{y_n}{S_0} \cdot \left\{ (u_2 - u_1) - [F(u_2, N) - F(u_1, N)] + \left(\frac{y_c}{y_n} \right)^M \cdot \frac{J}{N} [F(v_2, J) - F(v_1, J)] \right\}$$

Entonces se tiene:

$$L_1 = \frac{0.676}{0.0005} \left[0.2826 - 0.4185 + \left(\frac{0.381}{0.676} \right)^{3.5} \cdot 0.9091 \cdot 0.4436 \right]$$

$$L_1 = -110.45$$

Tomando el valor absoluto y redondeando, se tiene:

$$L_1 = 111 \text{ m}$$

Por tanto deberá revestirse desde la sección de cambio de pendiente hacia aguas arriba 111 m.

B.- Cálculo de L

$$L = L_1 + L_2$$

En el tramo 2 también se tiene una curva M2; el cálculo se realizará desde $y_1 = 0.572$ hasta $y_2 = 0.99 y_n$, debiendo calcularse previamente y_n para este tramo con $n = 0.025$.

1. De manera similar al tramo 1 se calcula y_n :

$$\Rightarrow y_n = 0.88 \text{ m}$$

2. Secciones de cálculo

$$y_1 = 0.572 \text{ m}$$

$$y_2 = 0.99 \cdot 0.88 = 0.871 \text{ m}$$

3. Tirante promedio

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{0.572 + 0.871}{2} = 0.7215 \text{ m}$$

$$\bar{y}/b = 0.7215 / 1 = 0.7215$$

4. Cálculo de M y N

De manera similar al tramo 1 se calcula N, M:

$$\Rightarrow N = 3.8$$

$$\Rightarrow M = 3.67$$

5. Cálculo de $J, \frac{J}{N}, \frac{N}{J}$:

$$J = \frac{N}{N - M + 1} = \frac{3.8}{3.8 - 3.67 + 1} = 3.3628$$

$$\frac{J}{N} = \frac{3.3628}{3.8} = 0.885$$

$$\frac{N}{J} = \frac{3.8}{3.3628} = 1.13$$

6. Cálculo de los valores de $u, v, F(u, N), F(v, J)$ para ambas secciones:

Los valores se resumen en la siguiente tabla:

Sección	y	u	v	F(u,N)	F(v,J)
(2)	0.871	0.9898	0.9885	1.7566	1.8387
(1)	0.572	0.6500	0.6146	0.6800	0.6495
Diferencias		0.3398		1.0766	1.1892

7. Cálculo de L_2 :

Entonces se tiene:

$$L_2 = \frac{0.88}{0.0005} \left[0.3398 - 1.0766 + \left(\frac{0.381}{0.88} \right)^{3.67} \cdot 0.885 \cdot 1.1892 \right]$$

$$L_2 = -1211$$

Tomando el valor absoluto, se tiene:

$$L_2 = 1211 \text{ m}$$

8. Cálculo de L

$$L = L_1 + L_2$$

$$L = 111 + 1211 = 1322 \text{ m}$$

$$L = 1322 \text{ m}$$

C.- Cálculo del perfil M2 en el tramo revestido:

1. Resumiendo los valores constantes obtenidos en este tramo, se tiene:

$$y_n = 0.676 \text{ m} \quad N = 3.6 \quad \frac{J}{N} = 0.9091$$

$$y_c = 0.381 \text{ m} \quad M = 3.5 \quad \frac{N}{J} = 1.1$$

$$y = 0.572 \text{ m} \quad J = 3.2727$$

2. Considerando la constante = 0, en la siguiente ecuación se tiene:

$$x = \frac{y_n}{S_o} \cdot \left[u - F(u, N) + \left(\frac{y_c}{y_n} \right)^M \cdot \frac{J}{N} \cdot F(v, J) \right]$$

Sustituyendo valores se obtiene:

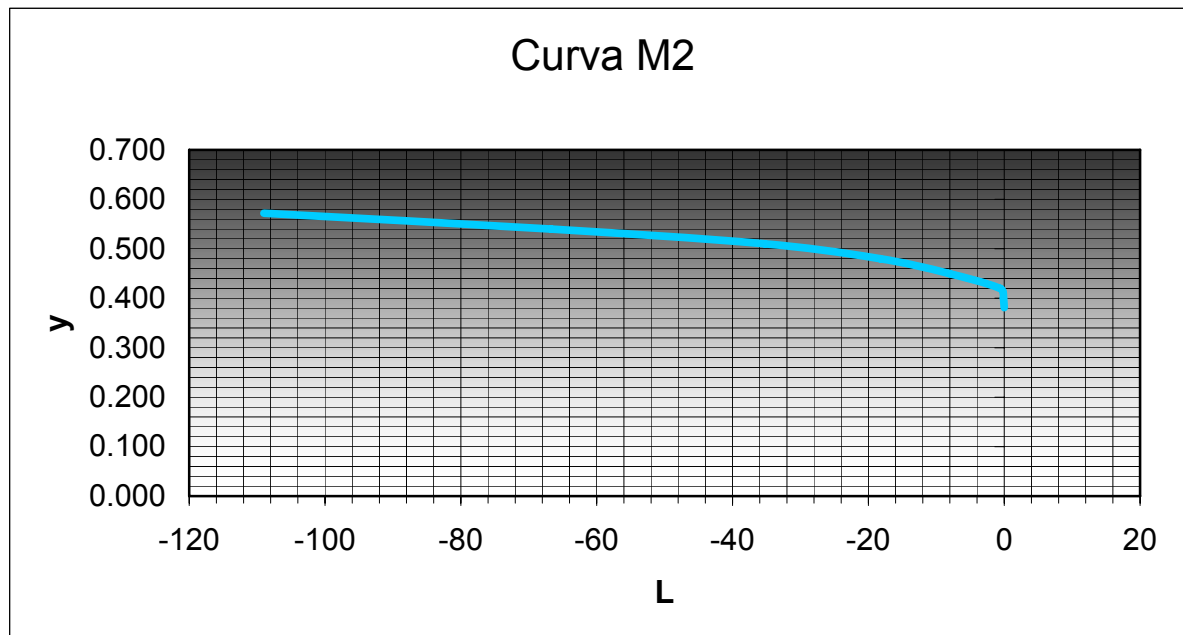
$$x = \frac{0.676}{0.0005} \cdot \left[u - F(u, N) + \left(\frac{0.381}{0.676} \right)^{3.5} \cdot 0.9091 F(v, J) \right]$$

$$x = 1352 [u - F(u, N) + 0.1222 F(v, J)]$$

Esta ultima ecuación permite calcular las distancias x a que se encuentra la sección considerada con respecto a un origen arbitrario. Los resultados obtenidos para diferentes valores desde $y = 0.572$ m a $y = 0.381$ m se muestran en la siguiente tabla.

y	$u = \frac{y}{y_n}$	$v = u^{N/J}$	$F(u, N)$	$F(v, J)$	x	L
0,3810	0,5636	0,5322	0,5810	0,5490	67,72	0,00
0,4000	0,5917	0,5615	0,6130	0,5810	67,60	0,12
0,4200	0,6213	0,5924	0,6470	0,6190	67,12	0,60
0,4500	0,6657	0,6391	0,7050	0,6800	59,62	8,10
0,4800	0,7101	0,6862	0,7640	0,7410	49,42	18,30
0,5100	0,7544	0,7335	0,8290	0,8110	32,59	35,30
0,5400	0,7988	0,7811	0,9070	0,8900	1,03	66,69
0,5720	0,8462	0,8321	0,9980	0,9940	-41,28	109,00

El perfil se obtiene graficando la columna (7) contra la columna (1), como se muestra en la siguiente figura.



Aplicando el programa computacional HCANALES, verificamos los resultados obtenidos con la planilla de cálculo.

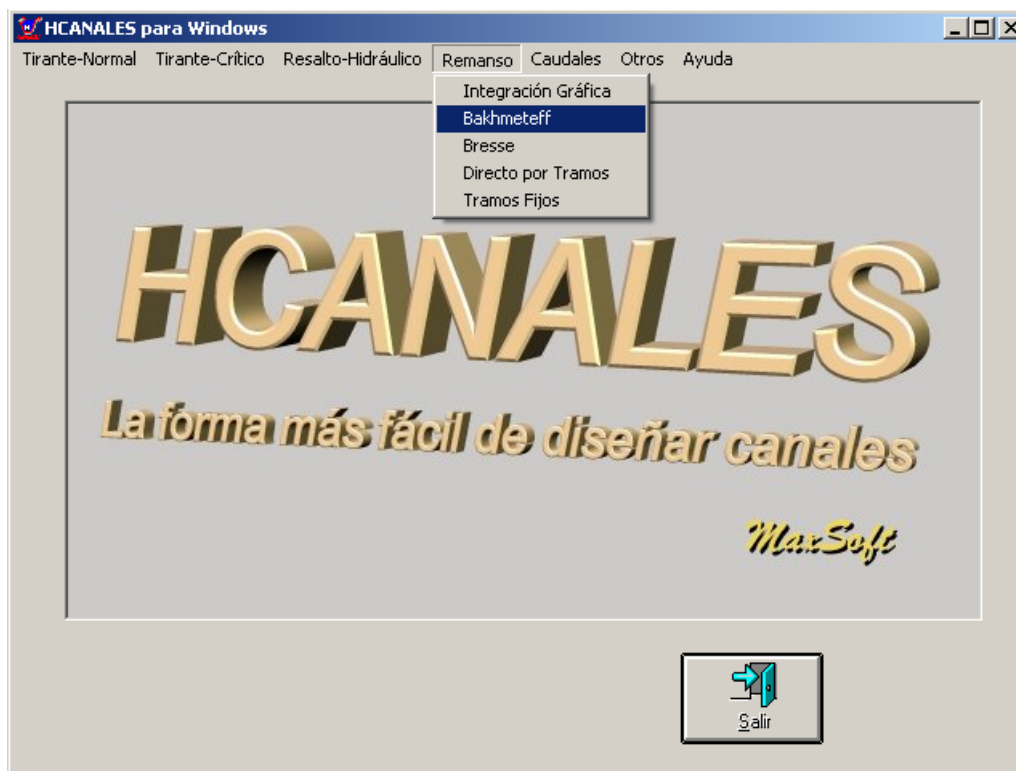
Los pasos a seguir son los siguientes:

Paso 1.- Entrar a la pantalla inicial de HCANALES y seleccionar en la opción REMANSO el Método de cálculo de curva de Remanso, para este caso seleccionamos el método de Bakhmeteff.

Paso 2.- Ingresar los datos en unidades del Sistema Internacional, empleando un número de tramos de acuerdo a la precisión requerida.

Paso 3.- Pulsar en botón EJECUTAR para obtener los pares ordenados que generan la curva de Remanso y el grafico de la misma.

PASO 1



PASO 2

Cálculo de la curva de Remanso, método de Bakhmeteff

Datos:

Caudal (Q) : 0.90 m³/s

Ancho de solera (b) : 1.0 m

Talud (Z) : 1

Pendiente (S) : 0.0005

Tirante normal (y_n) : 0.676 m

Tirante crítico (y_c) : 0.381 m

Tirante inicial (y₁) : 0.381 m

Tirante final (y₂) : 0.572 m


Número de tramos (nt) : 20


Resultados:


Valor de N:


Valor de M:


Valor de J:

 Calculadora

 Ejecutar

 Limpiar Pantalla

 Imprimir

 Menú Principal

Retorna al Menú principal

PASO 3

Cálculo de la curva de Remanso, método de Bakhmeteff

Datos:

Caudal (Q) : 0.90 m³/s

Ancho de solera (b) : 1.0 m

Talud (Z) : 1

Pendiente (S) : 0.0005

Tirante normal (y_n) : 0.676 m

Tirante crítico (y_c) : 0.381 m

Tirante inicial (y₁) : 0.381 m

Tirante final (y₂) : 0.572 m

Número de tramos (nt) : 20


Resultados:


Valor de N: 3.6437


Valor de M: 3.4802


Valor de J: 3.1317


X	Y
0.0	0.3810
0.1	0.3906
0.5	0.4001
1.2	0.4097
2.1	0.4192
3.5	0.4288
5.2	0.4383
7.3	0.4479
9.9	0.4574
13.0	0.4670
16.7	0.4765

 Calculadora

 Ejecutar


 Limpiar Pantalla

 Imprimir

 Menú Principal

Retorna al Menú principal

Curva de Remanso Método de Bakhmeteff



8.6.4 Un canal trapezoidal tiene un ancho de solera $b = 1$ m, talud $Z = 1$, pendiente $S = 0.0005$, coeficiente de rugosidad $n = 0.025$, y conduce un caudal de $1 \text{ m}^3/\text{s}$. A partir de cierta sección en adelante, como se muestra en la figura es necesario aumentar la pendiente del canal a $S_o = 0.01$ y el canal se reviste con concreto $n = 0.015$. Calcular el perfil del flujo en el tramo de mayor pendiente considerando que la variación del perfil termina cuando el tirante es el 1% superior al tirante normal.

Solución:

Datos:

$$Q = 1 \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$S = 0.0005$$

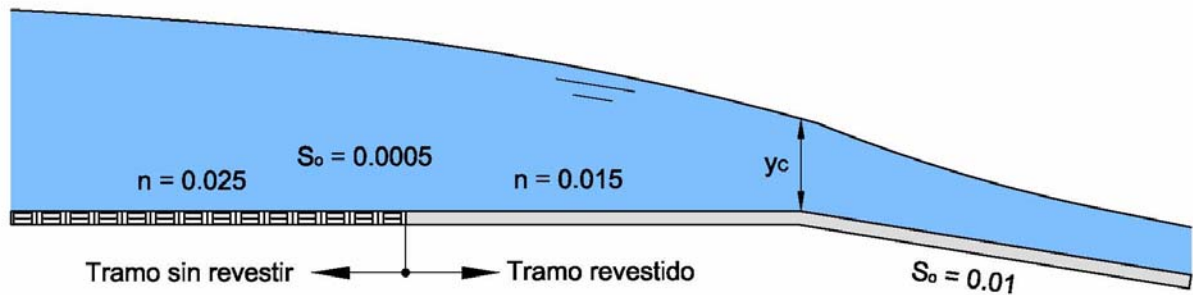
$$S_o = 0.01$$

$$b = 1 \text{ m}$$

$$Z = 1$$

$$n = 0.015 \text{ (tramo revestido)}$$

$$n = 0.025 \text{ (tramo sin revestir)}$$



Los cálculos, como indica el problema, se realizan solo en el tramo de mayor pendiente.

a. Cálculo del tirante normal y_n :

$$\frac{Q \cdot n}{\sqrt{S}} = \frac{(A)^{5/3}}{(P)^{2/3}}$$

$$\frac{Q \cdot n}{\sqrt{S}} = \frac{((b + Zy)y)^{5/3}}{(b + 2y \cdot \sqrt{1 + Z^2})^{2/3}}$$

Resolviendo la ecuación se tiene:

$$y_n = 0.3144 \text{ m}$$

b.- Cálculo del tirante crítico y_c :

Se tiene:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{A^3}{T}$$

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{[(b + Zy)y]^3}{b + 2Zy}$$

Resolviendo la ecuación se tiene:

$$y_c = 0.4052 \text{ m}$$

c. Cálculo de la pendiente crítica:

De la ecuación de Manning para y_c , se tiene:

$$Q = \frac{1}{n} \frac{(A_c)^{5/3}}{(P_c)^{2/3}} S_c^{1/2}$$

$$S_c = \left(\frac{Q \cdot n \cdot P_c^{2/3}}{A_c^{5/3}} \right)^2$$

Donde:

$$A_c = (b + Zy_c)y_c = (1 + 1 \cdot 0.4052) \cdot 0.4052 = 0.5693 \text{ m}^2$$

$$P_c = b + 2y_c \cdot \sqrt{1 + Z^2} = 2 + 2 \cdot 0.4052 \cdot \sqrt{1 + 1^2} = 2.1460 \text{ m}$$

Luego:

$$S_c = \left(\frac{1 \cdot 0.015 \cdot 2.1460^{2/3}}{0.5693^{5/3}} \right)^2 = 0.00407$$

d.- Tipo de perfil

Para el tramo 1 se tiene que:

$$\left. \begin{array}{l} y_n = 0.3144 \text{ m} < y_c = 0.4052 \text{ m} \\ S_o = 0.01 > S_c = 0.00407 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Curva } S$$

$$y_c > y > y_n \Rightarrow \text{Zona } 2$$

\Rightarrow El tipo de perfil que se tendrá será un **S2**

e. Cálculo del perfil

Los cálculos se realizan desde la sección de control que se localiza en el punto del cambio de pendiente, con un tirante $y_c = 0.4052 \text{ m}$ hacia aguas abajo, hasta $y = 1.01 \cdot y_n$, es decir:

$$y = 1.01 \cdot 0.3144 = 0.3175 \text{ m}$$

A continuación se indican los cálculos para el primer tramo Δx desde $y_1 = y_c = 0.4052 \text{ m}$ a $y_2 = 0.430$. Para cada una de estas secciones se calculan los elementos geométricos e hidráulicos de la siguiente manera:

Sección (1)

Columna 1.- Tirante “y” $y = 0.4052 \text{ m}$

Columna 2.- $A = (b + Zy)y = (1 + 1 \cdot 0.4052)0.4052 = 0.5694 \text{ m}^2$

Columna 3.- $P = b + 2y\sqrt{1 + Z^2} = 1 + 2 \cdot 0.4052 \cdot \sqrt{1 + 1^2} = 2.146 \text{ m}$

Columna 4.- $R = \frac{(b + Zy)y}{b + 2y\sqrt{1 + Z^2}} = \frac{(1 + 1 \cdot 0.4052)0.4052}{1 + 2 \cdot 0.4052 \cdot \sqrt{1 + 1^2}} = 0.2653 \text{ m}$

Columna 5.- $R^{2/3} = 0.2653^{2/3} = 0.41288 \text{ m}$

Columna 6.- $V = \frac{Q}{A} = \frac{1}{0.5694} = 1.7563 \text{ m/s}$

Columna 7.- $\frac{V^2}{2 \cdot g} = \frac{1.7563^2}{2 \cdot 9.81} = 0.1572 \text{ m}$

Columna 8.- $E = y + \frac{V^2}{2g} = 0.4052 + 0.15725 = 0.56245 \text{ m}$

Homólogamente procedemos para calcular en la sección (2) con un tirante elegido, que depende del número de pares ordenados que van a generar la curva. (por ejemplo 10)

$$\Delta y = \frac{y_f - y_i}{n} = \frac{0.4052 - 0.3175}{20} = 0.004385 \text{ m}$$

$$\Rightarrow y_2 = 0.4052 - 0.004385 = 0.4008 \text{ m} [\text{tirante con el que se calculará la sección (2)}]$$

Columna 1.- Tirante “y” $y = 0.4008 \text{ m}$

Columna 2.- $A = (b + Zy)y = (1 + 1 \cdot 0.4008)0.4008 = 0.5615 \text{ m}^2$

Columna 3.- $P = b + 2y\sqrt{1 + Z^2} = 1 + 1 \cdot 0.4008 \cdot \sqrt{1 + 1^2} = 2.1337 \text{ m}$

Columna 4.- $R = \frac{(b + Zy)y}{b + 2y\sqrt{1 + Z^2}} = \frac{(1 + 1 \cdot 0.4008) \cdot 0.4008}{1 + 2 \cdot 0.4008 \cdot \sqrt{1 + 1^2}} = 0.2631 \text{ m}$

Columna 5.- $R^{2/3} = 0.2631^{2/3} = 0.4106 \text{ m}$

Columna 6.- $V = \frac{Q}{A} = \frac{1}{0.5615} = 1.7810 \text{ m/s}$

Columna 7.- $\frac{V^2}{2 \cdot g} = \frac{1.7810^2}{2 \cdot 9.81} = 0.1617 \text{ m}$

Columna 8.- $E = y + \frac{V^2}{2 \cdot g} = 0.4008 + 0.1617 = 0.5625 \text{ m}$

$$S_{f1} = \left(\frac{n \cdot V}{R^{2/3}} \right)^2 = \left(\frac{0.015 \cdot 1.7563}{0.4129} \right)^2 = 0.0041$$

$$S_{f2} = \left(\frac{n \cdot V}{R^{2/3}} \right)^2 = \left(\frac{0.015 \cdot 1.7810}{0.4106} \right)^2 = 0.0042$$

$$\bar{S}_f = \frac{S_{f1} + S_{f2}}{2} = \frac{0.0041 + 0.0042}{2} = 0.00415$$

$$S_o - \bar{S}_f = 0.01 - 0.00415 = 0.005848$$

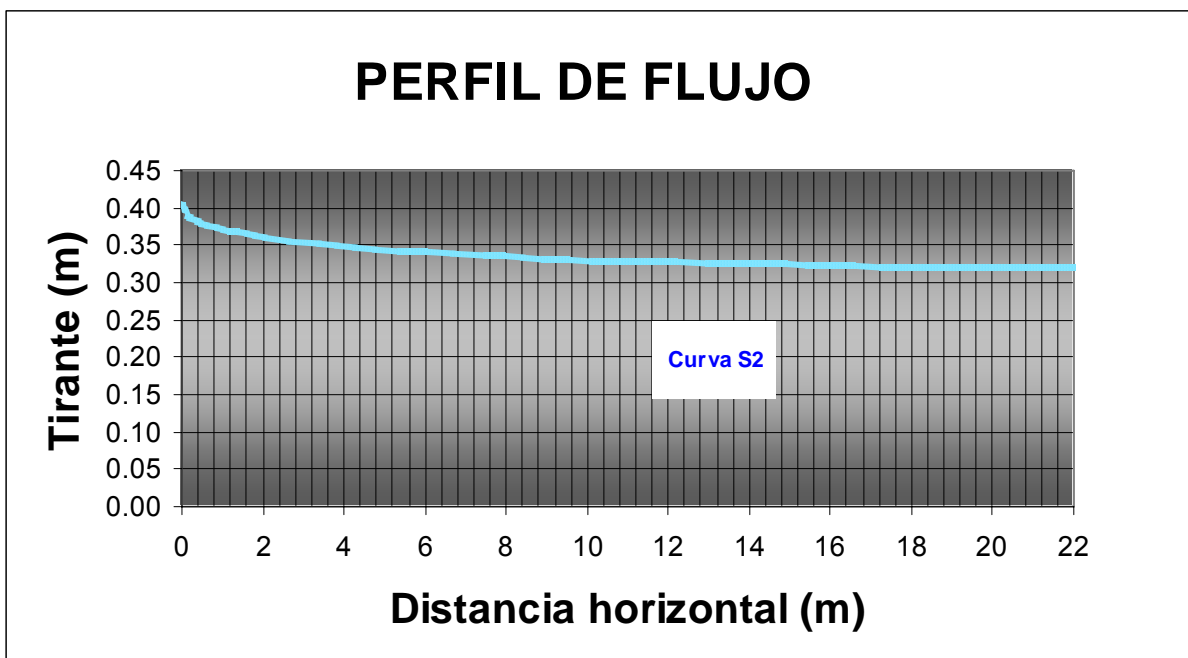
$$\Delta E = E_2 - E_1 = 0.5625 - 0.5624 = 8.1 \cdot 10^{-5} \text{ (tomando todos los decimales)}$$

$$\Delta x = \frac{\Delta E}{S_o - \bar{S}_f} = \frac{8.1 \cdot 10^{-5}}{0.005848} = 0.0139 \text{ m}$$

Los resultados obtenidos se muestran en la siguiente tabla:

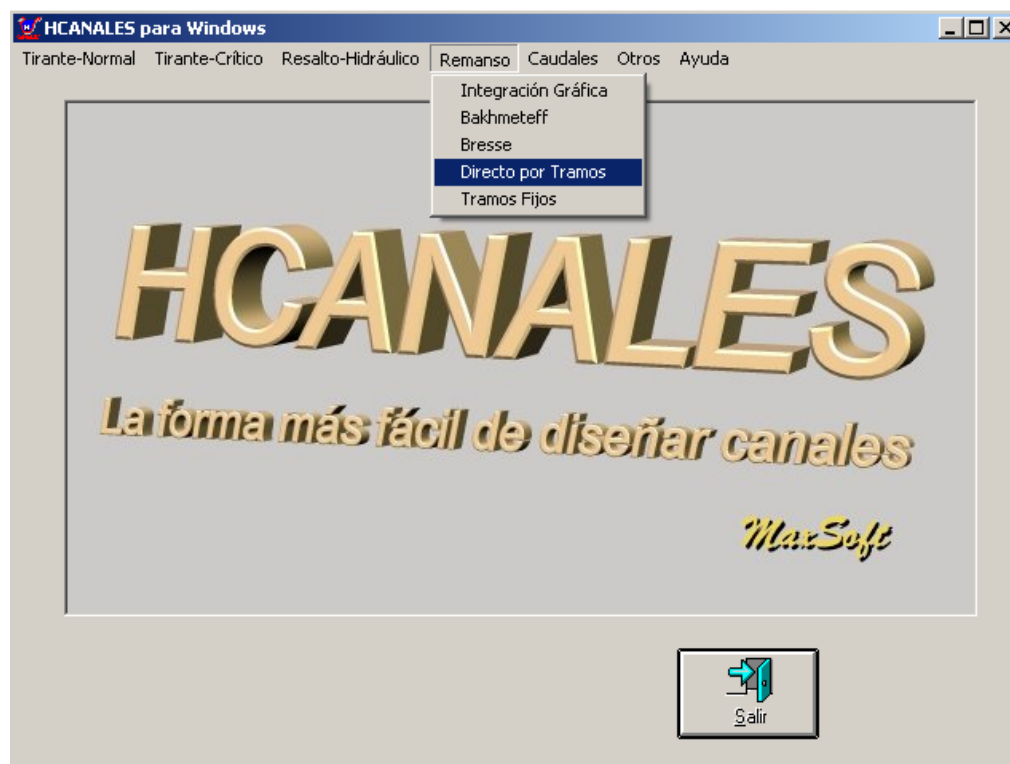
y	A	P	R	$R^{\frac{2}{3}}$	V	$\frac{V^2}{2 \cdot g}$	E	ΔE	S_f	\bar{S}_f	$S_o - \bar{S}_f$	Δx	L
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)
0.4052	0.5694	2.1461	0.2653	0.4129	1.7563	0.1572	0.5624	-	0.0041	-	-	0.0000	0.0000
0.4008	0.5615	2.1337	0.2631	0.4106	1.7810	0.1617	0.5625	8.1E-05	0.0042	0.00415	0.0058483	0.0139	0.0139
0.3964	0.5536	2.1213	0.2610	0.4084	1.8064	0.1663	0.5627	0.00025	0.0044	0.00432	0.0056825	0.0442	0.0582
0.3920	0.5457	2.1089	0.2588	0.4061	1.8324	0.1711	0.5632	0.00043	0.0046	0.00449	0.0055083	0.0780	0.1361
0.3877	0.5379	2.0965	0.2566	0.4038	1.8589	0.1761	0.5638	0.00062	0.0048	0.00467	0.0053253	0.1158	0.2519
0.3833	0.5302	2.0841	0.2544	0.4015	1.8862	0.1813	0.5646	0.00081	0.0050	0.00487	0.0051328	0.1583	0.4103
0.3789	0.5224	2.0717	0.2522	0.3992	1.9141	0.1867	0.5656	0.00102	0.0052	0.00507	0.0049302	0.2066	0.6169
0.3745	0.5148	2.0593	0.2500	0.3968	1.9427	0.1924	0.5669	0.00124	0.0054	0.00528	0.004717	0.2619	0.8788
0.3701	0.5071	2.0469	0.2477	0.3945	1.9720	0.1982	0.5683	0.00146	0.0056	0.00551	0.0044923	0.3256	1.2044
0.3657	0.4995	2.0345	0.2455	0.3921	2.0020	0.2043	0.5700	0.0017	0.0059	0.00574	0.0042556	0.4000	1.6043
0.3614	0.4919	2.0221	0.2433	0.3897	2.0328	0.2106	0.5720	0.00195	0.0061	0.00599	0.0040059	0.4877	2.0921
0.3570	0.4844	2.0096	0.2410	0.3873	2.0645	0.2172	0.5742	0.00222	0.0064	0.00626	0.0037424	0.5929	2.6850
0.3526	0.4769	1.9972	0.2388	0.3849	2.0969	0.2241	0.5767	0.0025	0.0067	0.00654	0.0034642	0.7212	3.4062
0.3482	0.4694	1.9848	0.2365	0.3824	2.1302	0.2313	0.5795	0.00279	0.0070	0.00683	0.0031703	0.8810	4.2872
0.3438	0.4620	1.9724	0.2342	0.3800	2.1644	0.2388	0.5826	0.0031	0.0073	0.00714	0.0028596	1.0854	5.3725
0.3394	0.4546	1.9600	0.2320	0.3775	2.1996	0.2466	0.5860	0.00343	0.0076	0.00747	0.0025308	1.3559	6.7285
0.3350	0.4473	1.9476	0.2297	0.3750	2.2357	0.2548	0.5898	0.00378	0.0080	0.00782	0.0021827	1.7309	8.4593
0.3307	0.4400	1.9352	0.2274	0.3725	2.2728	0.2633	0.5939	0.00414	0.0084	0.00819	0.001814	2.2845	10.7439
0.3263	0.4327	1.9228	0.2250	0.3700	2.3110	0.2722	0.5985	0.00453	0.0088	0.00858	0.001423	3.1843	13.9282
0.3219	0.4255	1.9104	0.2227	0.3674	2.3502	0.2815	0.6034	0.00494	0.0092	0.00899	0.0010082	4.9009	18.8291
0.3175	0.4183	1.8980	0.2204	0.3649	2.3906	0.2913	0.6088	0.00538	0.0097	0.00943	0.0005677	9.4674	28.2964

y graficando la columna (14) vs. la columna (1) obtenemos la curva de Remanso S2:



Aplicando el programa computacional HCANALES de manera similar a los problemas anteriores se tiene:

PASO 1



PASO 2

Cálculo de la Curva de Remanso, método Directo por Tramos

Datos:

Caudal (Q) : 1.0 m³/s

Ancho de solera (b) : 1.0 m

Talud Z : 1

Pendiente (S) : 0.01

Rugosidad (n) : 0.015

Tirante inicial (y1): 0.4052 m

Tirante final (y2): 0.3175 m

Número de tramos (nt) : 20

Resultados:

[Calculadora](#)

[Ejecutar](#) [Limpiar Pantalla](#) [Imprimir](#) [Menú Principal](#)

Realiza la impresión de la pantalla

PASO 3

Cálculo de la Curva de Remanso, método Directo por Tramos

Datos:

Caudal (Q) : 1.0 m³/s

Ancho de solera (b) : 1.0 m

Talud Z : 1

Pendiente (S) : 0.01

Rugosidad (n) : 0.015

Tirante inicial (y1): 0.4052 m

Tirante final (y2): 0.3175 m

Número de tramos (nt) : 20

Resultados:

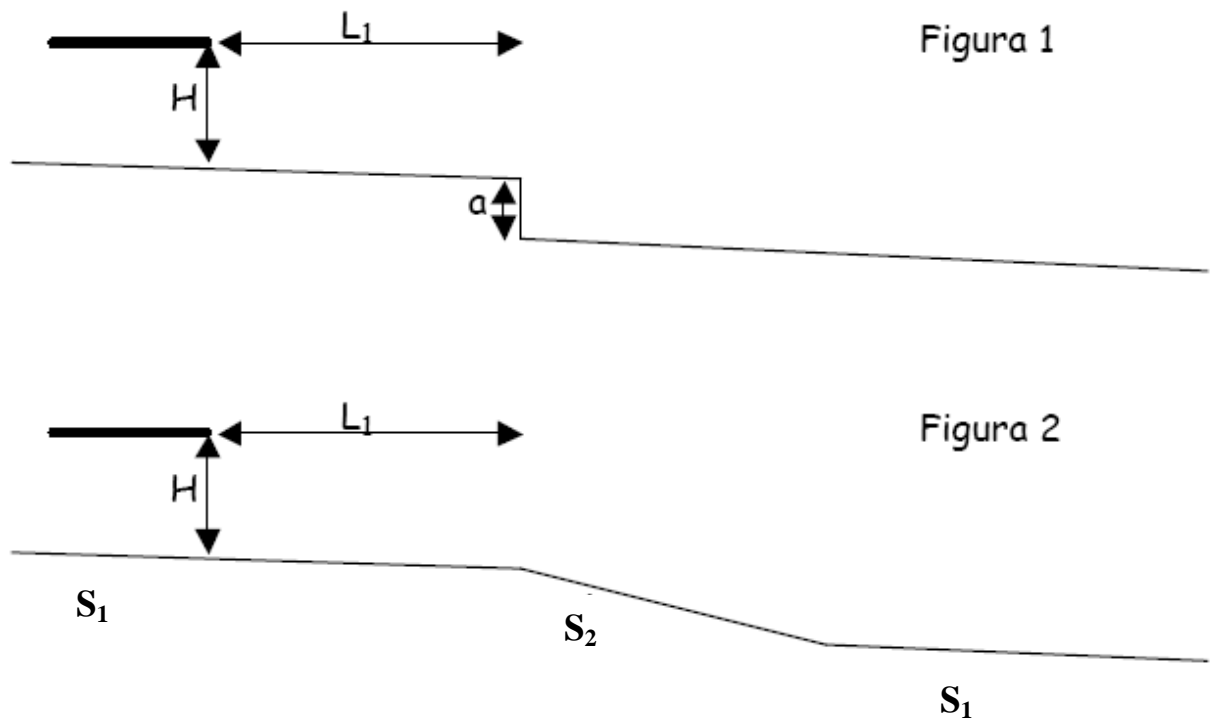
X	Y
0.0	0.4052
0.0	0.4008
0.1	0.3964
0.1	0.3920
0.3	0.3877
0.4	0.3833
0.6	0.3789
0.9	0.3745
1.2	0.3701
1.6	0.3657
2.1	0.3614

Curva de Remanso Método Directo por Tramos

[Ejecutar](#) [Limpiar Pantalla](#) [Imprimir](#) [Menú Principal](#)

Retorna al Menú principal

8.6.5 Para absorber las diferencias de nivel de terreno, un canal de sección rectangular de ancho b , coeficiente de Manning n y pendiente S_1 posee una grada, como se muestra en la figura 1. A una distancia L_1 aguas arriba de la grada existe un puente, cuya viga inferior está a una distancia H del fondo del canal. Debido a problemas de erosión en la zona de la grada, se decide suprimirla por medio de un relleno de longitud L_2 y pendiente S_2 , como se muestra en la figura 2. Se desea saber cómo afecta esta solución al funcionamiento del puente. ¿Debe cambiarse la ubicación de la viga inferior? Justifique su respuesta.



Datos:

$Q = 120 \text{ m}^3/\text{s}$; $b = 20 \text{ m}$; $n = 0,022$; $L_1 = 500 \text{ m}$; $L_2 = 285,7 \text{ m}$; $S_1 = 0,001$; $S_2 = 0,007$; $a = 2 \text{ m}$

Solución:

Primero calculamos las alturas crítica y normal:

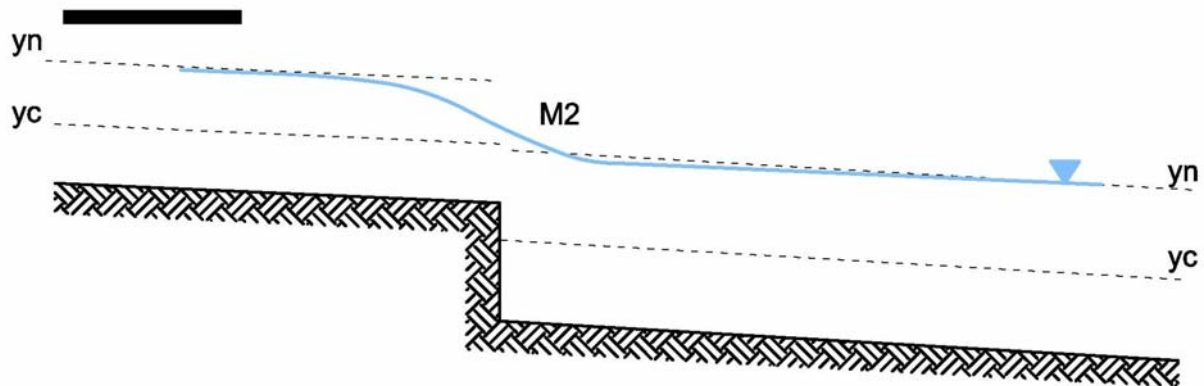
$$Q = 120 \text{ m}^3/\text{s} \quad , \quad b_1 = 20 \text{ m} \Rightarrow q = \frac{Q}{b} = \frac{120}{20} = 6 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$$

Altura crítica:

$$y_c = \left(\frac{q^2}{g} \right)^{1/3} = \left(\frac{6^2}{9.81} \right)^{1/3} = 1.543 \text{ m}$$

Altura normal:

$$\left(\frac{Q \cdot n}{\sqrt{S}} \right) = \frac{(b \cdot y_{n1})^{5/3}}{(b + 2y_{n1})^{2/3}} \Rightarrow y_n = 2.584 \text{ m} > y_c \Rightarrow \text{pendiente suave}$$

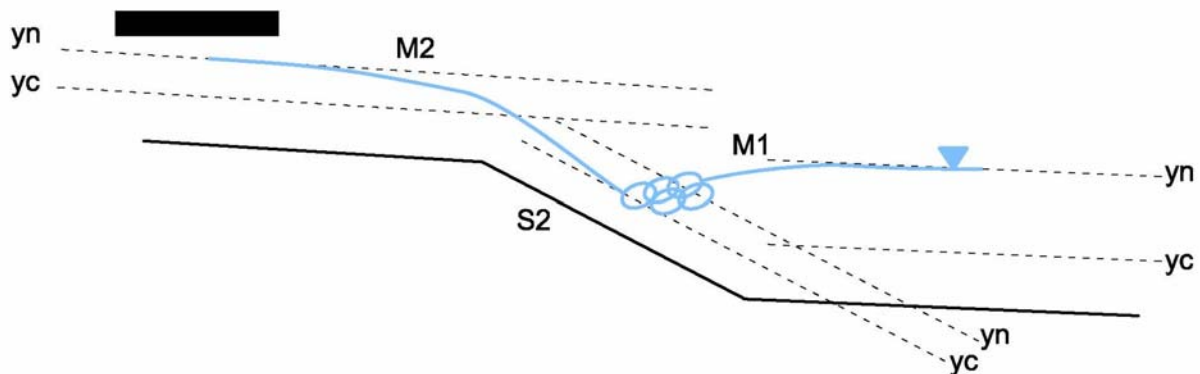


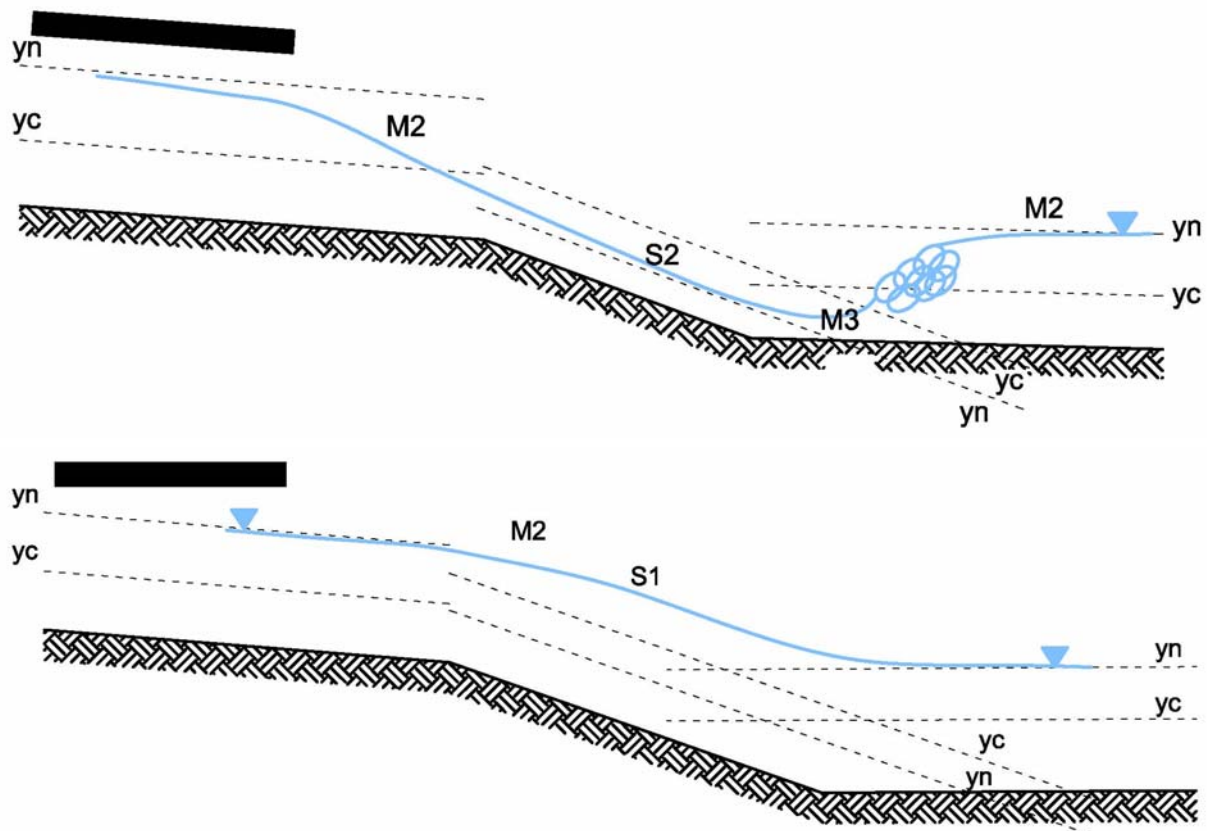
Como se tiene una curva M2, $y \leq y_n$; $y_n < H \Rightarrow$ nunca tocará el puente

Para la situación con relleno se tiene:

Altura normal:

$$\left(\frac{Q \cdot n}{\sqrt{S}} \right) = \frac{(b \cdot y_{n1})^{5/3}}{(b + 2y_{n1})^{2/3}} \Rightarrow y_n = 1.385 \text{ m} < y_c \Rightarrow \text{pendiente fuerte}$$

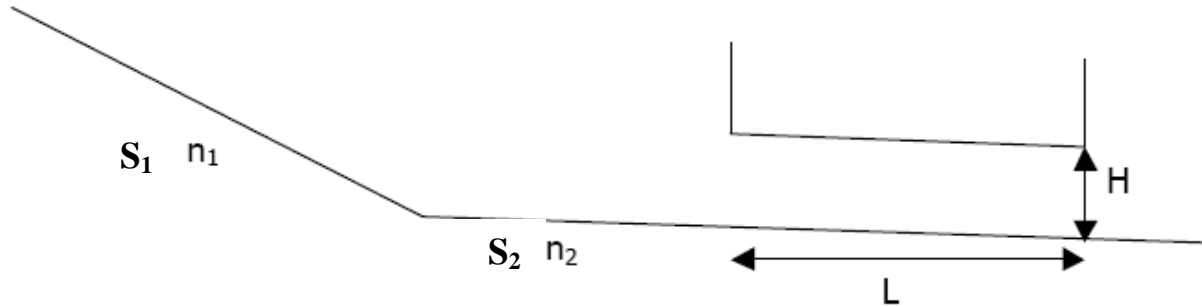




Como bajo el puente siempre se tendrá una curva $M2$, el agua nunca tocará el puente por lo que podemos asegurar que no existirían problemas, es decir que no será necesario cambiar la ubicación de la viga inferior del puente.

8.7. EJERCICIOS PROPUESTOS

8.7.1 En la figura se esquematiza una canalización de sección rectangular de ancho b , con un tramo de largo L en acueducto. Se pide determinar y esquematizar el o los posibles ejes hidráulicos que pueden generarse para los datos dados. Considere que el largo de la segunda sección, aguas arriba del acueducto, es finito.



Datos:

$Q = 0,5 \text{ m}^3/\text{s}$; $S_1 = 0,02$; $S_2 = 0,0005$; $b = 1 \text{ m}$; $n_1 = 0,015$; $n_2 = 0,027$; $H = 1 \text{ m}$; $L = 400 \text{ m}$

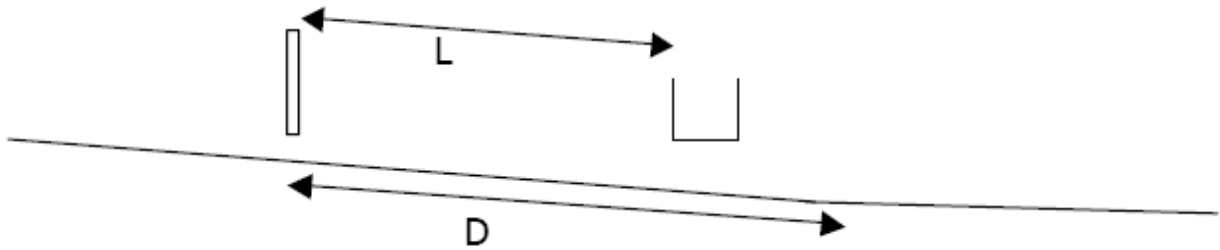
8.7.2 Un embalse entrega agua para riego a una localidad cercana mediante un canal rectangular de ancho b . Este canal comprende un tramo revestido con hormigón, de pendiente S_1 y coeficiente de Manning n_1 , seguido de un tramo no revestido, de pendiente S_2 y coeficiente de Manning n_2 . Para controlar la velocidad en el canal, se cuenta con una compuerta con abertura a en el tramo revestido, como se muestra en la figura.

a) Esquematizar y clasificar los posibles ejes hidráulicos que se desarrollan en el sistema, para distintas ubicaciones de la compuerta dentro del tramo revestido.

b) Determinar la distancia D a la que debe encontrarse la compuerta para que se produzca un resalto al pie de ésta.

c) Para la posición de la compuerta determinada anteriormente, determinar la distancia aguas arriba de la compuerta en que se presenta escurrimiento supercrítico. Para esto, suponga que en el tramo revestido se alcanza altura normal.

d) A una distancia L aguas abajo de la compuerta se requiere instalar un puente para el tránsito de ganado ovino. Calcular la altura H a la que éste debe estar, considerando una revancha del 20% de la altura de escurrimiento. Para calcular este eje hidráulico, puede darse un sólo paso.



Datos:

$Q = 12 \text{ m}^3/\text{s}$; $b = 3 \text{ m}$; $a = 0,9 \text{ m}$; $L = 66 \text{ m}$; $n_1 = 0,017$; $n_2 = 0,025$; $S_1 = 0,8\%$; $S_2 = 0,1\%$

8.7.3 Se tiene un canal rectangular, cuyo ancho de solera es 1 m , $n = 0.014$ y pendiente de 0.0008 . Este canal tiene una compuerta que da paso a un caudal de $1.1 \text{ m}^3/\text{s}$, con una abertura $a = 0.20 \text{ m}$. Considerando que la altura de la vena contraída en la compuerta es: $y = Cc \cdot a$, donde $Cc = 0.61$ y situado a una distancia 1.5 m aguas abajo de la compuerta, se pide calcular el perfil del flujo desde la vena contraída hacia aguas abajo, usando:

- a) El método de integración gráfica
- b) El método de integración directa
- b) El método directo por tramos
- b) El método de tramos fijos

8.7.4 Un canal trapezoidal con talud $Z = 1.5$, ancho de solera 1.5 m , $n = 0.014$ y con una pendiente de 0.9 ‰ , conduce un caudal de $1.8 \text{ m}^3/\text{s}$. En una cierta sección debido a la topografía del terreno adopta una pendiente del 1 ‰ . Calcular el perfil del flujo en el tramo de menor pendiente, desde la sección donde se produce el cambio de pendiente hasta una sección aguas arriba donde el tirante es 1% menor que la profundidad normal, usando:

- a) El método de integración gráfica
- b) El método de integración directa
- b) El método directo por tramos
- b) El método de tramos fijos

8.7.5 Para el canal del problema anterior, calcular el perfil de flujo en el tramo de mayor pendiente, desde la sección donde se produce el cambio de pendiente hasta una sección aguas abajo donde el tirante es 1% mayor que el tirante normal, usando los métodos ya mencionados.

CAPÍTULO 9

FLUJO ESPACIALMENTE VARIADO

9.1. DEFINICIÓN

El flujo espacialmente variado, tiene un caudal no uniforme como resultado de la adición o disminución de agua a lo largo del curso del flujo. El agua agregada o extraída causará perturbaciones en el contenido de energía o momentum del flujo.

Existen dos tipos de problemas de flujo espacialmente variado, uno corresponde al caudal creciente y el otro al decreciente. En el caudal creciente el agua añadida a la que originalmente escurre en el canal produce fuertes corrientes transversales, un mezclado turbulento y un flujo de forma espiral, como es el que se presenta en estructuras como el vertedero de canal lateral, utilizado para eliminar las excedencias en un almacenamiento natural (lagunas) o artificial (vaso de almacenamiento). En el flujo de caudal decreciente la desviación del caudal hacia el exterior del canal no produce cambios en la energía del flujo, teniendo utilidad en el diseño de vertedores laterales para eliminar las excedencias en un canal de conducción, ver Figura 9-1; también se presenta esta condición en los cauces de alivio.

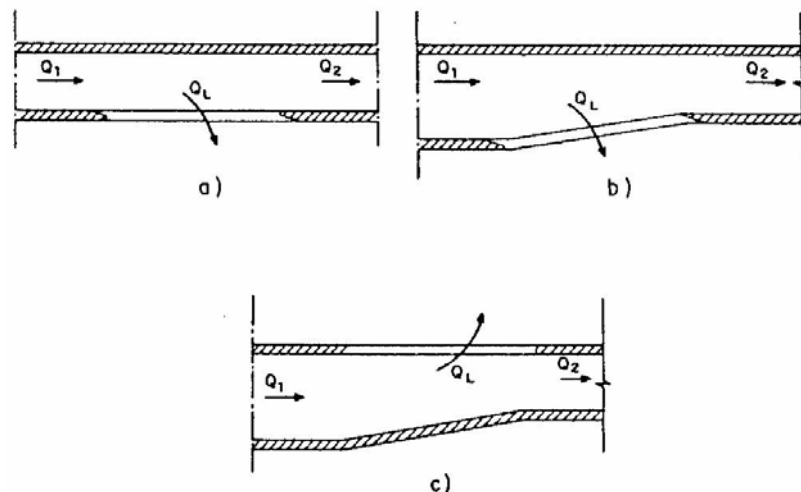


FIGURA 9-1 Disposición de vertedores laterales.

En el presente Texto, por estar enfocado al diseño de canales, y no al de obras hidráulicas, sólo se presenta el problema de flujo espacialmente variado con caudal decreciente por ser de aplicación en la solución de los problemas de diseño mencionados.

9.2. FLUJO CON CAUDAL DECRECIENTE

La ecuación de la energía es la más adecuada para analizar el flujo espacialmente variado en que el caudal decrece por la salida lateral de una parte o del total del caudal.

La energía total del flujo en una sección transversal de canal, medida desde un plano de referencia dado es igual a:

$$E = Z + y \cdot \cos \theta + \alpha \cdot \frac{Q^2}{2 \cdot g \cdot A^2} \quad (9-1)$$

que al derivarla con respecto a x , se obtiene que:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_o - S_f - \frac{Q}{g \cdot A^2} \cdot \frac{dQ}{dx}}{1 - F^2} \quad (9-2)$$

el término dQ/dx corresponderá al caudal descargado hacia afuera del canal.

Existen varios posibles perfiles del flujo, ver Figura 9-2, donde el caudal decrece por la existencia de un vertedero; este sería el caso, por ejemplo, de un cauce de alivio que desborda hacia otro canal. El caudal también puede decrecer por la existencia de una toma lateral, etc.

Dependiendo del tipo de estructura por la que sale el caudal del canal, se tendrá para un vertedero (Figura 9-2).

$$\frac{dQ}{dx} = -C_d (y - w)^{3/2} \quad (9-3)$$

donde:

C_d = coeficiente de descarga del vertedero

w = altura de la cresta del vertedero medida a partir del fondo

el coeficiente C_d tiene un valor experimental de 2.3, si el tirante se mide cerca de la cresta.

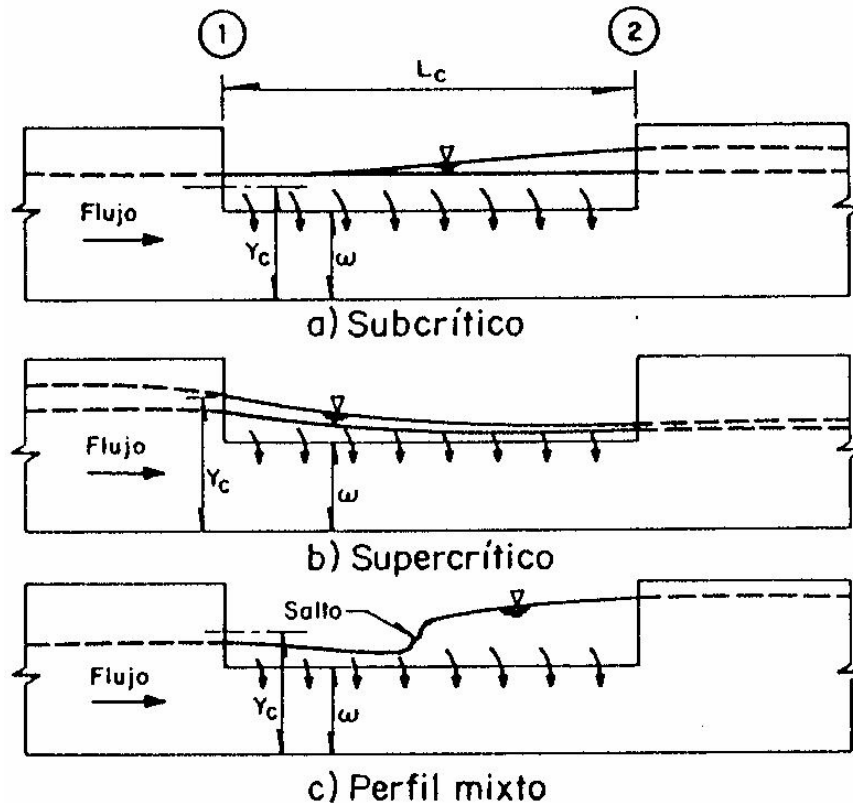


FIGURA 9-2 Perfiles de flujo típicos en canales de caudal decreciente.

No existe solución analítica de las ecuaciones 9-2 y 9-3 por lo que en caso de una estructura importante, un modelo hidráulico es de gran utilidad. Puede intentarse la solución integrando numéricamente el sistema de ecuaciones diferenciales, dado por esas ecuaciones, por ejemplo, con el método de Heun o el modificado de Euler. A continuación se presenta sólo el caso de flujo subcrítico en todo el canal. Las ecuaciones 9-2 y 9-3 se escriben como:

$$\frac{dQ}{dx} = f(y) = f \quad (9-4)$$

$$\frac{dy}{dx} = g(y, f) = g \quad (9-5)$$

donde f y g indican funciones.

La integración se hace de aguas abajo hacia aguas arriba, por lo que Δx es negativo; son datos o condiciones de frontera los siguientes:

$$x = L_c$$

$$Q = Q_1$$

$$y = y_1$$

donde:

L_c = longitud de la cresta del vertedero

1. Sean $y_n = y_1$ y $Q_n = Q_1$

2. Se calculan $K_1 = \Delta x \cdot f(y_n) = \Delta x \cdot f_n$
 $l_1 = \Delta x \cdot g(y_n, f_n) = \Delta x \cdot g_n$

3. Se calculan $K_2 = \Delta x \cdot f(y_{n+l_1}) = \Delta x \cdot f_{n+1}$
 $l_2 = \Delta x \cdot g(y_{n+l_1}, f_{n+1}) = \Delta x \cdot g_{n+1}$

4. El caudal y tirante al final del tramo de tamaño Δx , son:

$$Q_{n+1} = Q_n + \frac{1}{2}(K_1 + K_2) \quad (9-6)$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{2}(l_1 + l_2) \quad (9-7)$$

Se repiten los pasos anteriores para toda la longitud L_c . El tamaño de Δx depende de las condiciones del problema; conviene, en general, que sea menor de 20 m.

CAPÍTULO 10

TRANSICIONES, CAMBIOS DE DIRECCIÓN Y BIFURCACIONES

10.1. TRANSICIONES

Las contracciones y expansiones en canales artificiales constituyen la unión de dos canales con secciones transversales distintas, en longitudes relativamente cortas, con la finalidad de reducir o aumentar la velocidad del flujo, en el segundo caso lo que se impide es el depósito de material suelto.

10.1.1. EN RÉGIMEN SUBCRÍTICO

Aplicando las ecuaciones de continuidad, energía e impulso y cantidad de movimiento, se determina la magnitud de la pérdida de energía h_c que se produce por efecto del cambio de sección en las transiciones (Figura 10-1). La pérdida de energía por fricción h_f tiene poco efecto en paredes lisas y puede despreciarse, por el contrario si la pared es muy rugosa es necesario considerarla.

10.1.1.1. EXPANSIONES Y CONTRACCIONES BRUSCAS

La pérdida de energía h_c para canales rectangulares, se ha estudiado para las condiciones siguientes:

- a. Contracciones y expansiones bruscas en escalón, ver Figuras 10-1 a y b

$$h_c = k_b \cdot \frac{V_3^2}{2 \cdot g} \quad (10-1)$$

$$k_b = \left(\frac{y_3}{y_1} \right)^2 \left[1 + \frac{2}{F_1^2} \left(1 - \frac{y_3}{y_1} \pm \frac{\Delta Z}{y_1} \right) \right] - 1 \quad (10-2)$$

Donde:

h_c = Pérdidas locales

k_b = Factor de cálculo para expansiones y contracciones bruscas

El signo (+) se aplicará al escalón positivo (ascendente) y el (-) al negativo (descendente).

b. Expansión brusca en el ancho, ver Figuras 10-1 c y d.

$$h_c = \frac{V_1^2}{2g} \left[\left(1 - \frac{b_1}{b_3} \right)^2 + 2F_1^2 \left(\frac{b_1}{b_3} \right)^3 \left(1 - \frac{b_1}{b_3} \right) \right] \quad (10-3)$$

donde:

b_1, b_3, b = anchos de canal

El último término dentro del paréntesis de la ecuación 10-3, contiene a F_1^2 y no tiene mucha influencia en el valor de h_c a menos que $F_1 > 0.5$, ó bien que $b_1 / b_3 > 0.67$. Si cualquiera de las dos restricciones mencionadas no se satisfacen plenamente, se sugiere calcular h_c con la ecuación:

$$h_c = \frac{(V_1 - V_3)^2}{2g} \quad (10-4)$$

La ecuación 10-4 es igual a la propuesta por Borda, para determinar la pérdida de energía en la ampliación brusca de un conducto a presión. Los experimentos de Fórmica indican que:

$$h_c = \varepsilon \frac{(V_1 - V_3)^2}{2g} \quad (10-5)$$

Donde:

$\varepsilon = 0.82$ (coeficiente de pérdida por expansión brusca).

c. Contracción brusca en el ancho, ver Figuras 10-1 e y f.

La ecuación 10-3, aplicable a una expansión brusca en el ancho, es utilizable para contracciones bruscas, la diferencia consiste en fijar la sección (2) en la vena contraída justo

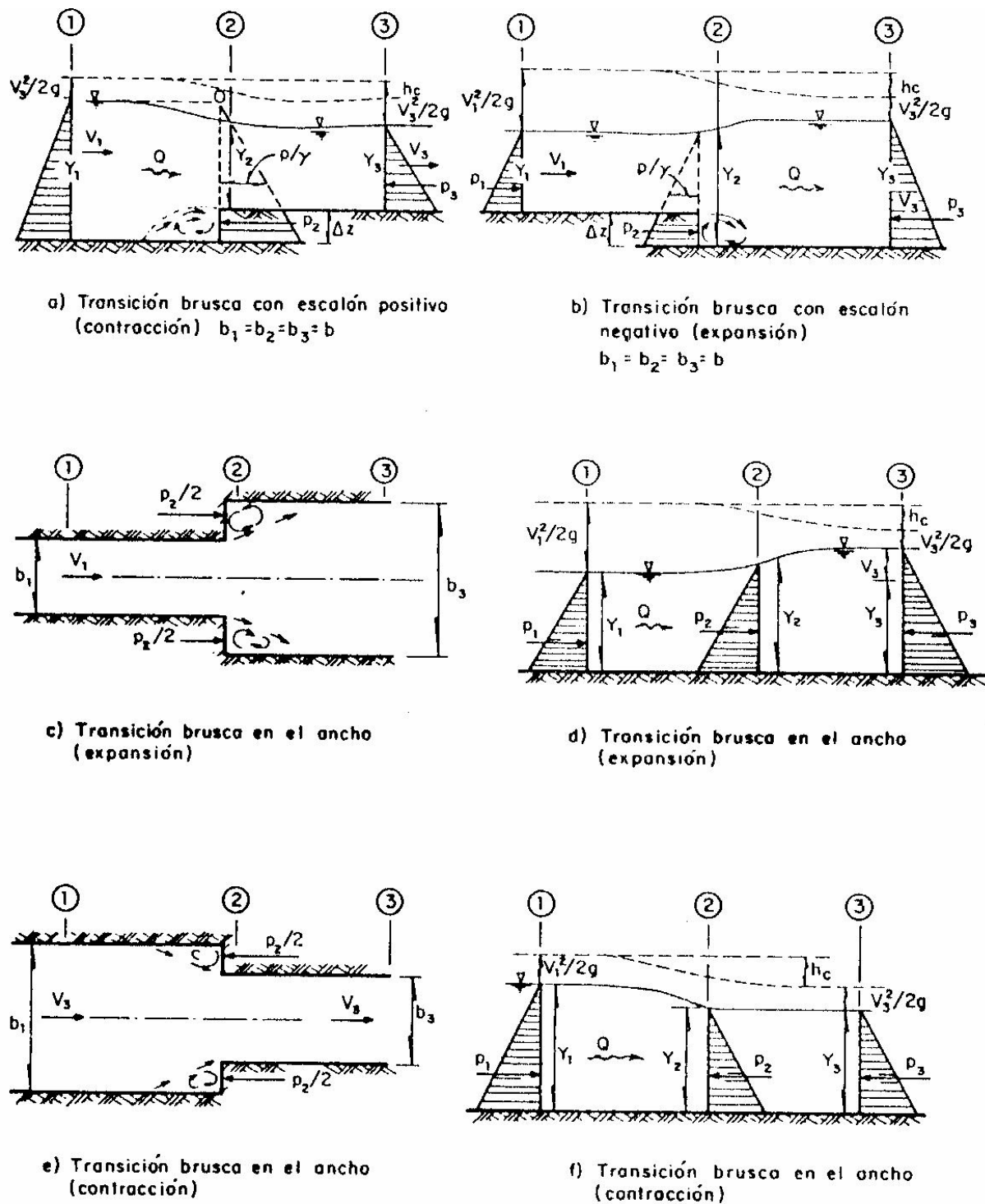


FIGURA 10-1 Tipos de transiciones bruscas.

aguas abajo de la entrada al canal más angosto y la sección (3) donde el flujo es uniforme. El valor que se obtenga deberá de corregirse ya que se desconoce el ancho efectivo de la sección (2).

Los resultados experimentales de Fórmica muestran que las pérdidas de energía son mayores en las contracciones que en las expansiones bruscas. Ello se debe a que en las primeras el flujo primero se contrae y después se expande, siguiendo un proceso de conversión primero de energía potencial a cinética y después de cinética a potencial:

$$h_c = C_i \left(\frac{V_3^2 - V_1^2}{2g} \right) = C_i \left[1 - \left(\frac{A_3}{A_2} \right)^2 \right] \frac{V_3^2}{2g} = k_i \frac{V_3^2}{2g} \quad (10-6)$$

Donde:

C_i y k_i = coeficientes de pérdida de energía que dependen de la forma de la transición

Ver Figura 10-2, para contracciones rectangulares.

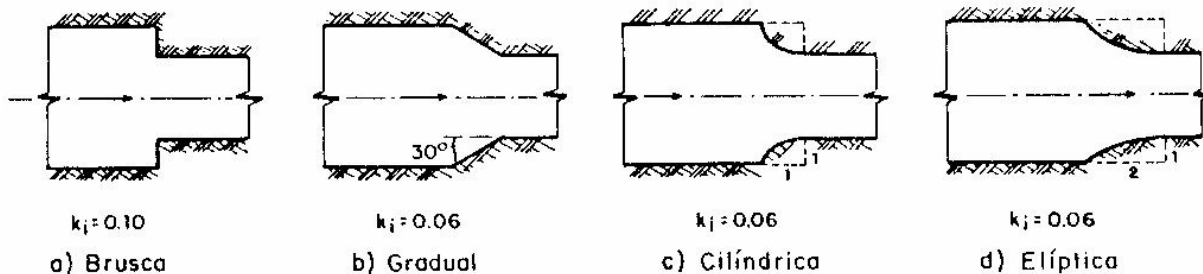


FIGURA 10-2 Coeficientes de pérdida de energía k_i en contracciones de un canal rectangular.

Por lo que se refiere a la pérdida por contracción a la entrada de un canal, Press propone los valores de k_e que se indican en la Figura 10-3 de acuerdo con la forma que se tenga en la entrada.

Donde:

k_e = Coeficiente de pérdida por contracción a la entrada de un canal

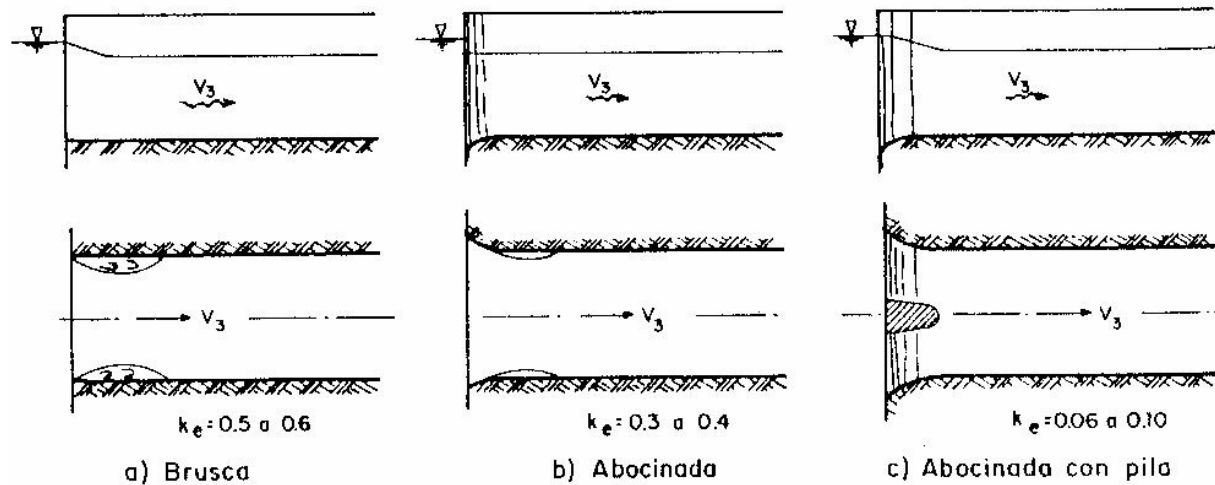


FIGURA 10-3 Coeficientes de pérdida de energía k_e por entrada a un canal.

10.1.1.2. EXPANSIONES Y CONTRACCIONES GRADUALES

a. Expansiones graduales en el ancho de canales rectangulares

Mathei y Lewin generalizaron la ecuación 10-5 al caso de expansiones graduales, al valuar el coeficiente ε en función del ángulo de expansión θ_E y de la relación de anchos b_3 / b_1 , ver la Figura 10-4 a, esto difiere de lo hecho por Fórmica, ya que este investigador no considera la relación de anchos, pero con tendencias de variación similares. En la misma figura se indican los valores de ε obtenidos por Fórmica para otros tipos de expansión, ver Figura 10-4 b.

Donde:

θ_E = Ángulo de expansión

Hinds encontró para expansiones graduales con relación de ampliación 1:4 ($2\theta_E = 28^\circ$), $\varepsilon = 0.27$ y para 1:7.6 ($2\theta_E = 15^\circ$), $\varepsilon = 0.20$; se recomienda usar la relación 1:4 debido a que no se obtiene una reducción sensible de la pérdida al aumentar la longitud de la expansión.

La forma exacta de las paredes de la transición no es de importancia siempre que sigan curvas razonablemente regulares evitando la presencia de aristas agudas, ver Figura 9-5 a. En la Figura 10-5 b se presenta la forma que podría tener la expansión equivalente con relación 1:4, para cambiar de canal trapecial a rectangular, donde la superficie de la pared es alabeada.

En ambos casos, la pérdida puede calcularse con la ecuación 10-5 y los valores que se indican en la Figura 10-5.

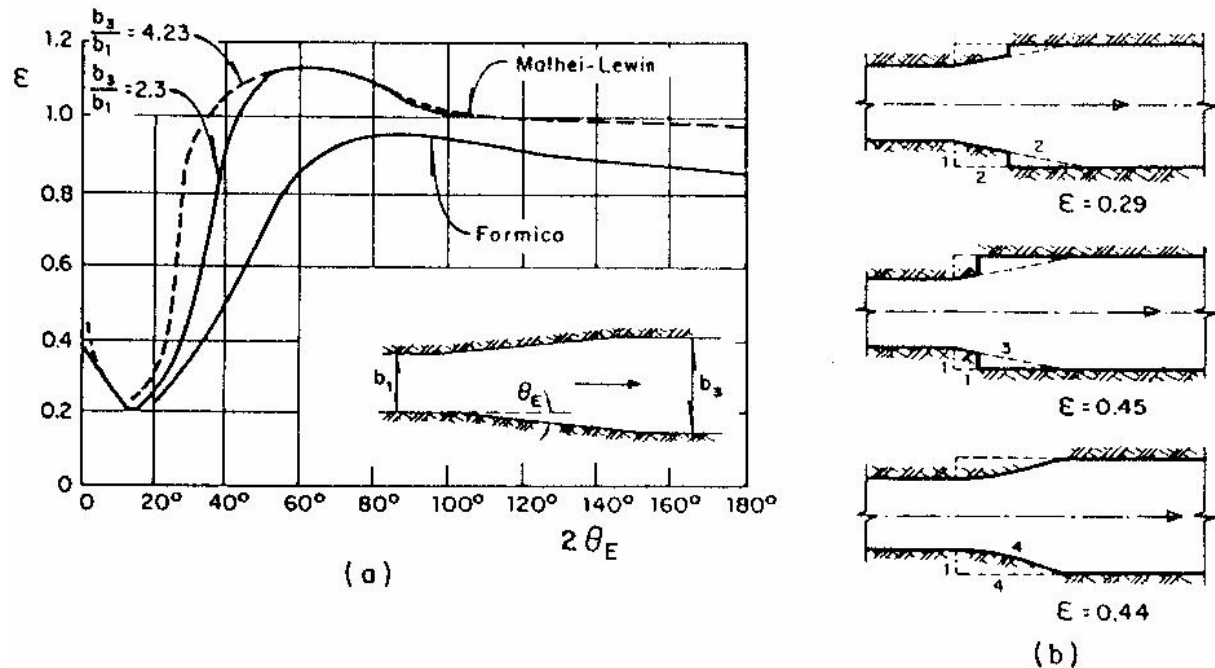


FIGURA 10-4 Coeficientes de pérdida de energía ϵ en expansiones graduales, según Mathei-Lewin y Formica.

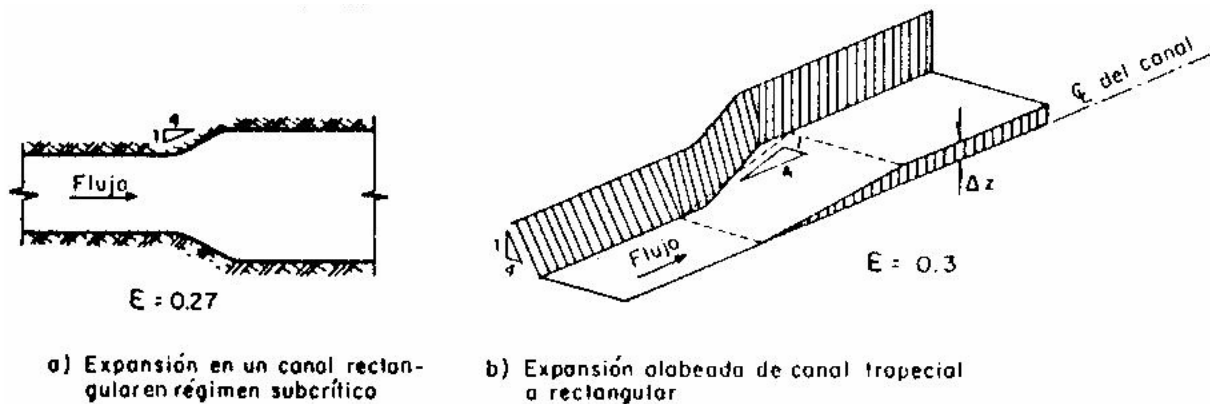


FIGURA 10-5 Coeficientes de pérdida de energía ϵ en expansiones graduales, Según Hinds.

b. Contracciones graduales en el ancho de canales rectangulares

Fórmica evalúa la pérdida de energía en canales rectangulares con la ecuación 10-6, la cual es función del tipo de contracción, ver Figura 10-2.

Hinds propone que la contracción de un canal trapezoidal a rectangular se realice de acuerdo con las formas geométricas que se presentan en la Figura 10-6.

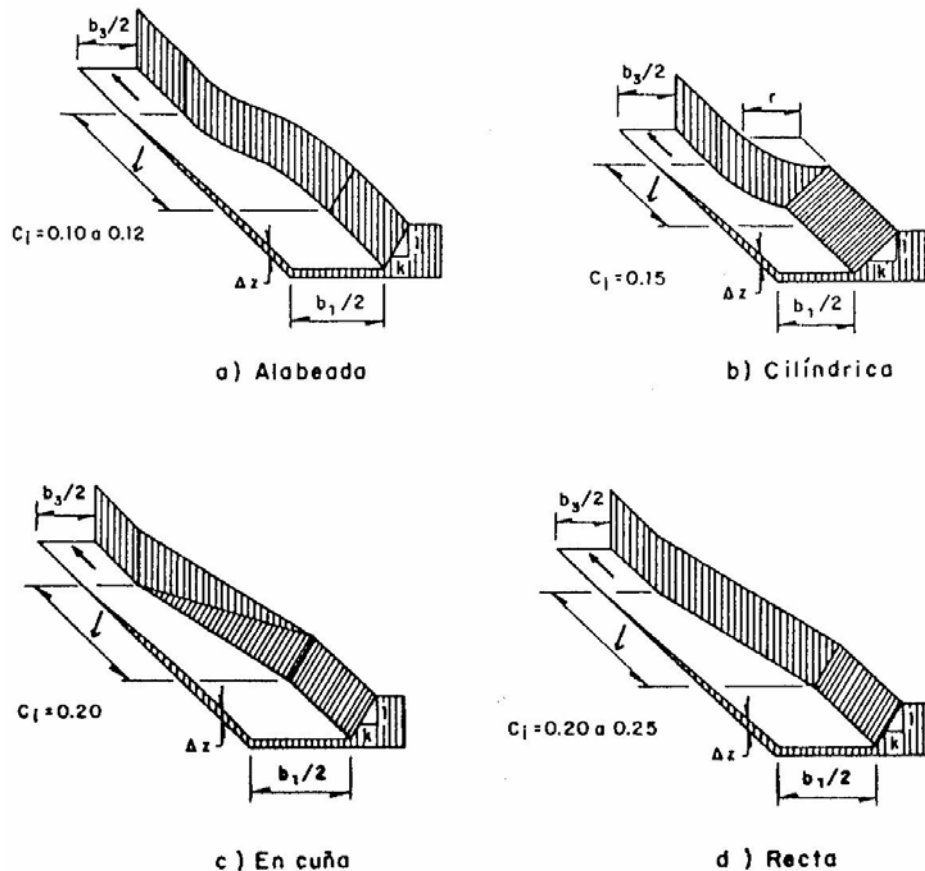


FIGURA 10-6 Tipos de contracción gradual y coeficientes de pérdida de energía.

Kisieliev indica que la pérdida en una contracción alabeada de canal trapezoidal a rectangular se calcula con la ecuación 9-6 y se utiliza $k_i = 0.05$ a 0.10 .

10.1.2. EN RÉGIMEN SUPERCRÍTICO

Cuando se modifica la alineación de la pared lateral de un canal con flujo a régimen supercrítico, se produce una onda estacionaria que incrementa bruscamente el tirante (onda positiva) a lo largo del frente cuando la deflexión acerca la pared al escurrimiento, ver Figura 10-7 a, esto es, la pared lateral deflexa hacia el interior del escurrimiento, o lo disminuye (onda negativa) cuando aleja la pared del escurrimiento, ver Figura 10-7 b, esto es, la pared deflexa hacia el exterior. En ambos casos, la onda es superficial, estacionaria, oblicua y se prolonga hacia aguas abajo.

10.1.2.1. CONTRACCIONES GRADUALES

En el diseño de una contracción en régimen supercrítico, se debe cuidar que no exista el peligro de estrangulamiento, sino más bien condiciones estables del flujo. La Figura 10-8 define tres zonas: la de no estrangulamiento (sólo acción de ondas oblicuas), la segunda es de posible estrangulamiento y la última de estrangulamiento verdadero, para saber en cual de ellas se está, se usan el número de Froude F_1 y la relación de contracción b_3/b_1 .

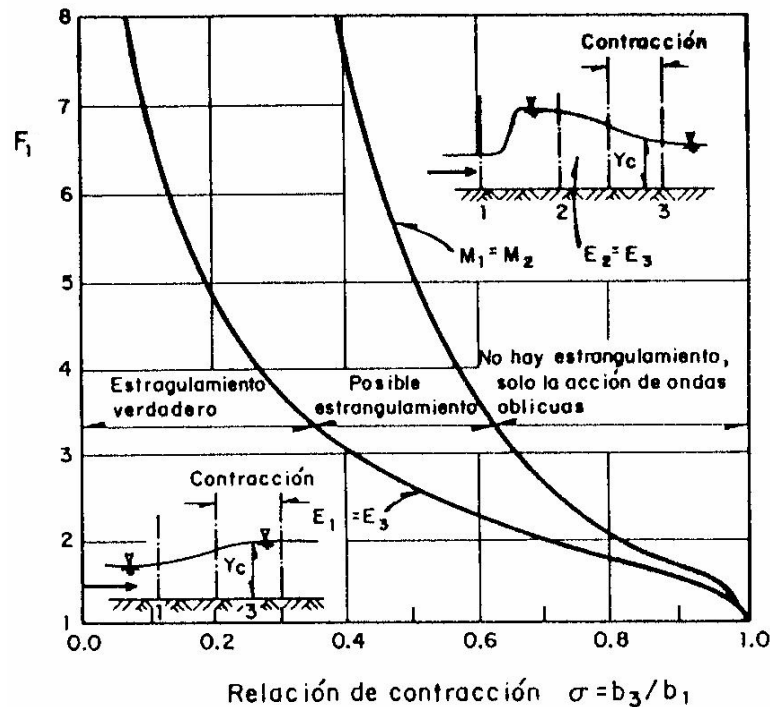
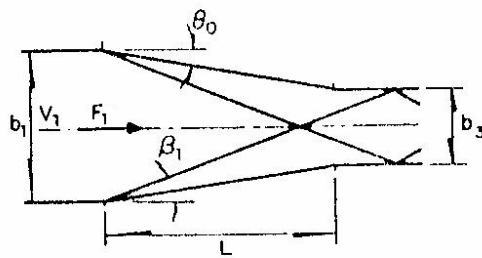
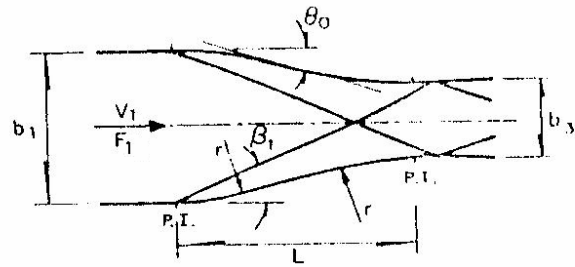


FIGURA 10-8 Límite de estrangulamiento de una contracción en régimen supercrítico.

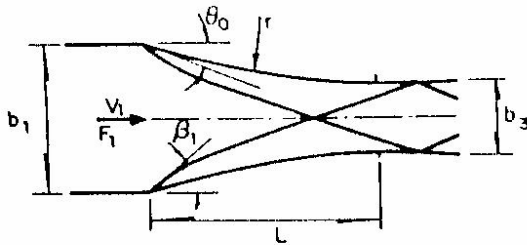
Entre las geometrías típicas con que puede diseñarse la contracción, se tiene la recta, Figura 10-9 a, de forma sencilla, produciéndose frentes oblicuos positivos en los puntos de inflexión de ambas paredes, con ángulos de inclinación β_1 acordes con el ángulo θ_0 . En la contracción de la Figura 10-9 b, la forma de las paredes es convexa y aunque se desarrolla en la misma longitud de la anterior, el ángulo θ_0 es mayor y produce líneas de perturbación positiva con inclinación β_1 también mayor. Finalmente, en la contracción de la Figura 10-9 c las paredes son en forma de "S", combinando arcos circulares de igual radio que revierten y deflectan un ángulo θ_0 del doble producido en la contracción recta, por lo que las líneas de perturbación tienen también inclinación β_1 mayor.



a) Trazo de paredes rectas



c) Trazo de paredes en forma de S



b) Trazo de paredes convexas

FIGURA 10-9 Tipos de geometría en una contracción de un canal rectangular con régimen supercrítico.

Las investigaciones analíticas y experimentales de Ippen y Dawson han mostrado que las contracciones simétricas de paredes rectas y convergentes, Figura 10-9 a, son mejores que la de trazo curvo de igual longitud siempre que el ángulo θ_0 de la pared sea adecuadamente elegido para lograr un comportamiento hidráulico similar al de la Figura 10-9 c.

Según el U S Bureau of Reclamation una fórmula experimental aproximada para calcular dicho ángulo es:

$$\operatorname{tg} \theta_0 = \frac{1}{3 \cdot F_1} \quad (10-7)$$

Donde F_1 es el número de Froude calculado con los valores promedio de tirante y velocidad que se tengan antes y después de la contracción. Esto se debe hacer para el caudal de diseño, y por supuesto para caudales menores a él no se puede garantizar un buen funcionamiento hidráulico, debido a que cambió el F_1 . A fin de tener el mínimo de perturbaciones, es necesario elegir un ángulo θ_0 de la contracción de manera que los disturbios generados al inicio de la transición intersecten a las paredes opuestas al final de la transición, ver Figura 10-10b. Por supuesto, en la transición nunca debe haber un cambio de régimen, esto es, F_3 debe ser mayor que 1 y además es recomendable que la relación y_3 / y_1 éste entre 2 y 3.

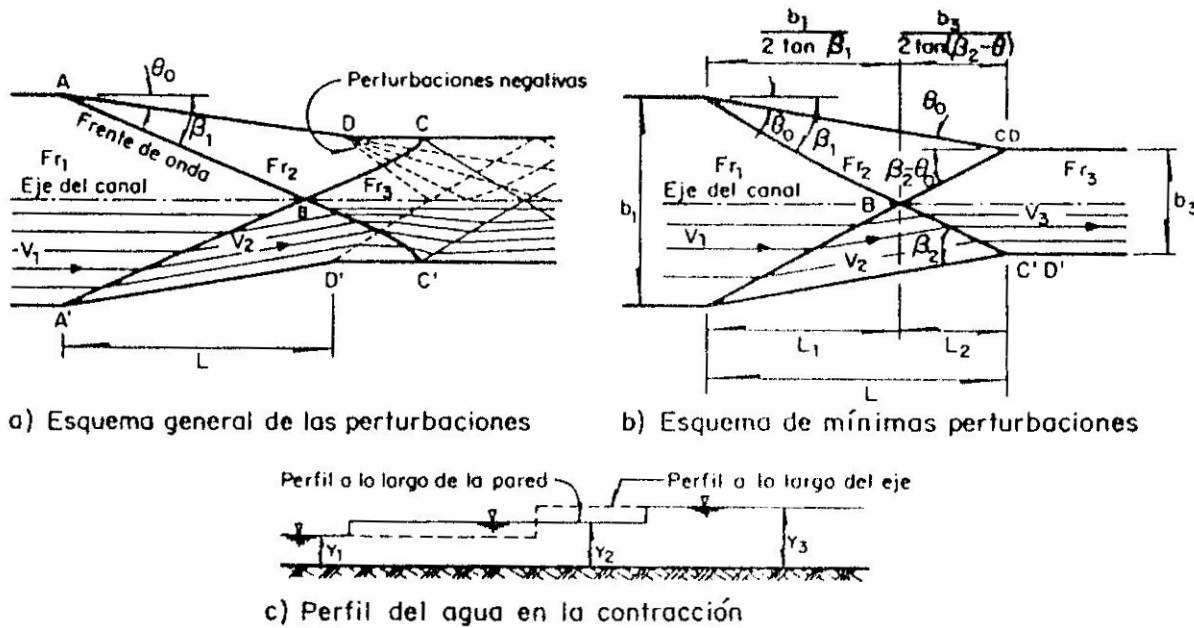


FIGURA 10-10 Diseño de contracciones de trazo recto y simétrico, según Ippen y Dawson.

Cualquiera que sea el esquema de perturbaciones que se presente en la contracción, se debe satisfacer la ecuación de continuidad, de manera que:

$$\frac{b_1}{b_3} = \left(\frac{y_3}{y_1} \right)^{3/2} \cdot \frac{F_3}{F_1} \quad (10-8)$$

La longitud de la contracción recta es:

$$L = \frac{b_1 - b_3}{2 \tan \theta_o} \quad (10-9)$$

La geometría de las paredes y de los frentes de onda puede determinarse a partir de la teoría de onda oblicua. En general, se conocen en la sección 1: y_1 , F_1 , b_1 también el ancho b_3 , debiendo determinar el ángulo θ_o y la longitud de contracción necesaria para lograr el esquema de mínimas perturbaciones mostrado en la Figura 10-10b. Dicho esquema exige que la longitud de contracción sea igual a:

$$L = \frac{b_1}{2 \tan \beta_1} + \frac{b_3}{2 \tan (\beta_2 - \theta_o)} \quad (10-10)$$

o bien al sustituir en la ecuación 10-9 se tiene:

$$\operatorname{tg}(\beta_2 - \theta_o) = \frac{\operatorname{tg} \theta_o}{\frac{b_1}{b_3} \left[1 - \frac{\operatorname{tg} \theta_o}{\operatorname{tg} \beta_1} \right] - 1} \quad (10-11)$$

10.1.2.2. EXPANSIONES GRADUALES

De los estudios realizados por Rouse, Bhoota y Hsu se obtuvieron resultados útiles en el diseño preliminar, de una expansión gradual, es decir, la geometría que deberán de tener las paredes de manera que, siguiendo las líneas de corriente, confinarán al 90% del gasto satisfactoriamente. La ecuación de la pared para estas condiciones está dada por:

$$\frac{y}{b_1} = \frac{1}{8} \left(\frac{x}{b_1 \cdot F_1} \right)^{3/2} + \frac{1}{2} \quad (10-12)$$

Donde:

x = distancia sobre el eje del canal desde el inicio de la expansión, para la cual el semiancho entre pared es y .

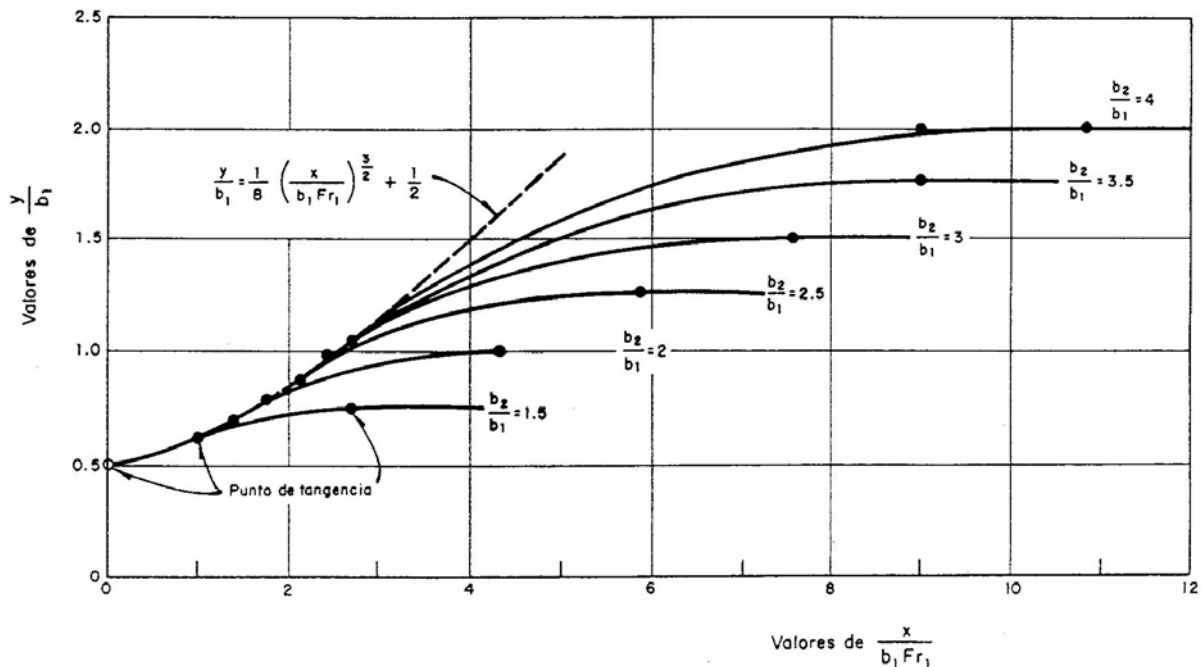


FIGURA 10-11 Curvas generalizadas para diseñar la frontera de una expansión en régimen supercrítico, según Rouse, Bhoota y Hsu.

En la Figura 10-11 se aclara la notación y la forma que deben tener las paredes para cualquier valor de F_1 y para una amplia variedad de relaciones de expansión b_2 / b_1 .

10.2. CAMBIOS DE DIRECCIÓN

10.2.1. CURVAS HORIZONTALES

Los cambios de dirección horizontal en un canal producen a menudo modificaciones importantes en el flujo como son: las corrientes de forma helicoidal y ondas cruzadas, la sobreelevación del flujo, la distribución de velocidades en las secciones transversales de la curvas es muy irregular y finalmente las pérdidas de energía que alteran el perfil de la superficie libre aguas arriba de la curva, ver Figura 10-12. En los ríos naturales el flujo helicoidal puede ser importante, con tendencia a erosionar el sedimento en el lado exterior y a depositarlo en el lado interior, ver Figura 10-12.

10.2.1.1. EN RÉGIMEN SUBCRÍTICO

Características del flujo

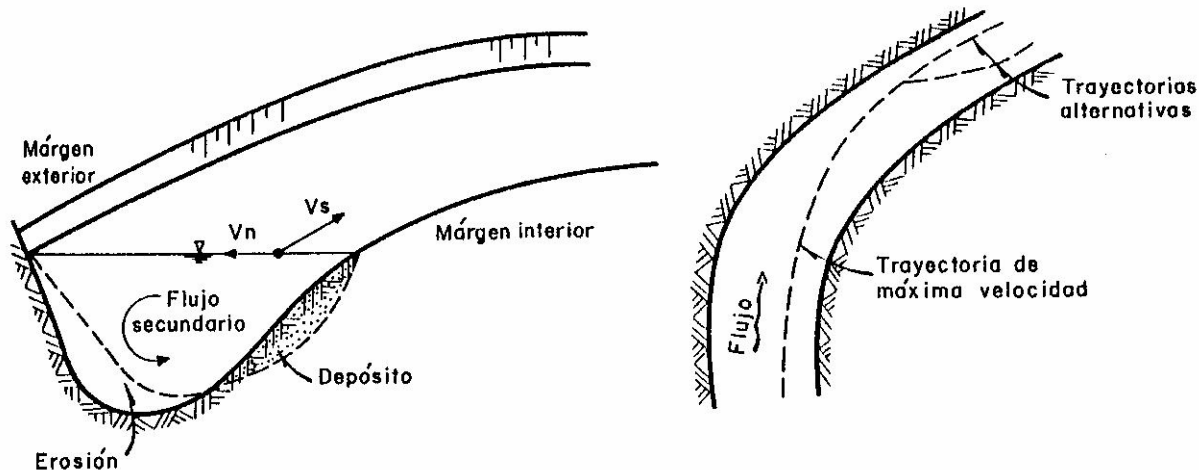


FIGURA 10-12 Corriente secundaria y flujo helicoidal en curvas horizontales.

De acuerdo con la teoría del vórtice libre sin fricción las características hidráulicas de la curva horizontal serían:

a. Variación de velocidades

$$V = \frac{k_D}{r} \quad (10-13)$$

Donde:

k_D = Coeficiente por cambio de dirección

Ello significa que para la parte exterior de la curva la velocidad es menor que la de la parte interior de la misma.

b. Variación del tirante

$$y = E - \frac{k_D^2}{2g} \left(\frac{1}{r^2} \right) \quad (10-14)$$

Donde:

r = Radio de curvatura de las líneas de corriente

El tirante y aumenta hacia la parte exterior de la curva.

c. La variación del caudal

$$Q = k_D \cdot E \cdot \ln \frac{r_e}{r_i} - \frac{k_D^3}{4g} \left(\frac{1}{r_i^2} - \frac{1}{r_e^2} \right) \quad (10-15)$$

Donde:

r_i y r_e son los radios interno y externo de la curva, respectivamente.

E = Energía específica

d. La pendiente transversal de la superficie libre del agua

$$S_r = \frac{dy}{dr} = \frac{V^2}{g \cdot r} \quad (10-16)$$

e. La diferencia de tirantes

$$y - y_i = \frac{k_D^2}{2 \cdot g} \left(\frac{1}{r_i^2} - \frac{1}{r_e^2} \right) \quad (10-17)$$

$$y_E - y_i = \Delta y = \frac{k_D^2}{2 \cdot g} \left(\frac{1}{r_i^2} - \frac{1}{r_e^2} \right) \quad (10-18)$$

Las ecuaciones anteriores proporcionan resultados confiables, si se conoce el valor de la constante k_D o el valor de la sobreelevación. Algunas aproximaciones que se podrían hacer serían:

a. Al omitir la variación del tirante, lo cual parece factible para velocidades pequeñas y grandes radios de curvatura

$$k_D = \frac{Q}{y_1 \cdot \ln \left(\frac{r_e}{r_i} \right)} \quad (10-19)$$

b. Al considerar, en cualquier sección transversal de la curva, velocidad constante e igual a la velocidad media V_1 antes de la curva

$$\Delta y = \frac{V_1^2}{g} \cdot \ln \left(\frac{r_e}{r_i} \right) \quad (10-20)$$

c. Al considerar la velocidad V_1 y el radio medio r_m constantes

$$\Delta y = \frac{V_1^2 \cdot b}{g \cdot r_m} \quad (10-21)$$

d. Al obtener el valor del radio, r_1 , asociado a la velocidad V_1

$$\left(\frac{\Delta y}{y_1} \right)^{3/2} - \left(\frac{\Delta y}{y_1} \right)^{1/2} \cdot (2 + F_1^2) \cdot \ln \frac{1+a}{1-a} + 4 \cdot F_1 \cdot \frac{a \cdot \sqrt{2 \cdot a}}{1-a^2} = 0 \quad (10-22)$$

Donde:

$$a = \frac{b \cdot r_m}{2}; \text{ la solución gráfica de la ecuación 10-22 se muestra en la Figura 10-13,}$$

válida para $F_1 < 0.7$

En el caso de canales trapezoidales pueden utilizarse las mismas ecuaciones antes deducidas para el cálculo de Δy , siempre que el ancho b se sustituya por el de la superficie libre B en el canal antes de la curva. Para reducir el efecto de flujo helicoidal se recomienda que $r_m / b > 3$.

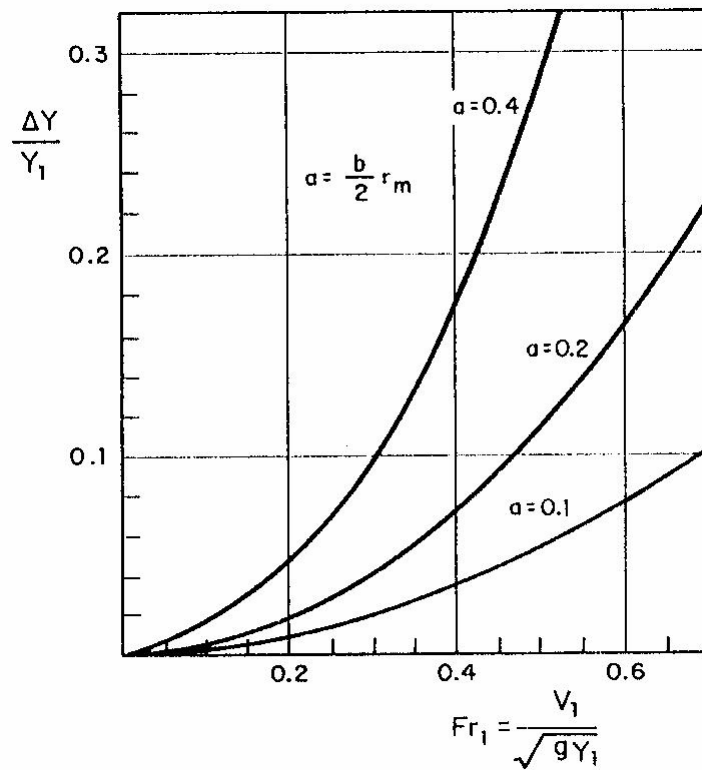


FIGURA 10-13 Sobreelevación del flujo en una curva horizontal.

Pérdida de energía

La pérdida de energía en una curva está dada por:

$$h_c = k_{CR} \cdot \frac{V^2}{2 \cdot g} \quad (10-23)$$

Donde:

k_{CR} = Coeficiente de pérdida por curvatura

Mockmore obtuvo experimentalmente una ecuación aproximada para calcular el coeficiente de pérdida por curvatura:

$$k_{CR} = \frac{2 \cdot b_m}{r_m} \quad (10-24)$$

que es válida para canales artificiales y ríos naturales en los que θ , el ángulo central de la curva, varía de 90 a 180°.

La pérdida de energía en una curva tiene interés debido a que la sobreelevación puede llegar a transmitir el efecto de remanso hacia aguas arriba; sobrelevándose una cantidad h_c igual a la pérdida al principio de la curva, ver Figura 10-14, disipándose la mayor parte de la energía en la longitud de la curva L y el resto en una distancia L' aguas abajo, que es la requerida para que el flujo llegue nuevamente a ser uniforme.

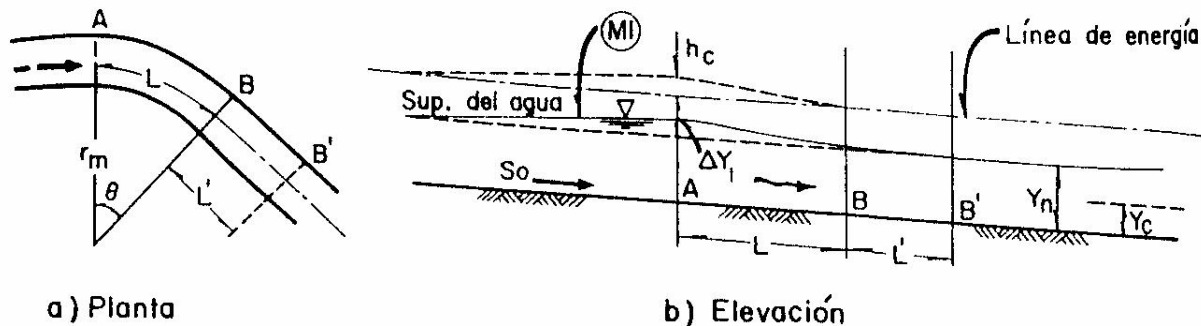


FIGURA 10-14 Perfil de flujo y líneas de energía en una curva horizontal a régimen subcrítico.

Donde:

L = Longitud característica

L' = Longitud característica para que el flujo llegue a ser uniforme

Diseño

Las curvas normalmente se diseñan con un arco circular simple de radio pequeño. La sobreelevación que se produce en el tirante es de poca magnitud y, en ocasiones, no es necesario tomar medidas especiales para reducirla. El efecto del flujo helicoidal se minimiza al elegir el radio medio r_m entre valores de 3 a 7 veces el ancho de la superficie libre.

10.2.1.2. EN RÉGIMEN SUPERCRÍTICO

Características de flujo

La disposición típica en planta de las ondas oblicuas que se forman en una curva horizontal, Figura 10-15, con los frentes positivos y negativos señalados por las líneas A B D y A' B C', respectivamente. Estos se generan en los puntos de tangencia A y A', con el ángulo

β_1 . La zona A B A' se muestra libre de disturbios y el tirante aumenta a lo largo de la línea A C hasta alcanzar un máximo en el punto C, en la cual, la primera línea de disturbios negativos llega a la pared exterior de la curva. De manera similar, el tirante mínimo se alcanza en el punto D, sobre la pared interior. La línea AC ó la AD representan la mitad de la longitud de onda que desarrolla el arco central θ_o

$$tg\theta_o = \frac{b}{\left(r_m + \frac{b}{2}\right) \cdot tg\beta_1} \quad (10-25)$$

Un criterio sencillo, para calcular la variación del tirante a lo largo de las paredes, es el propuesto por Ippen y Knapp

$$\frac{y}{y_1} = F_1^2 \cdot sen^2\left(\beta_1 + \frac{\theta_o}{2}\right) \quad (10-26)$$

$$sen\beta_1 = \frac{1}{F_1} \quad (10-27)$$

La sobreelevación máxima tiene la magnitud dada por la ecuación 10-21 medida por arriba de la superficie del flujo antes de entrar a la curva, en lugar de por encima de la superficie en la pared interior. Esto significa que para el régimen supercrítico la sobreelevación máxima entre los niveles de la pared interior y exterior de la curva es del doble de la que resulta para el régimen subcrítico, esto es:

$$\Delta y = \frac{2 \cdot V_1^2}{g \cdot r_m} \quad (10-28)$$

En canales trapeziales los taludes favorecen la sobreelevación en las curvas hasta magnitudes diez veces mayores que las obtenidas con la ecuación 10-28.

Diseño de la curva

Para disminuir el efecto de las ondas oblicuas, se recomienda que el radio medio r_m satisfaga la condición:

$$\frac{r_m}{B_1} > 4 \cdot F_1^2 \quad (10-29)$$

Donde B_1 y F_1 son el ancho de la superficie libre y el número de Froude antes de la curva, respectivamente.

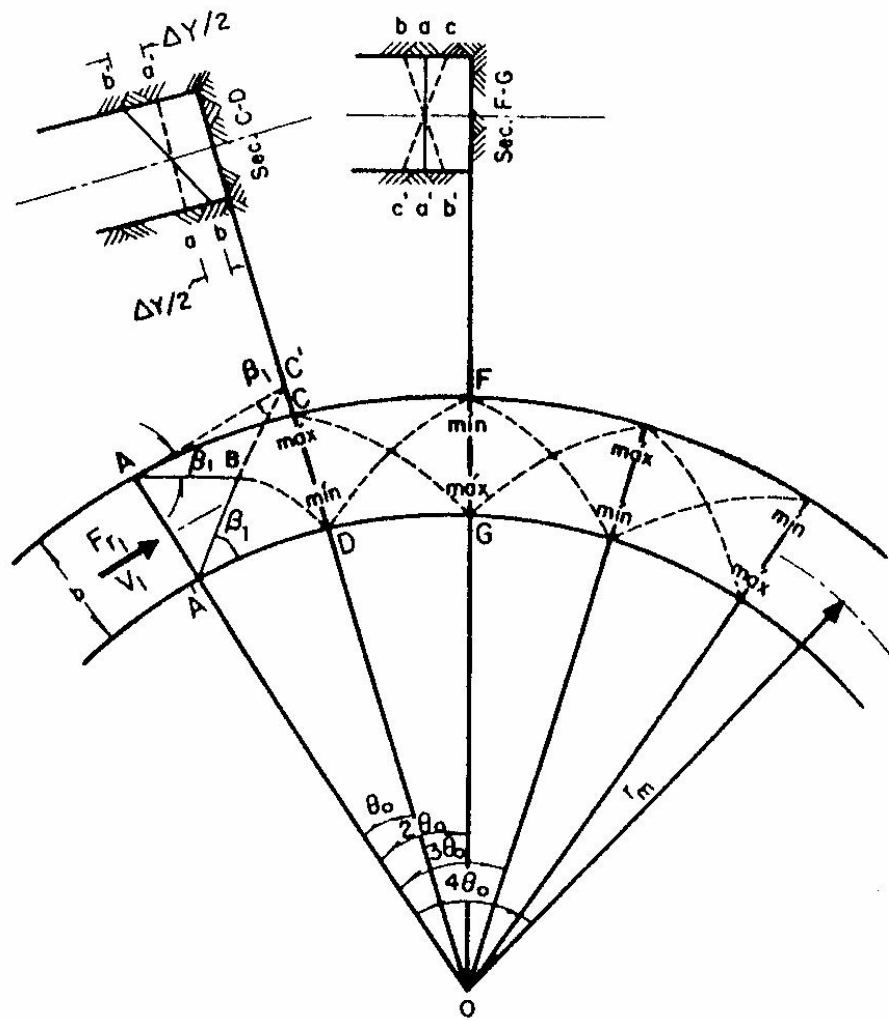


FIGURA 10-15 Configuración de las ondas oblicuas para el flujo supercrítico en una curva horizontal.

Para reducir el efecto de la sobreelevación del agua se recomienda el criterio de Knapp, que consiste en dar una pendiente transversal a la plantilla S_t , a fin de equilibrar la componente del peso del agua, W , en la dirección radial con la fuerza centrífuga, Figura 10-16. Esto implica:

$$S_t = \frac{V_1^2}{g \cdot r_m} \quad (10-30)$$

Para evitar cambios bruscos en las características del flujo la pendiente transversal debe proporcionarse de manera gradual, desde cero al principio de la curva, Figura 10-16, aumentando linealmente hasta el máximo al final de la deflexión θ_0 . Después se mantiene

constante el valor máximo en toda la parte central, para disminuir gradualmente hasta cero en una longitud de arco que corresponde también a θ_0 , antes de terminar la curva.

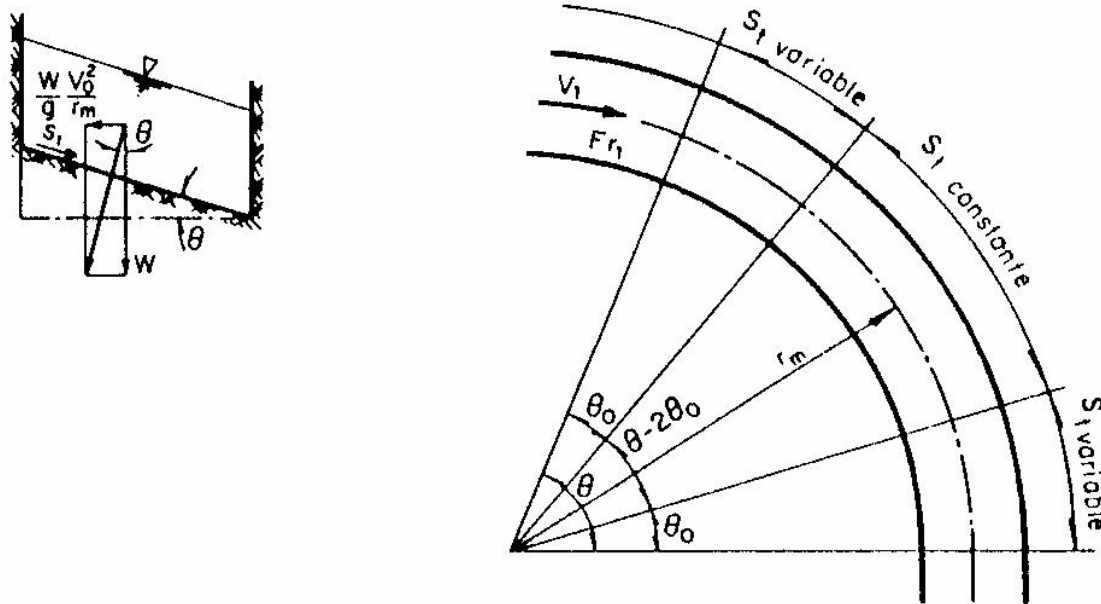


FIGURA 10-16 Sobreelevación de una curva simple a régimen supercrítico.

10.2.2. CURVAS VERTICALES

10.2.2.1. CONVEXAS

Para evitar la tendencia del agua a separarse del piso y a que disminuya la presión de contacto, el perfil de una curva convexa debe ser considerablemente más tendido que la trayectoria de un chorro descargando libremente (lanzado bajo una carga igual a la energía específica E del escurrimiento en la sección en que se inicia la curva). Ya que debe evitarse tener presiones negativas y como consecuencia problemas por cavitación. La ecuación del perfil de la curva, para el sistema coordenado adoptado en la Figura 10-17, está dada por:

$$y = x \cdot \operatorname{tg} \theta_1 + \frac{x^2}{4 \cdot k_{CR} \cdot E^2 \cdot \cos^2 \theta_1} \quad (10-31)$$

Donde θ_1 es el ángulo de inclinación del piso en el tramo aguas arriba de la curva. Para asegurar presiones positivas sobre la superficie de contacto en la curva, el valor de k_{CR} debe ser igual o mayor que 1.5.

Para obtener las coordenadas del punto en que la curva se vuelve tangente al segundo tramo se iguala la derivada de la ecuación 10-31, con $\tan \theta_2$; la abscisa del punto de tangencia está dada por:

$$x_1 = 2 \cdot k_{CR} \cdot E \cdot \cos^2 \theta_1 \cdot (\tan \theta_2 - \tan \theta_1) \quad (10-32)$$

La ordenada y se obtiene sustituyendo en la ecuación del perfil del piso, ver ecuación 10-31, el valor obtenido con la 10-32.

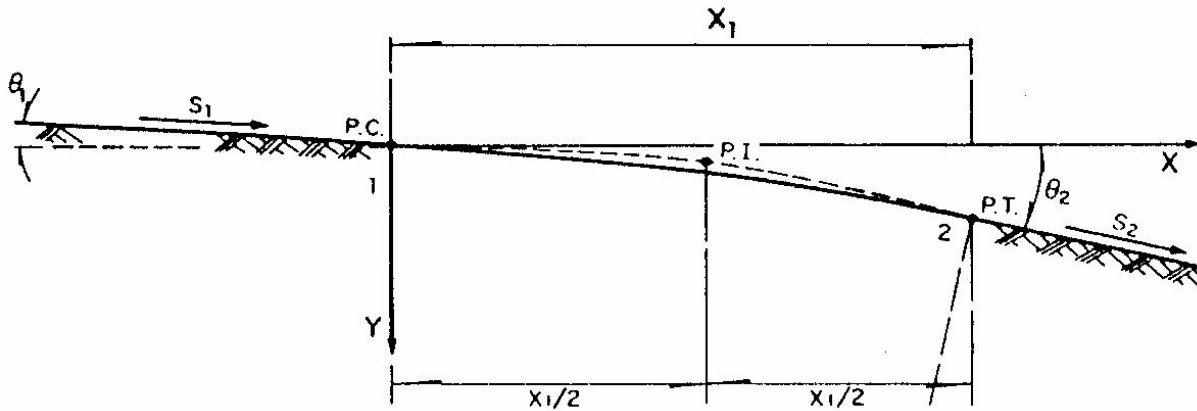


FIGURA 10-17 Curva vertical convexa.

10.2.2.2. CÓNCAVAS

En las curvas verticales cóncavas se debe evitar que la fuerza centrífuga produzca sobre el piso presiones dinámicas positivas elevadas. Un valor de 489 kg/m^2 se considera aceptable, lo que ayuda a conocer el radio que evita que dicha presión rebase la cantidad mencionada; el radio está definido por:

$$r \geq 0.21 \cdot V^2 \cdot d \quad (10-33)$$

$$r \geq 10 \cdot d \quad (10-34)$$

10.3. BIFURCACIONES

El flujo en la bifurcación de un canal (unión o separación), es un fenómeno que envuelve numerosas variables, tal como los caudales, que escurren por ella, ángulo de intersección, forma y pendiente de los canales, dirección y magnitud de los caudales, redondeo en el muro de unión o separación, etc. A esto debe agregarse la posibilidad de régimen subcrítico o supercrítico o de un cambio de régimen. El problema es tan complicado que sólo algunos casos simples y específicos han sido estudiados, y por lo mismo, sus resultados

difícilmente pueden generalizarse; por lo que, es más recomendable un estudio en modelo hidráulico para cada caso particular que una aproximación teórica del problema, cuando se desea seguridad y precisión en los resultados.

10.3.1. COMPORTAMIENTO GENERAL

10.3.1.1. EN SEPARACIONES

El comportamiento del perfil de flujo en régimen subcrítico depende de las condiciones de frontera de los canales secundarios; haciendo el cálculo del perfil del agua en la dirección contraria al escurrimiento y hacia el punto de separación. El caudal en el canal principal se distribuye hacia los secundarios, cumpliendo con la condición de que se debe tener igual energía en el sitio de la separación al considerar las pérdidas de carga hidráulica. En la Figura 10-18 se muestran perfiles de flujo en una separación a régimen subcrítico, sin cambio de régimen.

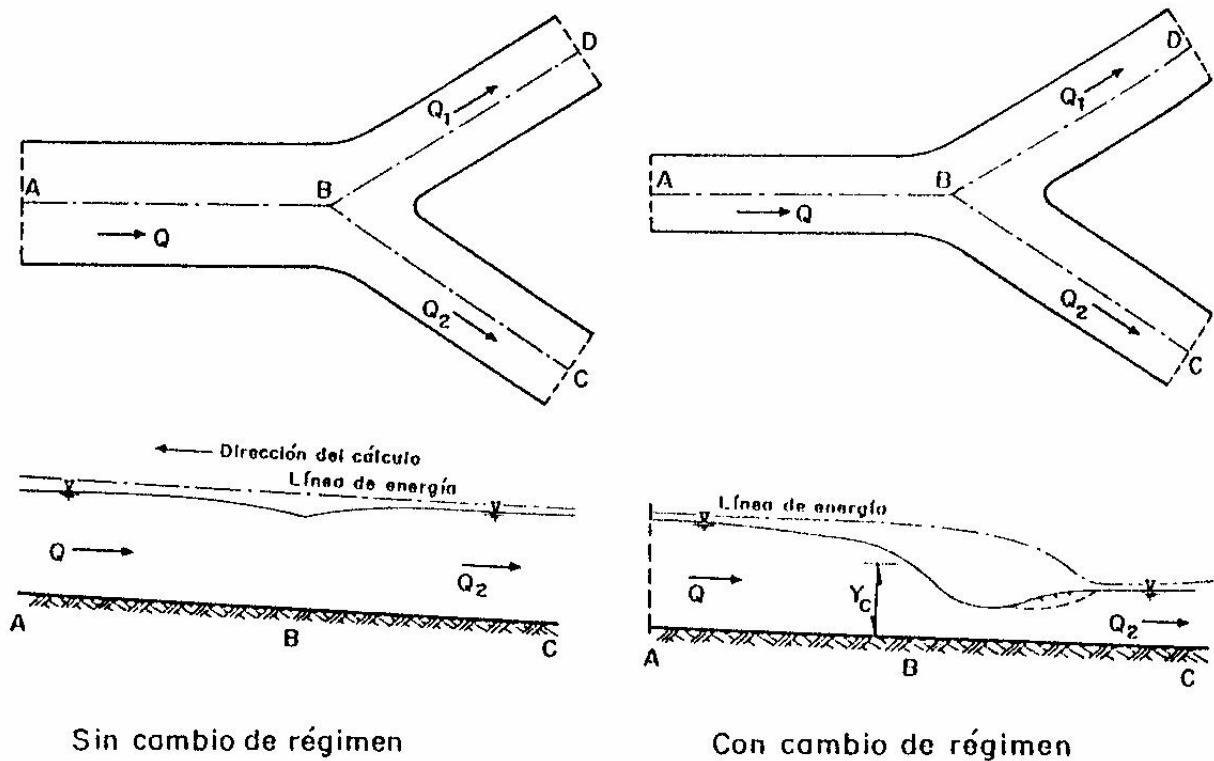


FIGURA 10-18 Perfiles de flujo en bifurcaciones en una separación a régimen subcrítico.

En régimen supercrítico, el comportamiento del flujo queda determinado desde aguas arriba, es decir, desde el canal principal. Los caudales se dividen de acuerdo con la igualdad de energía (incluyendo pérdidas) en el punto de separación. En la Figura 10-19 se muestran perfiles de flujo en una separación a régimen supercrítico, sin o con cambio de régimen.

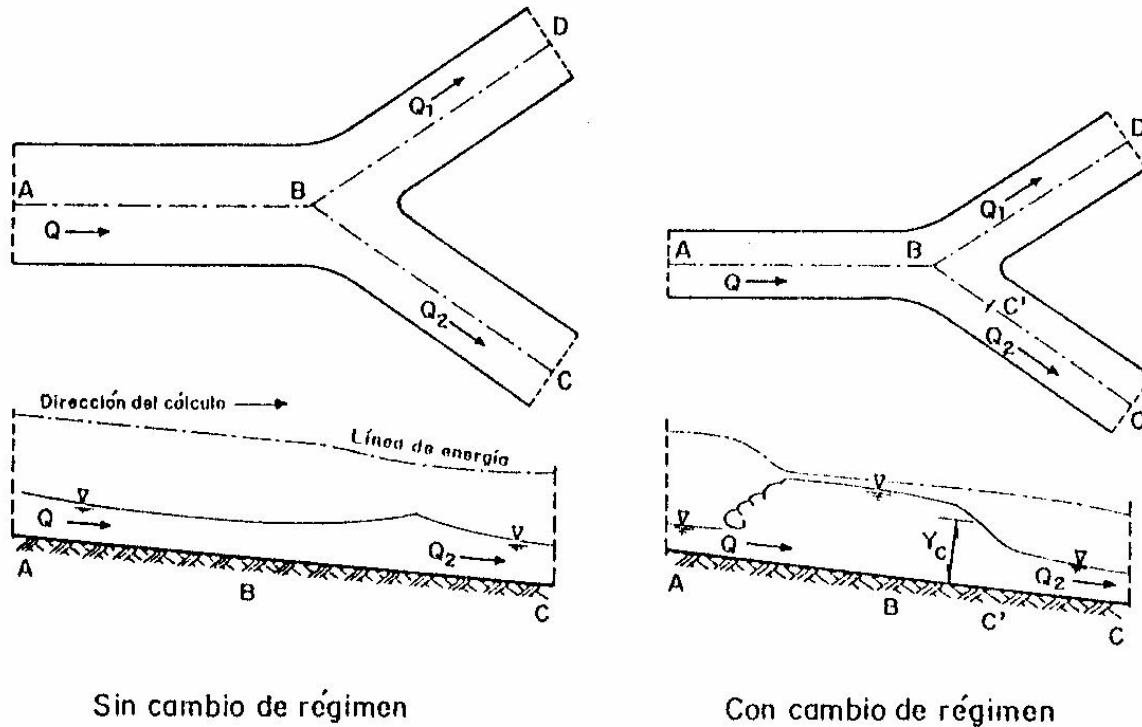


FIGURA 10-19 Perfiles de flujo en bifurcaciones en una separación a régimen supercrítico.

10.3.1.2. EN UNIONES

El comportamiento de uniones en régimen subcrítico es similar al caso de separaciones. El cálculo en dirección contraria a la del flujo permite llegar al punto de unión, manejando la zona de transición de manera similar al de separación y satisfaciendo la condición de igual altura de energía (incluidas las pérdidas) al principio del canal principal. Con esta condición y el conocimiento de los caudales que se unen, se puede determinar el perfil del flujo en los canales secundarios. En ocasiones, la transición de subcrítico a supercrítico se hace por medio de un salto hidráulico, ver Figura 10-20, con un comportamiento del flujo muy complejo.

En régimen supercrítico el cálculo es en la dirección del flujo hasta el sitio de la unión. En la zona de transición se aplica la ecuación del impulso y cantidad de movimiento. En el

canal principal se determina el perfil del flujo a partir del nivel de energía y los gastos conocidos. En sí, el comportamiento del flujo es complicado y por ello se recurre a estudiarlo en un modelo hidráulico.

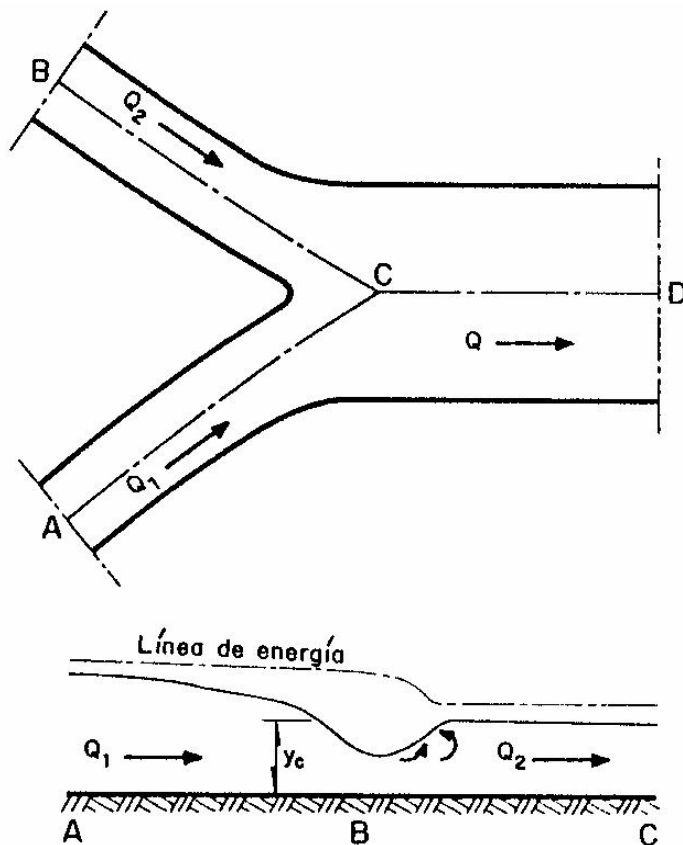


FIGURA 10-20 Perfil de flujo en una unión, con transición de régimen subcrítico a supercrítico.

10.3.2. PÉRDIDAS DE ENERGÍA

10.3.2.1. EN SEPARACIONES

Existen pocas publicaciones que abordan el tema de la determinación de la pérdida de energía en bifurcaciones, en este inciso se describe lo que mas comúnmente se utiliza. Mock realizó experimentos en separaciones de canales rectangulares, en régimen subcrítico, Figura 10-21. Las pérdidas correspondientes a cada canal secundario están dadas por:

$$h_{cl} = k_{B1} \cdot \frac{V^2}{2 \cdot g} \quad (10-35)$$

$$h_{c2} = k_{B2} \cdot \frac{V^2}{2 \cdot g} \quad (10-36)$$

Donde:

V es la velocidad en el canal antes de la bifurcación.

k_B = pérdida de carga hidráulica por bifurcación.

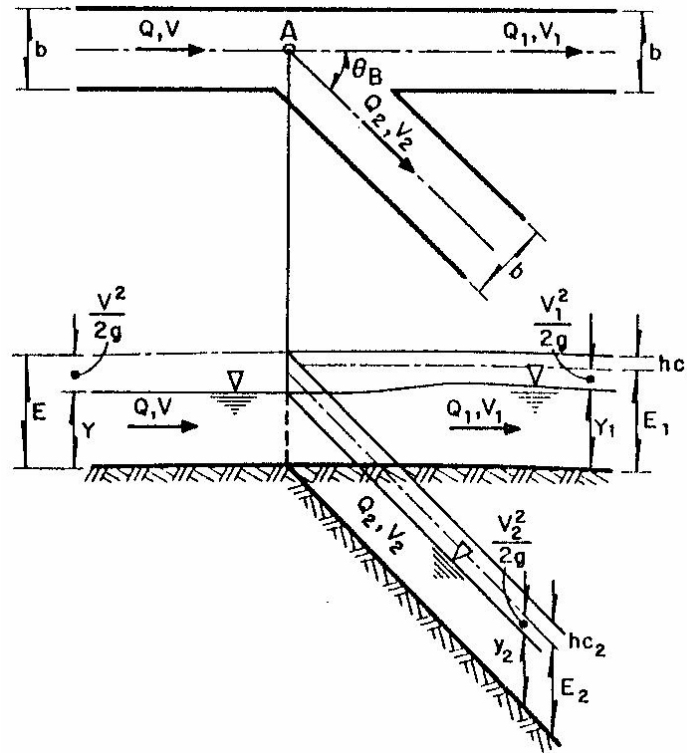


FIGURA 10-21 Geometría de la bifurcación en separación de canales, estudiada por Mock.

Los resultados de Mock, Figura 10-22 obtenidos experimentalmente, permiten el cálculo del coeficiente de pérdida de carga en separaciones, en régimen subcrítico, k_{B1} y k_{B2} como una función de la relación de caudal Q_1 / Q .

Taylor, también determinó experimentalmente el caso específico de la separación mostrada en la Figura 10-21, al correlacionar los parámetros adimensionales Q_2/Q , y/y_2 , y_1/y_2 y $k_B = V^2/(2gy)$. En el caso particular de una separación a 90° las figuras 10-23 y 10-24, se pueden utilizar para determinar la repartición de un caudal Q conocido, hacia los canales secundarios de igual ancho. La secuencia de cálculo sería:

- a. Suponer un Q_1 y con ello $Q_2 = Q - Q_1$

b. De las curvas tirantes-caudales de cada uno de los canales 1 y 2, se obtienen para los Q_1 (supuestos) y Q_2 (calculados); los valores de y_1 y y_2 . Las curvas mencionadas se obtienen a partir de las condiciones fijadas en la descarga de cada canal.

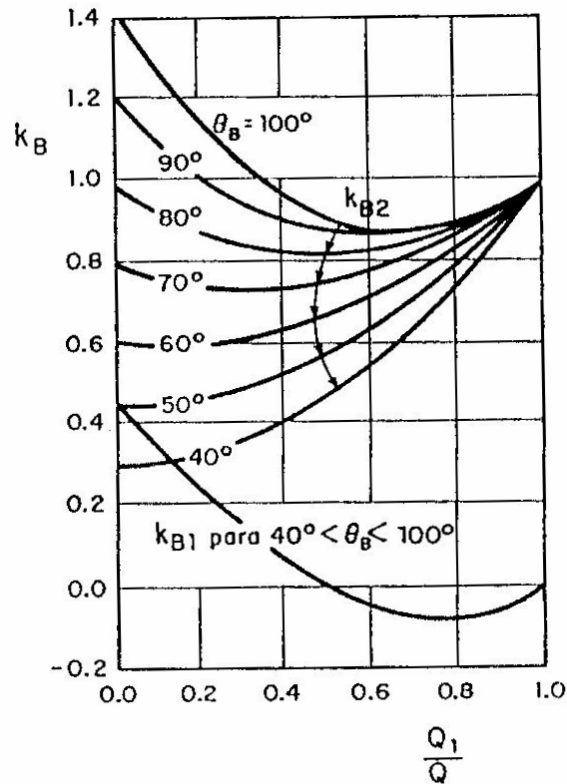


FIGURA 10-22 Coeficiente de pérdida de energía para bifurcaciones en separación, (Mock.)

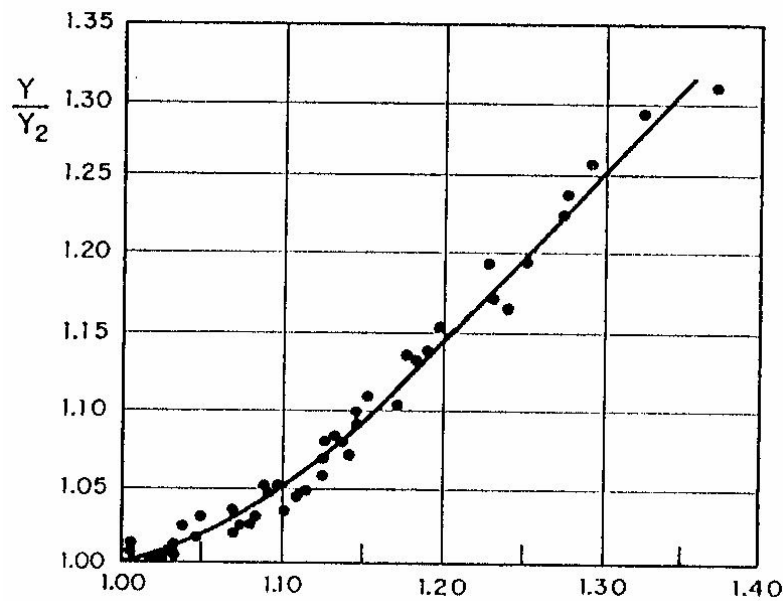
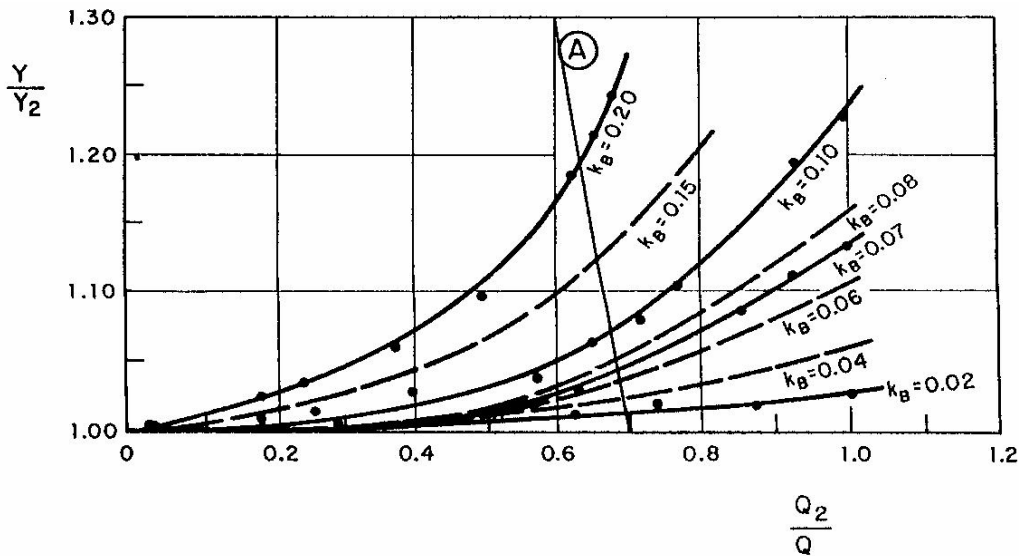


FIGURA 10-23 Correlación entre tirantes en bifurcaciones en separación a 90° .



La línea continua se obtiene del cálculo hidráulico

FIGURA 10-24 Correlación de características hidráulicas con separación a 90°.

c. De la Figura 10-23, escogiendo una relación y_1/y_2 , el parámetro y/y_2 se determina para cada valor de Q_1 supuesto.

d. Dibujar el parámetro Q_2/Q contra y/y_2 , curva A de la Figura 10-24. La intersección de esta curva con las curvas k_B , proporciona las posibles combinaciones de las variables entre las cuales, un valor de k_B corresponderían al caudal total Q del canal principal, así como los valores de y/y_2 y Q_2/Q .

e. A partir de la Figura 10-24, para cada uno de los valores k_B , se obtienen las relaciones Q_2/Q y y/y_2 . De Q_2/Q , al conocer Q , se obtiene Q_2 . De la curva y_2-Q_2 del canal 2, se obtiene y_2 al conocer Q_2 . De y/y_2 al conocer y_2 , se obtiene y .

f. Dibujar los valores de k_B entre y obtenidos del inciso anterior, (línea discontinua de la Figura 10-25; así como el valor de $k_B = V^2/(2gy)$ contra y (línea continua de la misma figura). La intersección de ambas define los valores requeridos de k_B y y .

g. Con el valor de k_B de la Figura 10-24, se obtiene la relación Q_2/Q , al conocer Q se determina Q_2 , y de $Q_1 = Q - Q_2$ el valor de Q_1 .

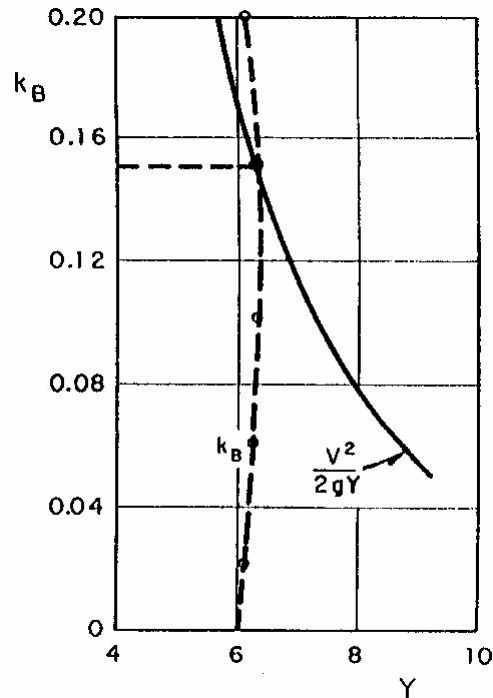


FIGURA 10-25 Parámetros k_B en función de γ ; bifurcaciones con separación a 90° .

10.3.2.2. EN UNIONES

Taylor determinó teóricamente el caso específico de la unión que se muestra en la Figura 10-26, al considerar que la velocidad se distribuye uniformemente en los canales antes y después de la unión, la fuerza de fricción es despreciable en comparación con otras fuerzas y que los tirantes en los canales 1 y 2 son iguales. De la ley del impulso y cantidad de movimiento en la unión, para el componente en la dirección del canal 1 al principal, se obtiene:

$$k_{B2} = \frac{\left(\frac{Q_2}{Q}\right)^2 \left[\left(\frac{y_2}{y}\right)^2 - 1 \right]}{4 \cdot \left(\frac{y_2}{y}\right)^2 \left[2 \cdot \left(\frac{Q_2}{Q}\right) - \left(\frac{Q_2}{Q}\right)^2 \cdot (1 + \cos \theta_B) + \frac{y_2}{y} - 1 \right]} \quad (10-37)$$

tomando a Q_2/Q como un parámetro, k_{B2} se puede graficar contra y_2 / y para cada valor de θ_B .

La ecuación 10-37 fue verificada experimentalmente en uniones, donde θ_B es igual a 45 y 135°, para el primero de los valores se encontró buena concordancia, pero no con el segundo. Esto último probablemente se deba a la distorsión en la distribución de velocidades después de la unión y a que el flujo no permanecía paralelo a las paredes del canal.

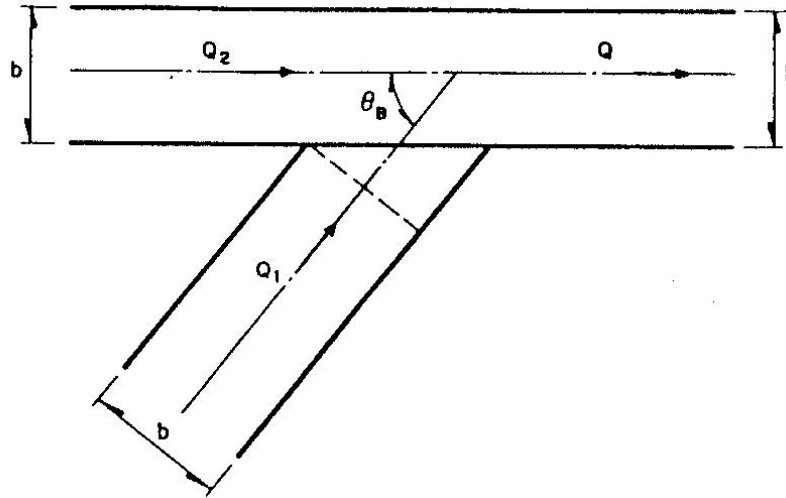


FIGURA 10-26 Geometría de la bifurcación en unión de canales, estudiada por Taylor.

10.3.3. FLUJO EN UN RÍO ALREDEDOR DE UNA ISLA

Se puede determinar, de manera aproximada, la distribución del caudal total de un río o canal cuando éste se bifurca en dos brazos para rodear una gran isla.

En el caso ilustrado en la Figura 10-27 se considera que el flujo en los dos brazos que rodean la isla es subcrítico. Para una serie de valores de los caudales Q_1 y Q_2 (distribuidos de manera que su suma sea el caudal total Q), se calculan los perfiles del flujo en los dos brazos considerando en todos ellos un nivel inicial único de la superficie libre del agua en el punto B, situado en el lugar en que se unen los flujos divididos. Esto permite definir en todos los casos un nivel de la superficie libre en el punto A situado en el lugar en que se separan los dos brazos.

La elevación inicial de la superficie del agua en el punto B se puede determinar de la curva elevaciones-caudales en esta estación, correspondiente al caudal total Q . La elevación de la superficie del agua en el punto A, obtenida de los cálculos del perfil de flujo a lo largo del canal 2 se lleva como abscisa y la correspondiente al canal 1 como ordenada, obteniendo entonces una serie de puntos como los de la Figura 10-27 b, que corresponden a diferentes

proporciones de Q_1 y Q_2 en que se reparte el caudal total. Debido a que el flujo se divide en el punto A, las dos elevaciones de la superficie del agua obtenidas en este punto para los dos canales deberán ser iguales si la repartición supuesta del caudal es correcta. De este modo, la elevación común entre ellos se puede obtener a partir de la curva dibujada al ser interceptada por la línea de puntos que bisecta el ángulo entre los ejes coordenados, ésto es a 45° . La línea de puntos representa la condición de igualdad de las dos elevaciones calculadas. Simultáneamente se lleva, sobre la Figura 10-27 c, la elevación calculada en el punto A para el canal 1 contra el caudal Q resultando una curva, a partir de la cual, se obtiene el caudal correcto Q_1 para la elevación correcta en A. El caudal correspondiente al canal 2 será: $Q_2 = Q - Q_1$. Si el flujo en los dos brazos es supercrítico, el punto de control será en A, de tal manera que la repartición del caudal dependerá de la condición a la entrada de los canales divididos.

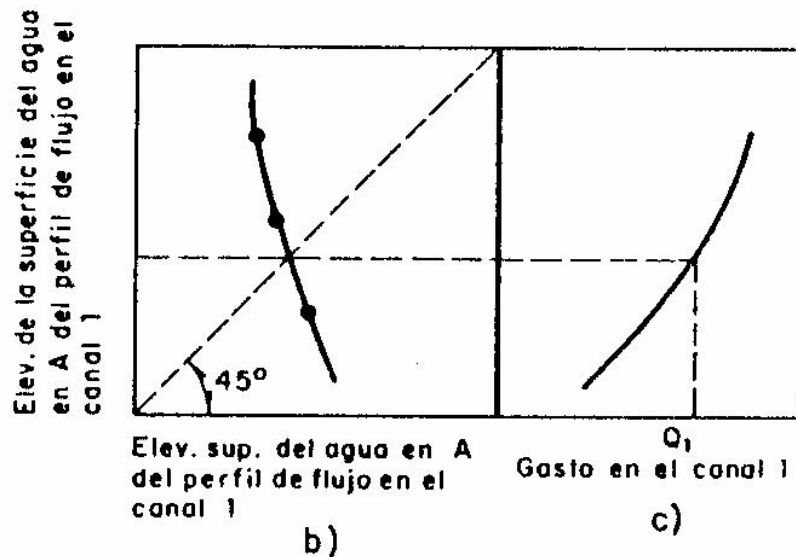
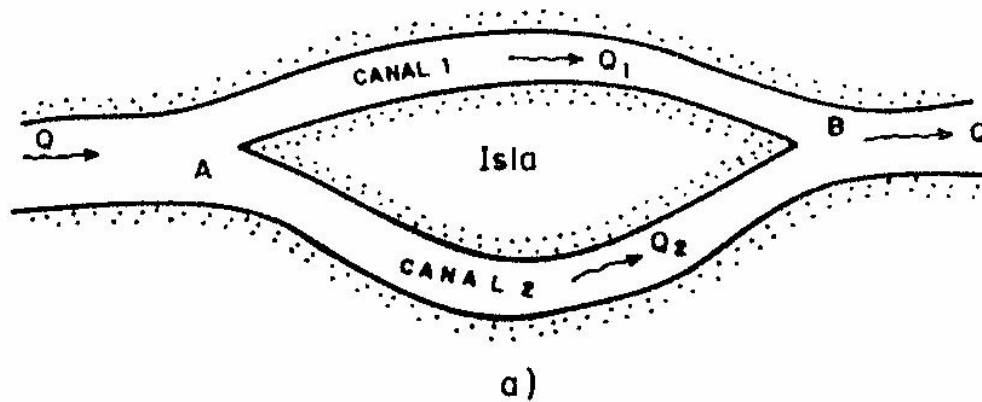


FIGURA 10-27 Cálculo de la repartición de caudales de un río alrededor de una isla.

CAPÍTULO 11

ORIFICIOS, COMPUERTAS Y VERTEDEROS

11.1. ORIFICIOS

11.1.1. DEFINICIONES

Orificio.- Denominamos orificio (Figura 11-1), a una abertura de forma regular, que se practica en la pared o el fondo del recipiente, a través del cual eroga el líquido contenido en dicho recipiente, manteniéndose el contorno del orificio totalmente sumergido.

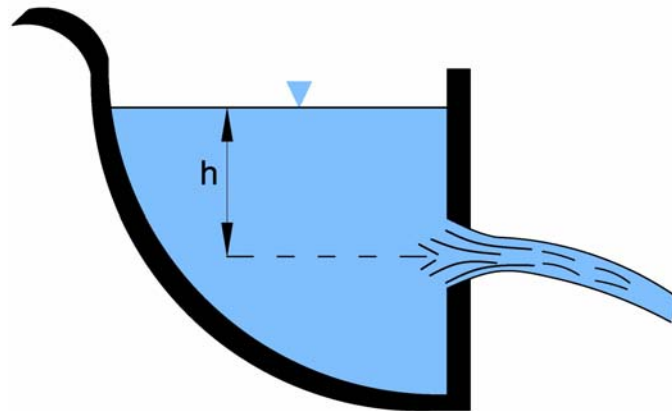


FIGURA 11-1 Orificio.

Vena líquida.- Se llama vena líquida o chorro a la corriente líquida que sale del recipiente.

Carga.- Se denomina carga a la altura de líquido que origina la salida del caudal de la estructura. Se mide desde el nivel del líquido hasta el baricentro del orificio.

Velocidad de llegada.- Es la velocidad con que el líquido llega al recipiente.

Salida libre.- La salida libre tiene lugar cuando el nivel del líquido en el canal de salida, o en el recipiente inferior, está por debajo de la arista o borde inferior del orificio.

11.1.2. CLASIFICACIÓN

Para hacer una clasificación de los orificios se pueden tener en cuenta algunas características importantes de los mismos, como:

a) Según el espesor de la pared:

- Orificio de pared delgada.
- Orificio de pared gruesa.
- Orificio de tubo.

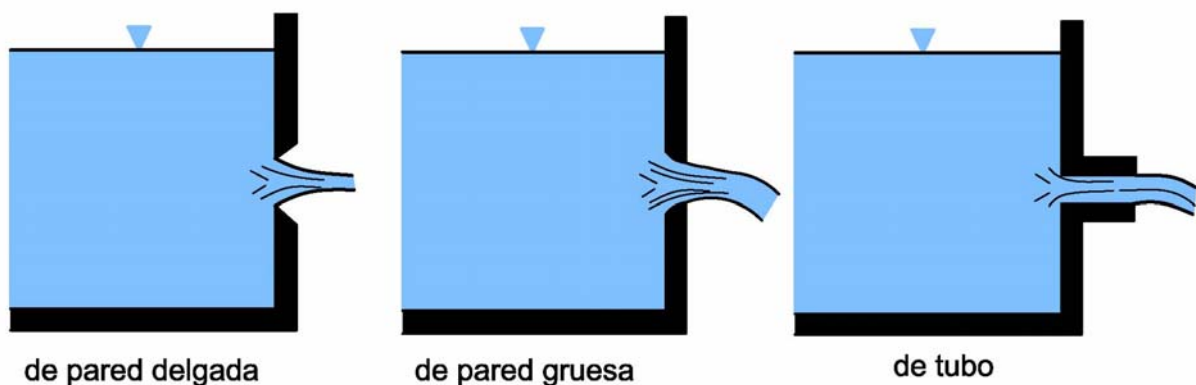


FIGURA 11-2 Tipos de orificios según el espesor de la pared.

b) Según el nivel de la superficie libre:

- Orificio de nivel constante.
- Orificio de nivel variable.

c) Según el nivel del agua, aguas abajo:

- Orificio con descarga libre.
- Orificio sumergido.

11.1.3. CÁLCULO DEL CAUDAL EROGADO (TEOREMA DE TORRICELLI)

El caudal teórico Q_T que sale a través de un orificio, viene determinado por:

$$Q_T = A_o \cdot V_T = A_o \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \quad (11-1)$$

comprobándose experimentalmente que el caudal real Q_R es menor que el teórico, por lo que la expresión del caudal vendrá afectada por un coeficiente de descarga ($C_d < 1$), es decir:

$$Q_R = C_d \cdot Q_T = C_d \cdot A_o \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \quad (11-2)$$

siendo C_d un coeficiente cuyo significado expondremos más adelante.

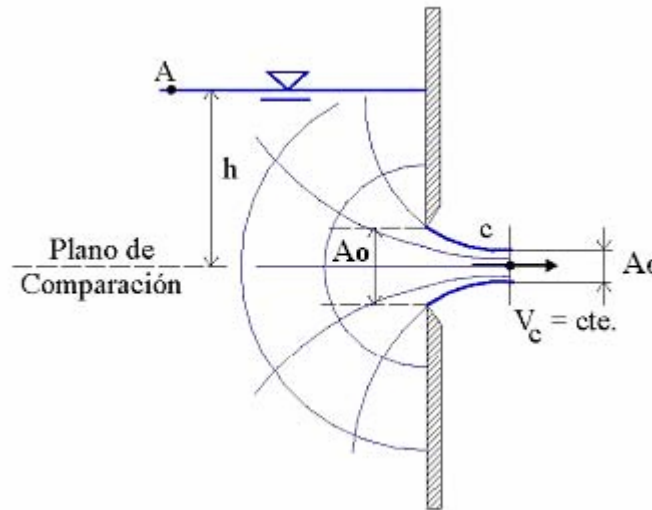


FIGURA 11-3 Teorema de Torricelli

Si se aplica Bernoulli entre los puntos A y C, tenemos que:

$$h + \frac{P_a}{\gamma} + \frac{V_a^2}{2 \cdot g} = 0 + \frac{P_a}{\gamma} + \frac{V_c^2}{2 \cdot g} \quad (11-3)$$

Ahora, como V_a es nula, si despejamos V_c (que es la velocidad media en la sección contraída o velocidad de salida real V_R) obtenemos:

$$V_c = V_R = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \quad (11-4)$$

Un análisis intuitivo de las líneas de corriente, como puede apreciarse en la Figura 11-3, permite interpretar la formación de la “sección contraída A_c ” a una cierta distancia de la pared del orificio, que es sobre la cual aplicamos Bernoulli.

De esta forma, aplicando la Ecuación de Continuidad y teniendo en cuenta el coeficiente experimental C_d “de descarga del orificio”, el cual consiste en una función compleja menor a la unidad (disminuye, en consecuencia, el valor teórico dado por la expresión) en la que influyen la viscosidad, la formación de la sección contraída, la variación

real de la velocidad en la misma (consideramos el valor medio en la deducción), la forma de la sección, etc.; se obtiene:

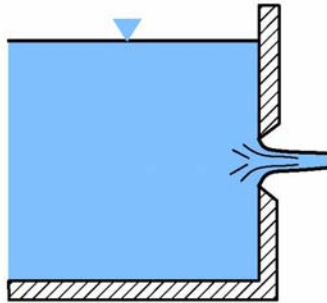
$$Q_R = A_c \cdot V_c \quad (11-5)$$

$$Q_R = C_d \cdot A_o \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \quad (11-6)$$

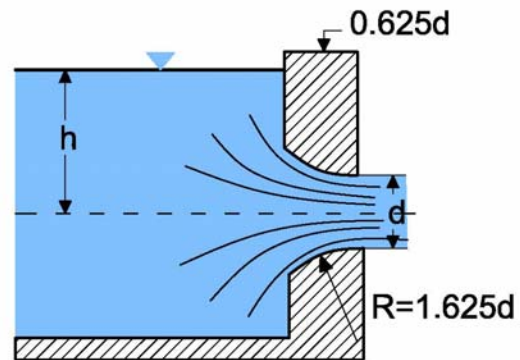
Que es la expresión general en la que A_o es la sección real del orificio cuyas dimensiones, a diferencia de la sección contraída, son de obtención inmediata.

A partir de investigaciones realizadas se han determinado valores experimentales de C_d (Figura 11-4).

orificio de pared delgada: $c_d = 0.60$



orificio de pared abocinada: $c_d = 0.97$



orificio con salida de tubo: $c_d = 0.82$

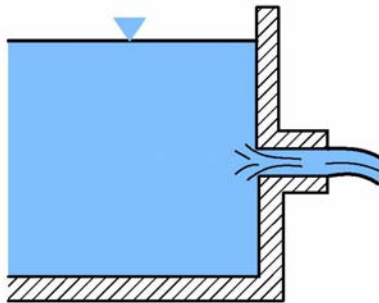


FIGURA 11-4 Valores experimentales del coeficiente de descarga C_d .

La expresión previa dada en la ecuación 11-6 es aplicable al “Orificio Perfecto”, el que se define como tal cuando se cumplen las siguientes condiciones:

- a) Pared delgada, vertical y perpendicular al escurrimiento.
- b) Velocidad de llegada despreciable (menor a 0,30 m/s)

- c) Contracción de la vena completa, lo que implica suficiente distancia desde el fondo y los laterales (orificio cerca de los límites minimizan la contracción).
- d) Idéntica presión (atmosférica generalmente, salvo casos muy particulares) aguas arriba del orificio y alrededor de la vena fluida en caída.
- e) Caída libre, no influenciada por los niveles aguas abajo.

Cuando el orificio no cumple con algunas de las propiedades enunciadas debe ser corregido el coeficiente de descarga, el que se obtiene de los manuales especializados y que se simboliza como C_i , donde i es el número o letra asignado a cada corrección, con lo que la expresión general queda entonces:

$$Q = C_d \cdot C_1 \cdot C_2 \dots A_o \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \quad (11-7)$$

Para orificios practicados en el fondo de paredes inclinadas el coeficiente de descarga C_d será:

$$C_d = 0.6385 + 0.21207 \cos^3 \alpha + 0.10640 \cos^4 \alpha \quad (11-8)$$

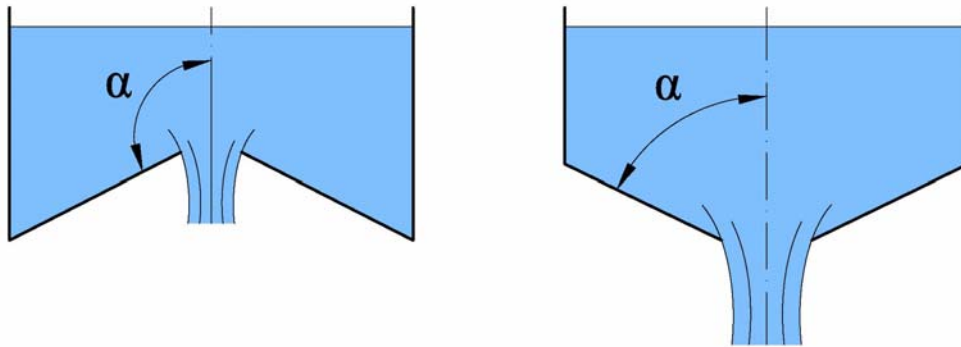


FIGURA 11-5 Orificios practicados en el fondo

11.1.4. ORIFICIOS DE PARED DELGADA

El agua al salir, tiene contacto con un solo punto, lo llena completamente. La vena líquida sufre una contracción que llega a ser extrema en la parte que se denomina sección contraída.

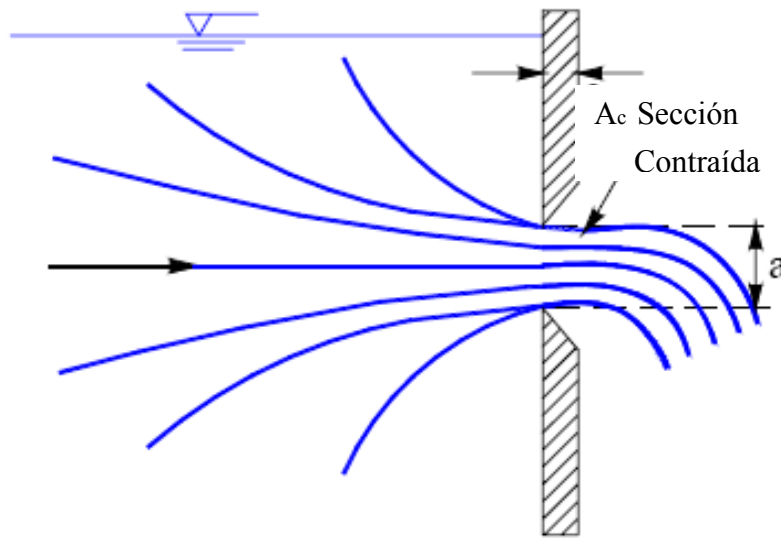


FIGURA 11-6 Orificio de pared delgada

En la práctica se suele considerar como orificio de pared delgada si:

$$e < \frac{1}{2}a \quad (11-9)$$

Al suponer que la lámina líquida que sale, toca a la pared sólo en una arista. Debido a la viscosidad y al rozamiento existente en la proximidad de las paredes, la velocidad de salida es menor que la calculada teóricamente es decir:

$$V_R = C_v \cdot V_T \quad (11-10)$$

En la que C_v es un coeficiente de reducción de velocidad, comprendido entre los valores ($0,96 < C_v < 0,99$); esto supone que la velocidad de salida real puede ponerse en función de una altura h' , en la forma:

$$V_R = C_v \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot g \cdot h'} \quad (11-11)$$

$$2 \cdot g \cdot h \cdot C_v^2 = 2 \cdot g \cdot h' \quad (11-12)$$

$$h' = h \cdot C_v^2 \quad (11-13)$$

La diferencia entre h y h' determina la altura correspondiente a la pérdida de carga del orificio, es decir:

$$h_p = h - h' \quad (11-14)$$

$$h_p = \frac{h'}{C_v^2} - h' = h' \left(\frac{1}{C_v^2} - 1 \right) = \frac{V_R^2}{2g} \left(\frac{1}{C_v^2} - 1 \right) \quad (11-15)$$

Haciendo:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{C_v^2} - 1 \quad (11-16)$$

$$h_p = \varepsilon_1 \cdot \frac{V_R^2}{2g} \quad (11-17)$$

en la que, $\varepsilon_1 = 0,065$, es el coeficiente de pérdida de carga.

Rendimiento de un orificio.- La altura que se aprovecha para transformar en energía cinética es h' y no la disponible, por lo que se define el rendimiento de un orificio, como la relación entre la altura realmente transformada y la totalmente disponible:

$$\eta = \frac{h'}{h} = \frac{V_R^2 / 2g}{h} = \frac{V_R^2}{2gh} = \left(\frac{V_R}{V_T} \right)^2 = C_v^2 \quad (11-18)$$

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{C_v^2} - 1 = \frac{1}{\eta} - 1 \quad (11-19)$$

$$\eta = \frac{1}{1 + \varepsilon_1} \quad (11-20)$$

Contracción de la vena líquida.- Los filetes de la vena líquida son convergentes hasta una sección A_c situada a una cierta distancia de la pared, a partir de la cual comienza a circular paralelamente. A esta sección se la llama sección contraída. La relación entre ambas secciones se denomina **coeficiente de contracción** ($C_c = A_c / A_o$) siendo ($C_c < 1$), que viene dado experimentalmente, y depende de las dimensiones, forma, carga del orificio y proximidad de éste a las paredes del depósito.

Cuando exista una causa que vaya en contra de la libertad de la contracción de la vena, diremos que la contracción es incompleta, siendo el valor de C_c mayor que en el caso de contracción completa. La contracción será completa, cuando la distancia de los bordes del orificio a las paredes laterales, o al fondo, sea igual o mayor que el doble de la mínima dimensión del orificio.

La relación existente entre los coeficientes de descarga C_d , reducción de velocidad C_v y de contracción C_c de la vena líquida, puede deducirse de la siguiente forma:

$$Q_R = A_c \cdot V_R \quad (11-21)$$

$$A_c = C_c \cdot A_o \quad (11-22)$$

$$V_R = C_v \cdot V_T \quad (11-23)$$

$$Q_R = C_c \cdot A_o \cdot C_v \cdot V_T \quad (11-24)$$

$$Q_T = A_o \cdot V_T \quad (11-25)$$

$$Q_R = C_c \cdot C_v \cdot Q_T \quad (11-26)$$

$$C_d = C_c \cdot C_v \quad (11-27)$$

donde:

Q_R = caudal real

Q_T = caudal teórico

A_o = sección real del orificio

A_c = sección contraída

V_R = velocidad de salida, o real en la sección contraída

V_T = velocidad teórica

C_d = Coeficiente de descarga

C_c = Coeficiente de contracción

C_v = Coeficiente de reducción de velocidad

Cuando el orificio es en pared delgada, no cometemos error apreciable si se adopta:

$$Q = 0.60 \cdot A_o \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \quad (11-28)$$

Característica de un orificio.- El valor de h se despeja de la ecuación:

$$Q_R = C_d \cdot A_o \cdot \sqrt{2gh} \quad (11-29)$$

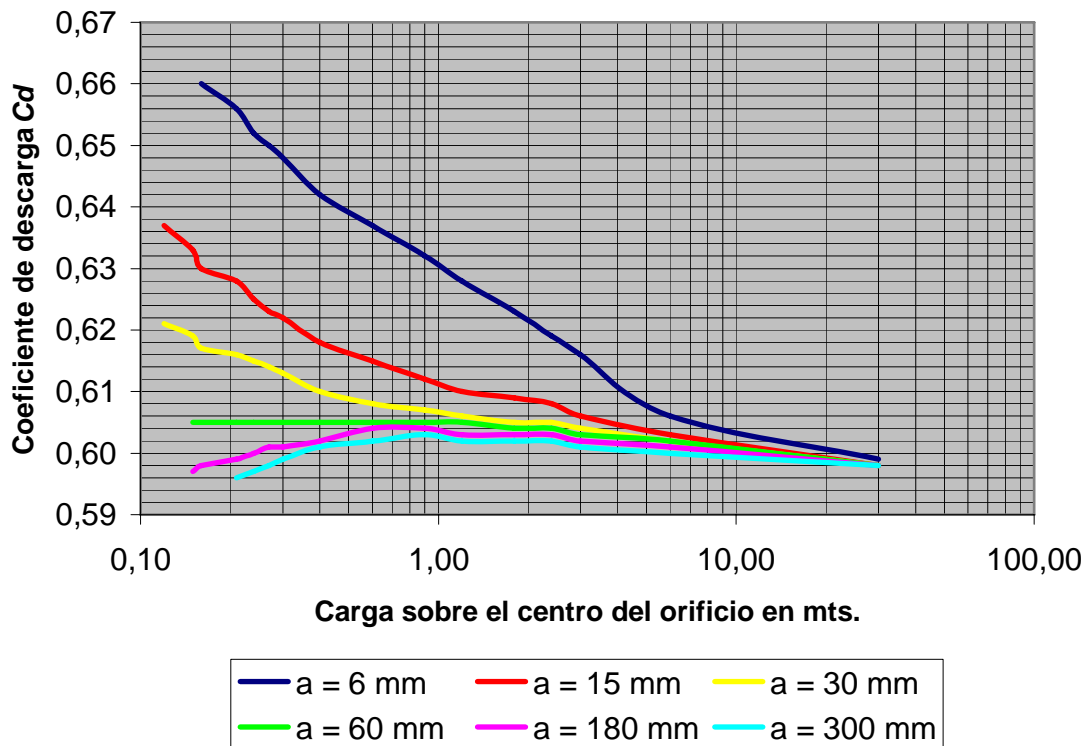
$$h = \frac{Q_R^2}{2 \cdot g \cdot C_d^2 \cdot A_o^2} \quad (11-30)$$

que se puede representar conociendo un solo punto de funcionamiento A en coordenadas (Q_R , h).

TABLA 11-1 Valores de C_d para orificios cuadrados en pared delgada.

(Fuente: P. Fernández Díez)

Carga sobre el centro del orificio (metros)	ORIFICIOS CUADRADOS EN PARED DELGADA VERTICAL					
	Lado del cuadrado en metros					
	0,006	0,015	0,030	0,060	0,180	0,300
0,12		0,637	0,621			
0,15		0,633	0,619	0,605	0,597	
0,16	0,660	0,630	0,617	0,605	0,598	
0,21	0,656	0,628	0,616	0,605	0,599	0,596
0,24	0,652	0,625	0,615	0,605	0,600	0,597
0,27	0,650	0,623	0,614	0,605	0,601	0,598
0,30	0,648	0,622	0,613	0,605	0,601	0,599
0,40	0,642	0,618	0,610	0,605	0,602	0,601
0,60	0,637	0,615	0,608	0,605	0,604	0,602
0,90	0,632	0,612	0,607	0,605	0,604	0,603
1,20	0,628	0,610	0,606	0,605	0,603	0,602
1,80	0,623	0,609	0,605	0,604	0,603	0,602
2,40	0,619	0,608	0,605	0,604	0,603	0,602
3,00	0,616	0,606	0,604	0,603	0,602	0,601
6,00	0,606	0,603	0,602	0,602	0,601	0,600
30,00	0,599	0,598	0,598	0,598	0,598	0,598

FIGURA 11-7 Valores de C_d para orificios cuadrados de lado "a" en pared delgada

(Adaptado de: P. Fernández Díez)

TABLA 11-2 Valores de C_d para orificios circulares en pared delgada vertical
(Fuente: P. Fernández Díez)

Carga sobre el centro del orificio (metros)	ORIFICIOS CIRCULARES EN PARED DELGADA VERTICAL					
	Diámetro del orificio en metros					
	0,006	0,015	0,030	0,050	0,180	0,300
0,12		0,631	0,618			
0,15		0,627	0,615	0,600	0,592	
0,16	0,650	0,624	0,613	0,601	0,593	0,590
0,21	0,651	0,622	0,611	0,601	0,594	0,590
0,24	0,648	0,620	0,610	0,601	0,594	0,591
0,27	0,646	0,618	0,609	0,601	0,595	0,591
0,30	0,644	0,617	0,608	0,600	0,595	0,591
0,40	0,638	0,613	0,605	0,600	0,596	0,593
0,60	0,632	0,610	0,604	0,599	0,597	0,595
0,90	0,627	0,606	0,603	0,599	0,597	0,597
1,20	0,623	0,611	0,602	0,599	0,598	0,596
1,80	0,618	0,604	0,600	0,598	0,597	0,596
2,40	0,614	0,603	0,600	0,598	0,596	0,595
3,00	0,611	0,601	0,598	0,597	0,596	0,595
6,00	0,601	0,598	0,596	0,596	0,596	0,594
30,00	0,593	0,592	0,592	0,592	0,592	0,592

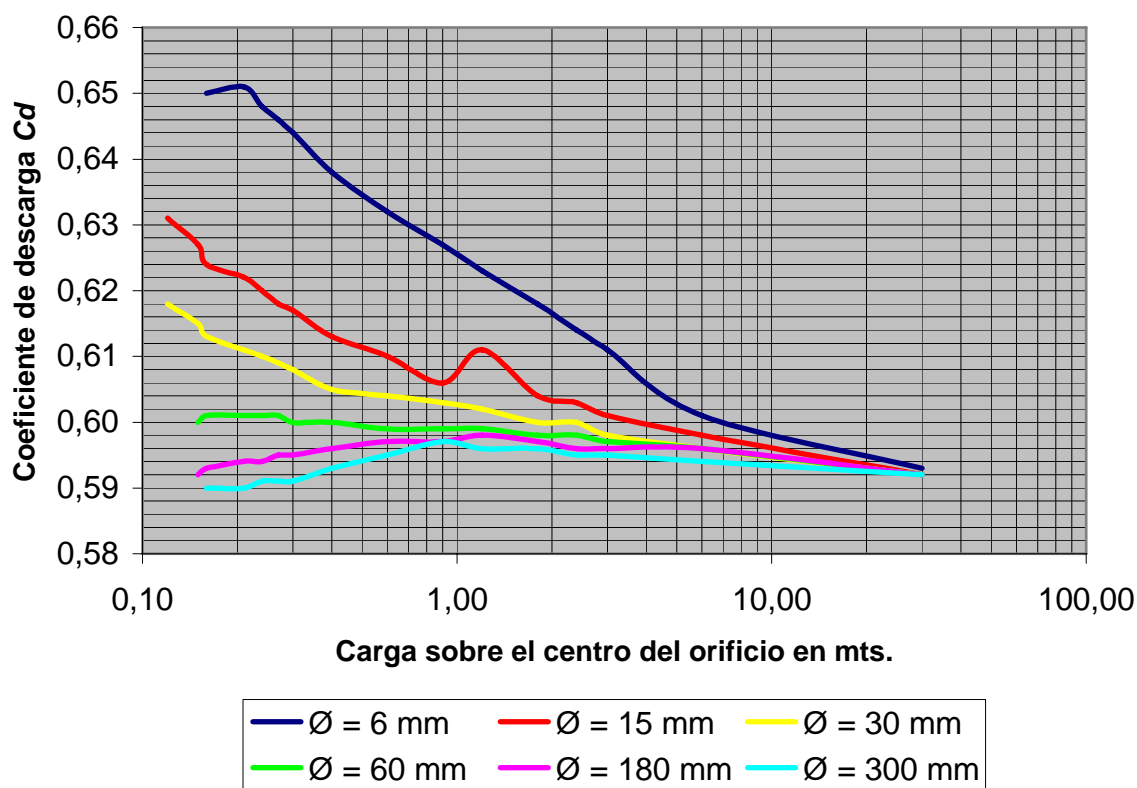


FIGURA 11-8 Valores de C_d para orificios circulares en pared delgada vertical.
(Adaptado de: P. Fernández Díez)

TABLA 11-3 Valores de C_d para orificios rectangulares en pared delgada vertical.
(Fuente: P. Fernández Díez)

Carga sobre el centro del orificio (metros)	ORIFICIOS RECTANGULARES EN PARED PLANA VERTICAL					
	Anchura 0,20 metros y altura del orificio en metros					
	> 0,2	0,100	0,050	0,030	0,020	0,010
0,005						0,705
0,100			0,607	0,630	0,660	0,701
0,015		0,593	0,612	0,632	0,660	0,697
0,02	0,572	0,596	0,615	0,634	0,659	0,694
0,03	0,578	0,600	0,620	0,638	0,659	0,688
0,04	0,582	0,603	0,623	0,640	0,658	0,683
0,05	0,585	0,605	0,625	0,640	0,658	0,679
0,06	0,587	0,607	0,627	0,640	0,657	0,676
0,07	0,588	0,609	0,628	0,639	0,656	0,673
0,08	0,589	0,610	0,613	0,638	0,656	0,670
0,09	0,590	0,610	0,629	0,637	0,655	0,668
0,10	0,592	0,611	0,630	0,637	0,654	0,666
0,12	0,593	0,612	0,630	0,636	0,653	0,663
0,14	0,595	0,613	0,630	0,635	0,651	0,660
0,16	0,596	0,614	0,631	0,634	0,650	0,658
0,18	0,597	0,615	0,630	0,634	0,649	0,657
0,20	0,598	0,615	0,630	0,633	0,648	0,655
0,25	0,599	0,616	0,630	0,632	0,646	0,653
0,30	0,600	0,616	0,629	0,632	0,644	0,650
0,40	0,602	0,617	0,628	0,630	0,642	0,655
0,50	0,603	0,617	0,628	0,630	0,640	0,644
0,60	0,604	0,617	0,627	0,630	0,638	0,642
0,70	0,604	0,616	0,627	0,629	0,637	0,640
0,80	0,605	0,616	0,627	0,629	0,636	0,637
0,90	0,605	0,615	0,626	0,628	0,634	0,635
1,00	0,605	0,615	0,626	0,628	0,633	0,632
1,10	0,604	0,614	0,625	0,627	0,631	0,629
1,20	0,604	0,614	0,624	0,626	0,628	0,626
1,30	0,603	0,613	0,622	0,624	0,625	0,622
1,40	0,603	0,612	0,621	0,622	0,622	0,618
1,50	0,602	0,611	0,620	0,620	0,619	0,615
1,60	0,602	0,611	0,618	0,618	0,617	0,613
1,70	0,602	0,610	0,617	0,616	0,615	0,612
1,80	0,601	0,609	0,615	0,615	0,614	0,612
1,90	0,601	0,608	0,613	0,613	0,612	0,611
2,00	0,601	0,607	0,612	0,612	0,612	0,611
> 3	0,601	0,603	0,608	0,608	0,610	0,609

11.1.5. ORIFICIOS DE PARED GRUESA

El agua al salir tiene contacto, en más de un punto, se le puede dar una forma abocinada conveniente para que al salir del agua, la sección del orificio sea igual a la de chorro.

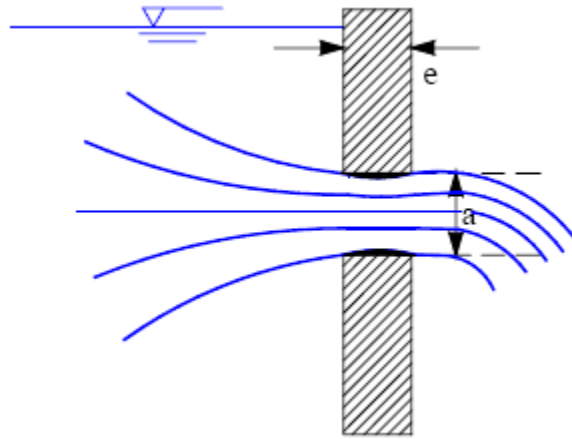


FIGURA 11-9 Orificio de pared gruesa

En la práctica, se suele considerar como orificio de pared gruesa si:

$$e > 3 \cdot a \quad (11-31)$$

Se pueden dar dos casos:

- a) *Que desde el contorno se separe la vena líquida de la pared*
- b) *Que la vena líquida quede adherida a la misma*

Para el caso *a* se puede utilizar la formulación desarrollada para los orificios en pared delgada, tomando para el coeficiente los dados por la Tabla 11-4 para orificios rectangulares, y por la Tabla 11-5, para aristas vivas o redondeadas en que hay contracción incompleta. En general se puede tomar un valor medio igual a ($C_d = 0,60$) cuando el borde inferior del orificio está más alto que el fondo del recipiente y valores ($0,65 < C_d < 0,70$) para los prolongados en canal en los que el borde inferior del orificio está en el fondo. Para este último caso, y para números de Reynolds inferiores a un cierto valor, la influencia de la viscosidad es tan grande que la vena se adhiere a la pared, despegándose al aumentar aquellos.

Según experiencias realizadas por Venturi, la velocidad en la sección contraída se puede poner en la forma:

$$V = C_v \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot (h + 0.75 \cdot h)} \quad (11-32)$$

$$V = 1.3 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \quad (11-33)$$

que proporciona un caudal Q para un coeficiente de contracción ($C_c = 0,62$) de la forma:

$$Q = 0.62 \cdot 1.3 \cdot A_o \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \quad (11-34)$$

$$Q = 0.82 \cdot A_o \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \quad (11-35)$$

En particular, en el orificio de pared gruesa, la vena líquida reanuda su contacto con la pared y consecuentemente el efecto de “succión” o “Venturi” producido por la zona de menor presión (sombreada en la Figura 11-9) mayor el coeficiente de descarga. En ese caso el producto del coeficiente por el C_i correspondiente es aproximadamente 0,82; por lo que la expresión queda:

$$Q = 0.82 \cdot A_o \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \quad (11-36)$$

Es decir que el orificio en pared gruesa eroga más caudal que en pared delgada, por lo que cuando la función del mismo es erogar caudales importantes, ésta constituye la solución obligada.

Tabla 11-4 Valores de C_d en orificios de 0,6 m de ancho, con espesor de pared 0,05 m, y 0,10 m del fondo. (Fuente: P. Fernández Díez)

Carga del orificio (metros)	Altura		Carga del orificio (metros)	Altura	
	0,2	0,4		0,2	0,4
0,03	0,636		0,60	0,677	0,650
0,04	0,641		0,70	0,677	0,646
0,05	0,645	0,624	0,80	0,676	0,643
0,06	0,648	0,627	0,90	0,676	0,639
0,07	0,652	0,629	1,00	0,676	0,636
0,08	0,654	0,631	1,10	0,674	0,633
0,09	0,656	0,633	1,20	0,675	0,630
0,10	0,658	0,635	1,30	0,675	0,628
0,12	0,662	0,639	1,40	0,675	0,626
0,14	0,664	0,642	1,50	0,675	0,624
0,16	0,667	0,644	1,60	0,675	0,622
0,18	0,669	0,646	1,70	0,675	0,621
0,20	0,671	0,648	1,80	0,674	0,620
0,30	0,677	0,654	1,90	0,674	0,618
0,40	0,679	0,654	2,00	0,674	0,617
0,50	0,678	0,653	3,00	0,673	0,617

Tabla 11-5 Valores de C_d en orificios de 0,20 m de ancho, con espesor de pared 0,27 m.

(Fuente: P. Fernández Díez)

Carga del orificio (metros)	Aristas vivas (Altura en m)			Aristas redondeadas		
	0,01	0,05	0,2	0,01	0,05	0,2
0,05	0,711	0,719		0,729	0,717	
0,06	0,708	0,716		0,726	0,715	
0,07	0,706	0,714		0,723	0,713	
0,08	0,704	0,712		0,721	0,711	
0,09	0,703	0,710		0,719	0,710	
0,10	0,701	0,709		0,717	0,709	
0,12	0,699	0,708		0,711	0,706	
0,14	0,697	0,703		0,711	0,701	
0,16	0,695	0,700		0,709	0,703	
0,18	0,693	0,698	0,732	0,706	0,701	
0,20	0,692	0,696	0,713	0,704	0,700	
0,30	0,687	0,689	0,688	0,697	0,697	
0,40	0,683	0,685	0,681	0,694	0,695	
0,50	0,681	0,682	0,682	0,693	0,695	0,702
0,60	0,680	0,681	0,682	0,693	0,694	0,701
0,70	0,680	0,680	0,681	0,693	0,694	0,701
0,80	0,680	0,680	0,681	0,694	0,693	0,700
0,90	0,680	0,679	0,681	0,695	0,693	0,700
1,00	0,680	0,679	0,680	0,695	0,692	0,700
1,10	0,679	0,678	0,680	0,695	0,691	0,699
1,20	0,679	0,678	0,680	0,694	0,690	0,699
1,30	0,678	0,678	0,680	0,693	0,690	0,699
1,40	0,677	0,677	0,679	0,693	0,689	0,699
1,50	0,677	0,677	0,679	0,692	0,688	0,699
1,60	0,676	0,677	0,679	0,690	0,687	0,699
1,70	0,675	0,676	0,679	0,690	0,686	0,698
1,80	0,674	0,676	0,679	0,689	0,685	0,698
1,90	0,674	0,675	0,678	0,688	0,685	0,698
2,00	0,673	0,675	0,678	0,688	0,684	0,698
3,00	0,673	0,672	0,676	0,688	0,680	0,696

11.1.6. ORIFICIO CON TUBO

La salida del orificio está conectada a un tubo corto, es decir, el líquido no sale al aire inmediatamente, sino a un tubo de pequeña longitud (2 o 3 veces el diámetro del orificio).

11.1.7. ORIFICIOS CON CARGA CONSTANTE

La ecuación general de un orificio de carga constante (Figura 11-10), es:

$$Q = C_d \cdot A_o \sqrt{2gh} \quad (11-37)$$

Donde:

Q = caudal, en m^3/s

$C_d = C_c \cdot C_v$ = coeficiente de descarga

A_o = área del orificio, en m^2

h = carga del orificio (altura desde la superficie del agua hasta el centro del orificio), en metros.

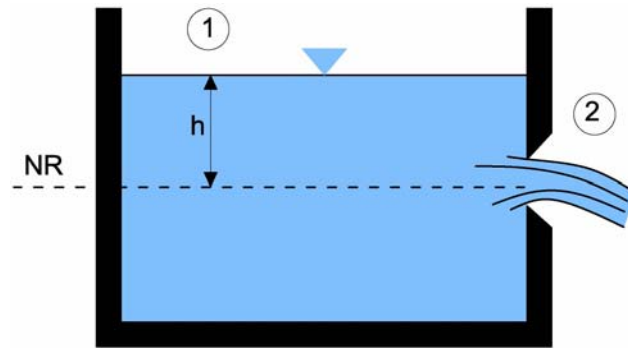


FIGURA 11-10 Orificio con carga constante.

11.1.8. ORIFICIO CON CARGA VARIABLE

El tiempo que se requiere para descargar un recipiente a través de un orificio de carga variable (Figura 11-11), es:

$$t = \frac{2 \cdot A_r}{C_d \cdot A_o \sqrt{2g}} (y_1^{1/2} - y_2^{1/2}) \quad (11-38)$$

Donde:

t = tiempo que se requiere para descargar de una profundidad y_1 , a una profundidad y_2 .

A_r = área transversal constante del recipiente

A_o = área del orificio

C_d = coeficiente de descarga

Para A_r variable en función de y , la ecuación general es:

$$t = -\frac{1}{C_d \cdot A_o \sqrt{2g}} \int_{y_1}^{y_2} A_r \cdot y^{-1/2} dy \quad (11-39)$$

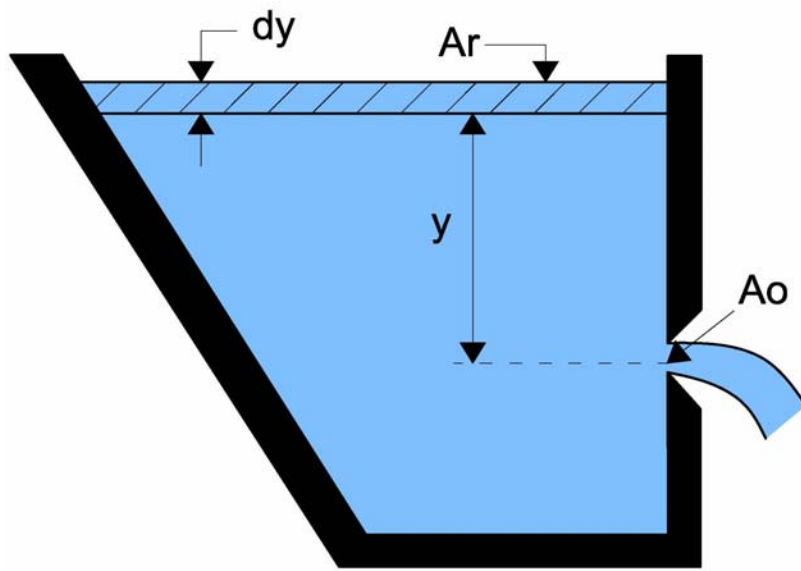


FIGURA 11-11 Orificio con carga variable.

11.1.9. ORIFICIOS CON DESCARGA LIBRE

Los orificios con descarga libre (Figura 11-12), son aquellos que descargan libremente, es decir, aquellos en que el nivel de agua, aguas abajo del mismo, está por debajo del orificio.

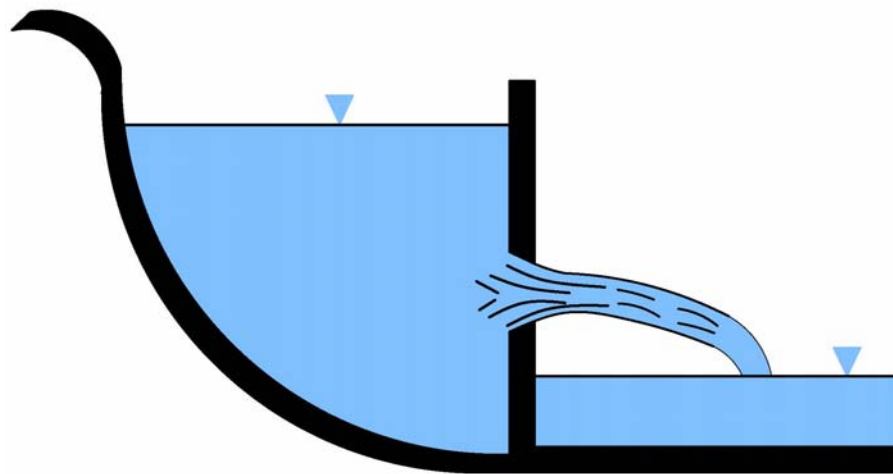


FIGURA 11-12 Orificio con descarga libre.

11.1.10. ORIFICIOS CON DESCARGA SUMERGIDA

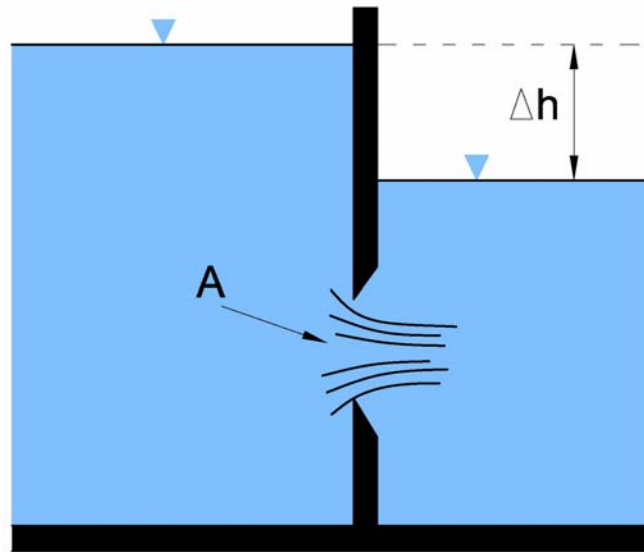


FIGURA 11-13 Orificio con descarga sumergida.

Los orificios sumergidos (Figura 11-13), son aquellos en que el nivel del agua, aguas arriba, está por encima del orificio y el de aguas abajo, está por encima del canto inferior del orificio. El ahogamiento puede ser total o parcial.

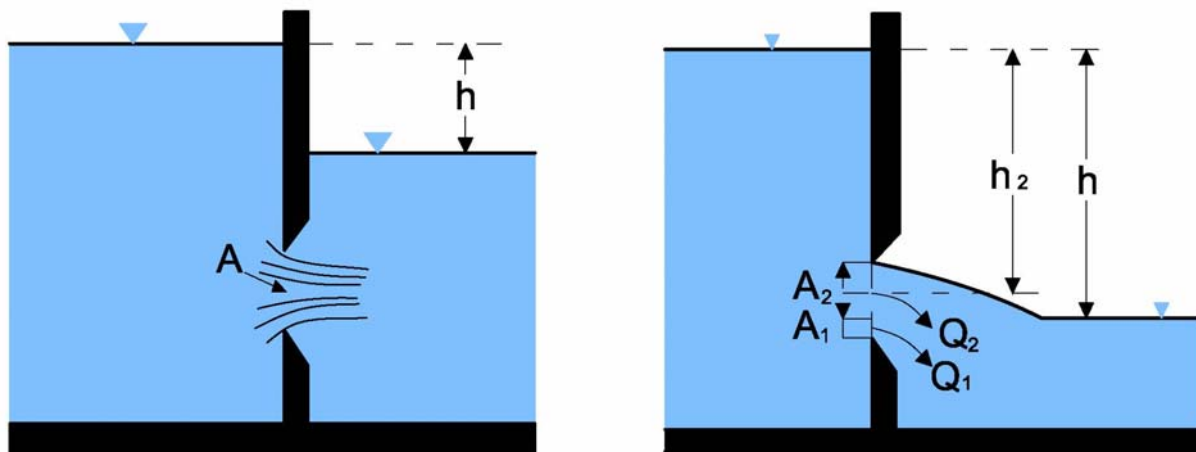


FIGURA 11-14 Orificios con descarga sumergida.

Es oportuno señalar que en el caso del orificio sumergido, el coeficiente de descarga estará obviamente relacionado con la diferencia de niveles aguas arriba y aguas abajo (Δh en la Figura 11-13).

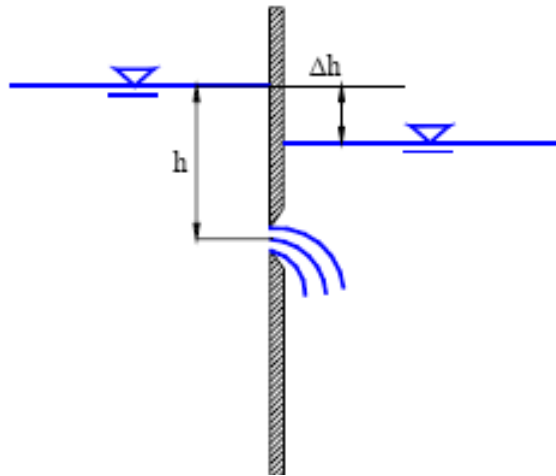


FIGURA 11-15 Orificio sumergido.

Ahogamiento total:

$$Q = C_d \cdot A \sqrt{2gh} \quad (11-40)$$

Siendo h , la diferencia de carga a ambos lados del orificio.

Ahogamiento parcial, Cuando el orificio esté parcialmente sumergido, la abertura superior se considerará como orificio libre y la inferior como orificio sumergido, el caudal total descargado por el orificio, se puede expresar como la suma Q_1 y Q_2 , es decir:

$$Q = Q_1 + Q_2 \quad (11-41)$$

Siendo:

Q_1 = caudal correspondiente a la porción del orificio con descarga ahogada, es decir:

$$Q_1 = C_{d1} \cdot A_1 \sqrt{2gh}$$

Q_2 = caudal correspondiente a la porción del orificio con descarga libre, es decir:

$$Q_2 = C_{d2} \cdot A_2 \sqrt{2gh_2}$$

Según la experiencia de Schlag, para el caso de orificios de pared delgada, se tiene: $C_{d1} = 0.70$ y $C_{d2} = 0.675$.

En la Tabla 11- 6 se dan los valores de C_d para orificios sumergidos.

TABLA 11-6 Valores de m para orificios sumergidos de 0,20 metros de anchura.

(Fuente: P. Fernández Díez)

Carga del orificio (metros)	ORIFICIOS SUMERGIDOS DE 0,2 m DE ANCHURA				
	Altura, 0,2	Altura, 0,1	Altura, 0,05	Altura, 0,03	Altura, 0,01
0,01	0,500	0,511	0,481	0,509	0,578
0,02	0,502	0,522	0,508	0,548	0,614
0,03	0,508	0,528	0,543	0,583	0,640
0,04	0,515	0,538	0,570	0,620	0,659
0,05	0,520	0,552	0,589	0,639	0,668
0,06	0,526	0,561	0,603	0,640	0,673
0,07	0,531	0,573	0,613	0,639	0,675
0,08	0,536	0,580	0,621	0,639	0,675
0,09	0,541	0,584	0,625	0,638	0,674
0,10	0,545	0,588	0,628	0,637	0,673
0,15	0,562	0,600	0,631	0,634	0,668
0,20	0,575	0,607	0,638	0,632	0,665
0,30	0,592	0,613	0,630	0,631	0,658
0,50	0,600	0,615	0,625	0,629	0,648
0,80	0,602	0,615	0,624	0,627	0,637
1,00	0,602	0,614	0,624	0,625	0,630
1,20	0,602	0,614	0,623	0,623	0,625
1,40	0,601	0,613	0,621	0,621	0,620
1,60	0,601	0,611	0,618	0,619	0,617
1,80	0,601	0,609	0,616	0,616	0,614
2,00	0,601	0,607	0,614	0,614	0,613
3,00	0,601	0,603	0,606	0,607	0,609

11.2. COMPUERTAS

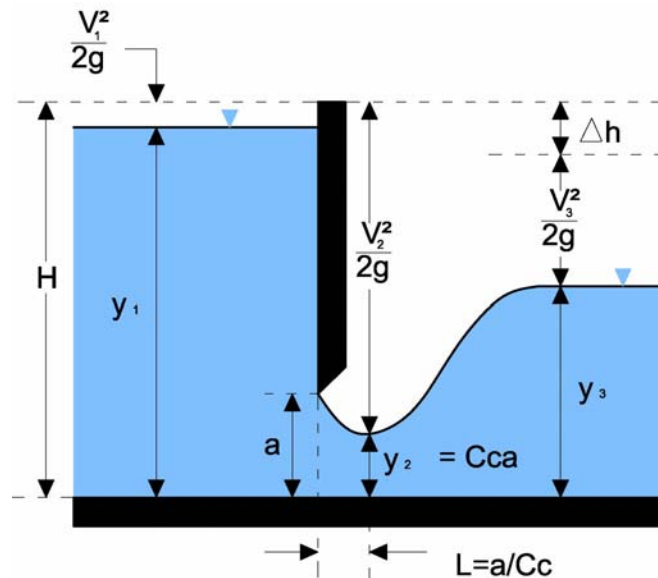


FIGURA 11-16 Compuerta plana.

Una compuerta (Figura 11-16), consiste en una placa móvil, plana o curva que al levantarse permite graduar la altura del orificio que se va descubriendo, a la vez que controla el caudal producido. El orificio generalmente se hace entre el piso de un canal y el borde inferior de la compuerta, por lo que su ancho coincide con el del canal. El flujo en un canal cuando se coloca una compuerta por lo general es perpendicular a ella.

Los elementos en una compuerta son:

$H = y_1 + V_1^2/2g$ carga total aguas arriba de la compuerta

$V_1^2/2g$ = carga de velocidad con que llega el agua en el canal, aguas arriba de la compuerta

y_1 = tirante aguas arriba de la compuerta

$y_2 = C_c \cdot a$ tirante de la vena contraída aguas debajo de la compuerta.

a = abertura de la compuerta

b = ancho de la compuerta

C_c = coeficiente de contracción

$L = a / C_c$, longitud desde la compuerta hasta y_2 (sección contraída)

y_3 = tirante normal (si las condiciones lo permiten), aguas debajo de la compuerta

La ecuación para el cálculo del caudal de descarga por la compuerta es similar al del orificio, en este caso, la sección es rectangular, siendo el área $A = b \cdot a$, y la ecuación del caudal:

$$Q = C_d \cdot b \cdot a \sqrt{2 \cdot g \cdot y_1} \quad (11-42)$$

Donde:

$$C_d = \frac{C_c \cdot C_v}{\sqrt{1 + \frac{C_c \cdot a}{y_1}}}$$

$$C_c = \frac{a}{2 \cdot y_1} \left(\frac{C_d}{C_v} \right)^2 + \sqrt{\left[\frac{a}{2 \cdot y_1} \left(\frac{C_d}{C_v} \right)^2 \right]^2 + \left(\frac{C_d}{C_v} \right)^2}$$

$$C_v = 0.960 + 0.0979 \frac{a}{y_1}$$

Siendo:

C_d = coeficiente de descarga

C_c = coeficiente de contracción

C_v = coeficiente de velocidad

El valor de C_d , se puede determinar con la ecuación indicada o a partir del nomograma de la Figura 11-17.

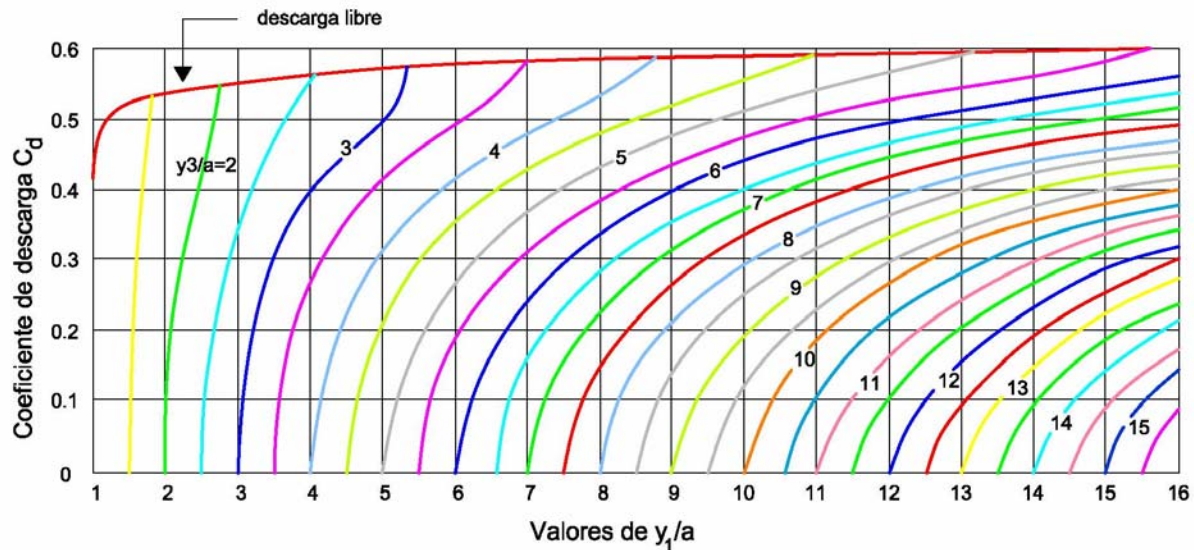


FIGURA 11-17 Coeficiente de descarga de una compuerta plana vertical, según Cofré y Buchheister (Fuente: Gilberto Sotelo).

El cálculo de C_d , visto anteriormente corresponde a una compuerta vertical; para el caso en que la compuerta sea plana con una inclinación, C_d se calcula con el nomograma de la Figura 11-18.

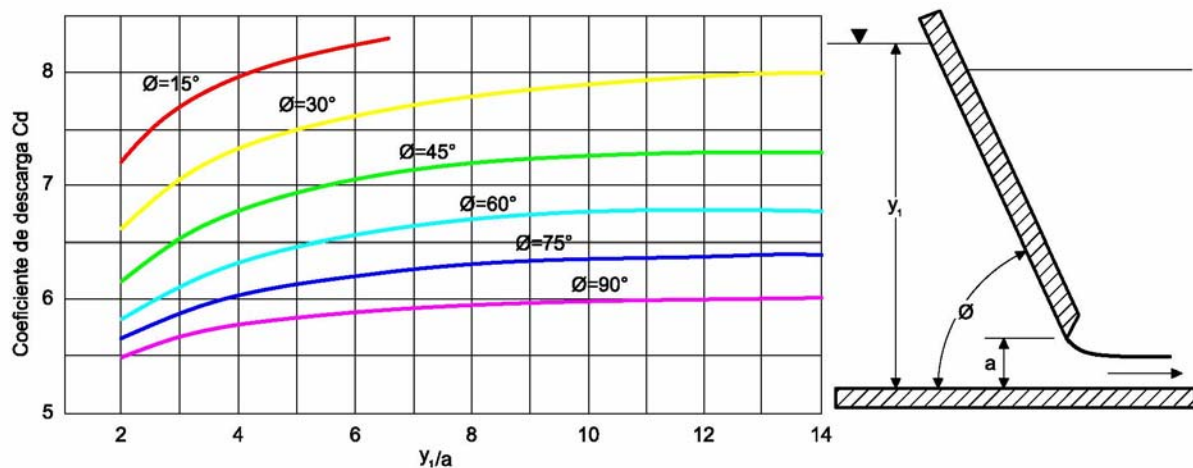


FIGURA 11-18 Coeficiente de descarga para compuertas planas inclinadas con descarga libre (Fuente: Gilberto Sotelo).

Los valores de C_v y C_c se calculan con las ecuaciones indicadas. Para fines prácticos, se recomienda usar un valor de $C_c = 0.62$ para cualquier relación y_1/a , inclusive para descarga sumergida.

11.3. VERTEDEROS

Se llama vertedero (Figura 11-19), a un dispositivo hidráulico que consiste en una escotadura a través de la cual se hace circular el caudal que se desea determinar.

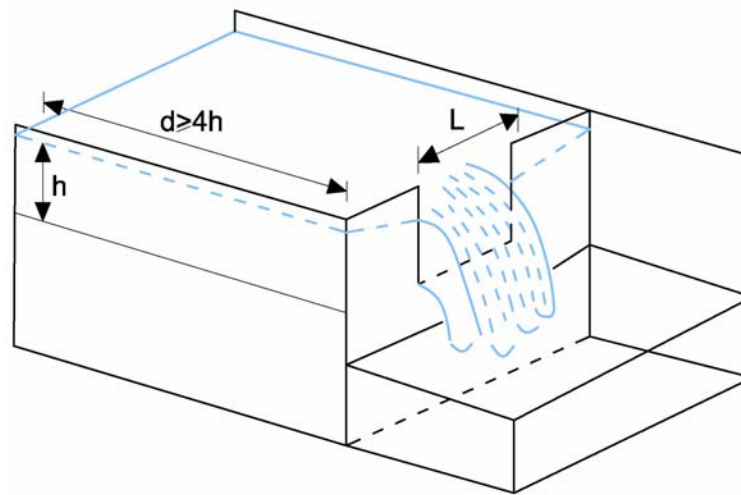


FIGURA 11-19 Vertedero.

Donde:

h = carga sobre el vertedero, espesor del chorro medido sobre la cresta

L = longitud de cresta del vertedero (pared horizontal de la escotadura en contacto con el líquido).

d = distancia donde se realiza la lectura de la descarga, igual o mayor que $4h$

Hay diferentes clases de vertederos según la forma que se obligue a adoptar a la sección de la vena líquida que circula por la escotadura, de modo que puede ser: rectangular, trapezoidal, triangular, circular o de cualquier otra sección curva. De acuerdo al ancho de la cresta, los vertederos pueden ser:

- de cresta aguda (Figura 11-20)

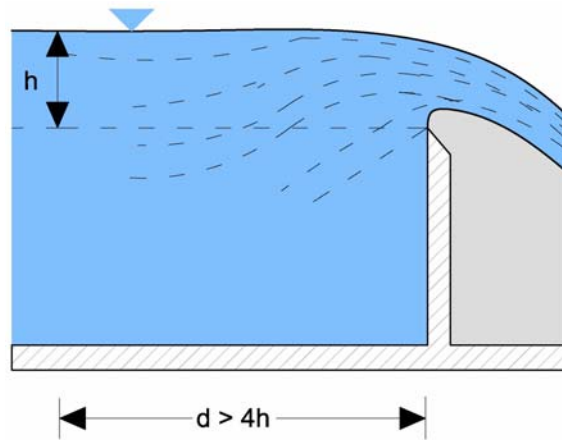


FIGURA 11-20 Vertedero de cresta aguda.

- de cresta ancha (Figura 11-21)

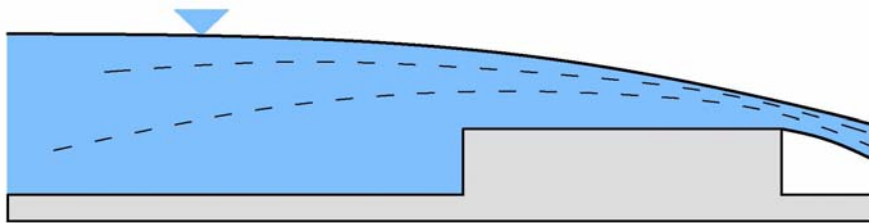


FIGURA 11-21 Vertedero de cresta ancha.

11.3.1. VERTEDEROS DE CRESTA AGUDA

11.3.1.1. SECCIÓN RECTANGULAR

- La ecuación de Francis para un vertedero rectangular de cresta aguda (Figura 11-22), sin contracciones es:

$$Q = 1.84 \cdot L \cdot h^{3/2} \quad (11-43)$$

Donde:

Q = caudal que fluye por el vertedero en m^3/s .

L = ancho de cresta, en m.

h = carga en el vertedero, en m.

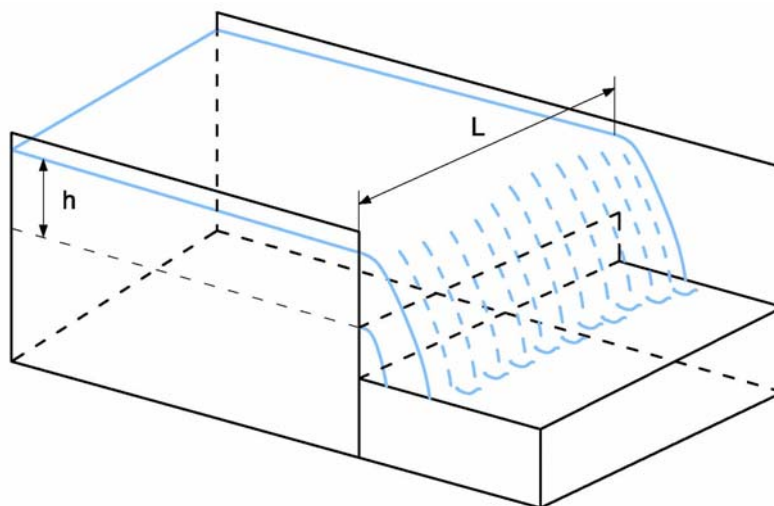


FIGURA 11-22 Vertedero rectangular, de cresta aguda sin contracciones.

- La ecuación de Francis para un vertedero rectangular con perfil Creager (Figura 11-23), sin contracciones es:

$$Q = 2 \cdot L \cdot h^{3/2} \quad (11-44)$$

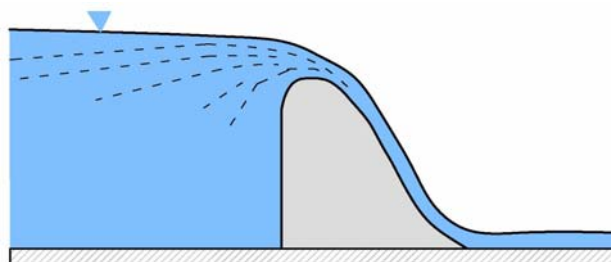


FIGURA 11-23 Perfil Creager.

Donde:

Q = caudal que fluye por el vertedero en m^3/s .

L = ancho de cresta, en m.

h = carga en el vertedero, en m.

- Para un vertedero rectangular, de cresta aguda con contracciones (Figura 11-24), longitud de cresta menor que el ancho del canal), la ecuación de Francis es:

$$Q = 1.84(L - 0.1 \cdot n \cdot h)h^{3/2} \quad (11-45)$$

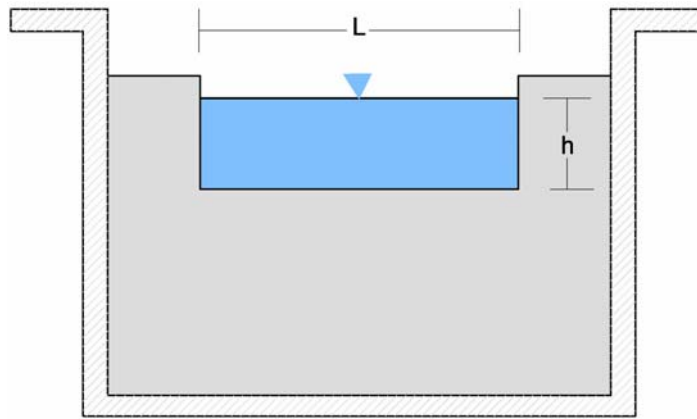


FIGURA 11-24 Vertedero rectangular con contracciones.

Donde:

Q = caudal que fluye por el vertedero en m^3/s .

L = ancho de cresta, en m.

h = carga en el vertedero, en m.

n = número de contracciones (1 o 2).

11.3.1.2. SECCIÓN TRIANGULAR

La fórmula general obtenida experimentalmente para un vertedero triangular (Figura 11-25) de cresta aguda es:

$$Q = C(\tan \alpha)h^{5/2} \quad (11-46)$$

Para: $2\alpha = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 45^\circ$, luego la ecuación se puede expresar como:

$$Q = C \cdot h^{5/2} \quad (11-47)$$

De experiencias realizadas, se tiene una estimación de $C = 1.4$, y tenemos la ecuación:

$$Q = 1.4 \cdot h^{5/2} \quad (11-48)$$

De acuerdo a la experiencia de King, se tiene:

$$Q = 1.34 \cdot h^{2.47} \quad \text{para} \quad \alpha = 45^\circ \Rightarrow 2\alpha = 90^\circ$$

$$Q = 0.775 \cdot h^{2.47} \quad \text{para} \quad \alpha = 30^\circ \Rightarrow 2\alpha = 60^\circ$$

Donde:

Q = caudal que fluye por el vertedero en m^3/s .

h = carga en el vertedero, en m.

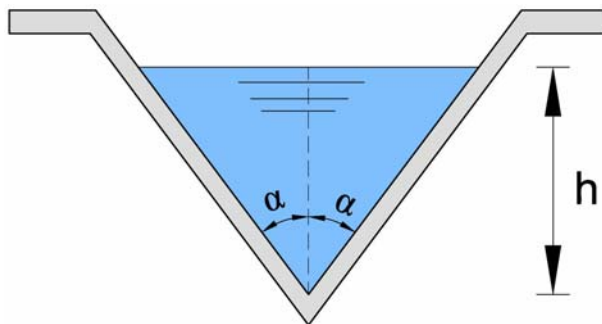


FIGURA 11-25 Vertedero triangular de cresta aguda.

11.3.1.3. SECCIÓN TRAPEZOIDAL

El vertedero trapezoidal de Cipolletti (Figura 11-26), tiene como característica que la inclinación de sus paredes son 1 horizontal por 4 vertical, es decir 1:4, siendo su ecuación:

$$Q = 1.859 \cdot L \cdot h^{3/2} \quad (11-49)$$

Donde:

Q = caudal que fluye por el vertedero en m^3/s .

L = ancho de cresta, en m.

h = carga en el vertedero, en m.

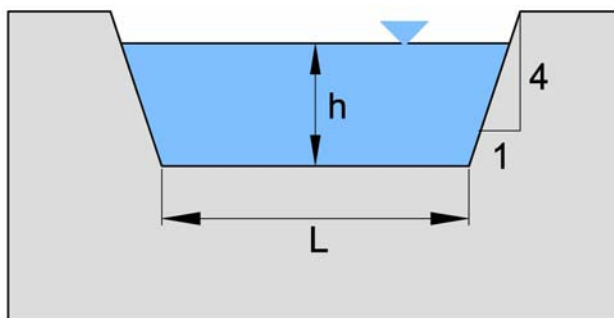


FIGURA 11-26 Vertedero de Cipolletti.

11.3.2. VERTEDEROS DE CRESTA ANCHA

Se considera que un vertedero es de cresta ancha, si $b/h \geq 10$, para un vertedero de cresta ancha de sección rectangular (Figura 11-27), la fórmula para el cálculo del caudal es:

$$Q = 1.45 \cdot L \cdot h^{3/2} \quad (11-50)$$

Donde:

Q = caudal que fluye por el vertedero en m^3/s .

L = ancho de cresta, en m.

h = carga en el vertedero, en m.

b = ancho de la pared del vertedero en m.

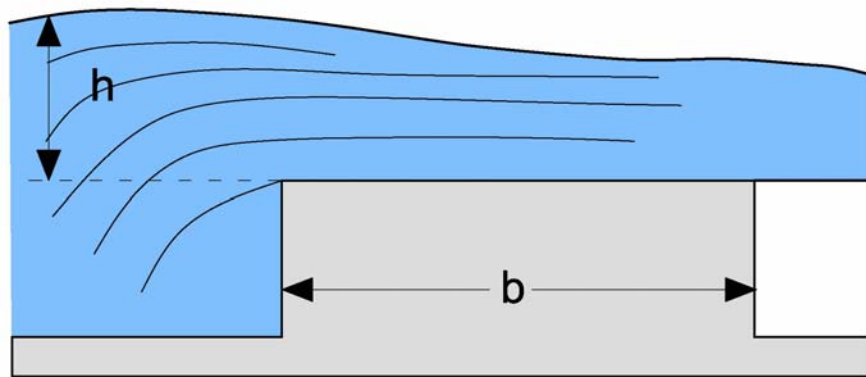


FIGURA 11-27 Vertedero de cresta ancha.

11.3.3. VERTEDEROS AHOGADOS

Se dice que un vertedero funciona ahogado, cuando el nivel de la cresta del vertedero está por debajo del nivel de agua, aguas abajo del vertedero, la Figura 11-28, muestra este caso, siendo:

h_1 = carga sobre el vertedero aguas arriba.

h_2 = carga sobre el vertedero aguas abajo, se hace la medición donde el régimen se ha establecido.

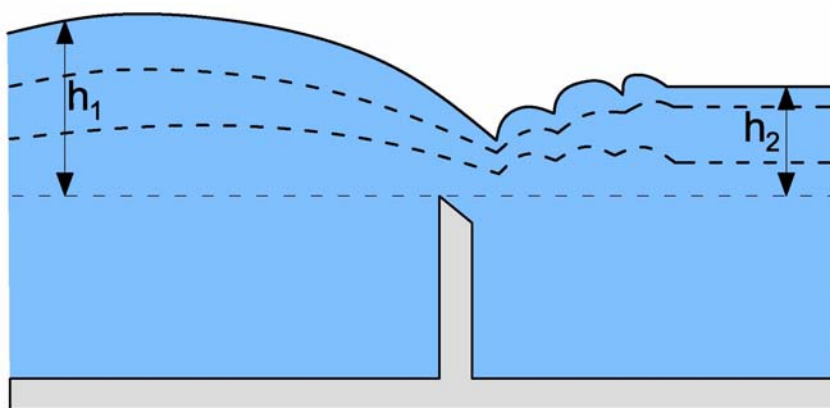


FIGURA 11-28 Vertedero ahogado.

La ecuación para el cálculo del caudal, para un vertedero rectangular, sin contracciones es:

$$Q = \frac{C_d}{3} L \sqrt{2 \cdot g(h_1 - h_2)} (2 \cdot h_1 - h_2) \quad (11-51)$$

Para el caso de vertederos con contracciones laterales, la ecuación es:

$$Q = \frac{C_d}{3} (L - 0.1 \cdot n \cdot h_1) \sqrt{2 \cdot g(h_1 - h_2)} (2 \cdot h_1 - h_2) \quad (11-52)$$

Donde:

Q = caudal que fluye por el vertedero en m^3/s .

C_d = coeficiente de descarga, para el caso de cresta aguda $C_d = 0.61$

L = longitud de cresta, en m.

h_1, h_2 = carga aguas arriba y aguas abajo sobre el vertedero, en m

n = número de contracciones

BIBLIOGRAFÍA

1. Aguirre Pe, Julián. ***Hidráulica de Canales***. Centro Interamericano de Desarrollo Integral de Aguas y Tierra (CIDIAT). Mérida-Venezuela. 1974.
2. Alfaro Morales, Carlos. ***Notas para el curso de Mecánica de Fluidos II***. Escuela de Ingeniería. Universidad Autónoma de Sinaloa, Culiacán Sinaloa, México. 1978.
3. Azevedo, Netto-Álvarez, Guillermo. ***Manual de Hidráulica***. Editorial Haría. México, D.F., 1976.
4. Berlamont J. ***Teoría de las Curvas de Remanso***, Ed. Wouters, Lovaina, Bélgica.
5. Briones Sánchez, Gregorio, ***Aforo del Agua***. Editorial Trillas S.A. México 1997.
6. Camargo Hernández, Jaime. ***Hidráulica de Canales***. Series del Instituto de Ingeniería UNAM. México 1999.
7. Domínguez, Francisco Javier. ***Hidráulica***. Editorial Universitaria. Santiago de Chile-Chile. 1999.
8. Fox, R. W. ***Introduction to Fluids Mechanics*** Ed. J. Wiley
9. French, Richard. ***Hidráulica de Canales Abiertos***, Me Graw-Hill. México, D.F. 1988.
10. Giles, Ronald V. ***Mecánica de los Fluidos e Hidráulica***. Libros Me Graw-Hill. México, 1976.
11. Henderson, F.M., ***Open Channel Flow***. Mac Millan Series in Civil Engineering. New York. 1966.
12. Fernández Díez, Pedro, ***Mecánica de Fluidos*** Universidad de Cantabria.
13. King, Horace Williams. ***Manual de Hidráulica***. Unión Tipográfica Editorial Hispano Americana, México, D. F. 1962.
14. Pashkov N.N., Dolqacher F.M. ***Hidráulica y Máquinas Hidráulicas***. Editorial MIR, Moscú, 1985.
15. Rocha, Arturo. ***Hidráulica de Tuberías y Canales***. Universidad Nacional de Ingeniería, Lima-Perú. 1978.
16. Rodríguez Zubiarte, Edgar. ***Tablas y gráficos para canalizaciones Rectangulares, Trapezoidales y Circulares***. Universidad Nacional de Ingeniería, Lima - Perú. 1982.
17. Sotelo Avila, Gilberto. ***Apuntes de Hidráulica II***. Facultad de Ingeniería. Universidad Autónoma de México, México D. F.
18. Streeter V. L., ***Mecánica de los Fluidos***, Ed. Mc. Graw Hill
19. Trueba Coronel, Samuel. ***Hidráulica***. Compañía Editorial Continental S.A. México. D.F.

20. Ven Te Chow. ***Hidráulica de los Canales Abiertos***. Editorial McGraw-Hill. Santafé de Bogotá - Colombia. 1994.
21. Villaseñor, Jesús. ***Proyectos de Obras Hidráulicas***. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo-México. 1978.
22. Villón Béjar, Máximo. ***HCANALES (La forma más fácil de diseñar canales): Manual del Usuario***. Editorial Tecnológica de Costa Rica, Cartago-Costa Rica. 1994.
23. Villón Béjar, Máximo. ***Hidráulica de Canales***. Editorial Tecnológica de Costa Rica, Cartago-Costa Rica. 1995.

DIRECCIONES EN INTERNET

<http://www.uady.mx/>

<http://fluidos.eia.edu.co/>

<http://www.angelfire.com/ia2/ingenieriaagricola/canales.htm>

http://www.itcr.ac.cr/carreras/agricola/paq_tec.htm

<http://www.geocities.com/gsilvam/hidro.htm>

<http://www.iwrn.net/mainspanish.html>

<http://www.fao.org/>

<http://rcadena.com/>

<http://www.pangea.org/>

<http://tierra.rediris.es/hidrored/>

<http://www.galleryoffluidmechanics.com/gall.htm>

http://www.univalle.edu.co/~naturambiente/nueva_arriba.php

<http://controlesdenivel.com/index.htm>

BOLIVIA

Universidad Mayor de San Andrés, UMSA	http://www.umsanet.edu.bo/
Universidad Mayor de San Simón, UMSS	http://www.umss.edu.bo/
Universidad Privada del valle, Univalle	http://www.univalle.edu/
Universidad Católica Boliviana, UCB	http://www.ucbcba.edu.bo/
Universidad Mayor, Real y Pontificia de San Francisco Xavier de Chuquisaca	http://www.usfx.edu.bo/
Universidad Técnica de Oruro, UTO	http://www.uto.edu.bo/

México

Universidad Autónoma de Laguna	http://www.angelfire.com/al3/colegiual/
Instituto de Ingeniería, UNAM	http://pumas.iingen.unam.mx/

Colombia

Universidad Francisco de Paula Santander	http://www.ufps.edu.co/
Universidad de La Salle	http://www.lasalle.edu.co/

ESPAÑA

Universidad politécnica de Madrid	http://otilio.mecanica.upm.es/
-----------------------------------	---

Japón

Universidad Internacional de Japón	http://www.iuj.ac.jp/
------------------------------------	---

Norte América

Universidad de Baltimore	http://www.ubalt.edu/
Universidad de Boston	http://web.bu.edu/
Universidad de Connecticut	http://www.uconn.edu/
Universidad de Georgetown	http://www.georgetown.edu/
Universidad de Harvard	http://www.harvard.edu/
Universidad de Florida	http://www.ufl.edu/
Universidad de Newhaven	http://www.newhaven.edu/
Universidad de Nueva Inglaterra	http://www.une.edu/
Universidad de Princeton	http://www.princeton.edu/index.shtml
Universidad de Toronto	http://www.utoronto.ca/uoft.html
Universidad de Yale	http://www.yale.edu/
Universidad Estatal de Florida	http://www.fsu.edu/
Universidad Internacional de Florida	http://www.fiu.edu/choice.html

Cuba

Universidad de Oriente	http://www.uo.edu.cu/
Universidad de La República de Cuba	http://www.web.net/cuba_university/

CONCLUSIONES

- Con la aplicación de las ayudas visuales y texto guía; se disminuye el tiempo que el docente emplea en transcripción de información a la pizarra (texto, gráficos, dibujos, etc.) se incrementa el tiempo de consulta, así también el de aclaración de dudas.
- Dada la amplitud del estudio de la Hidráulica de canales abiertos, la selección de los capítulos resulto difícil y limitar su extensión fue un problema. Sin embargo se ha procurado limitar el alcance de cada capítulo a lo necesario, para proporcionar al estudiante información suficiente, sin llegar a una extensión excesiva del texto.
- Al tener a disposición en la pagina Web de la asignatura alojada en la Plataforma Académica Virtual del LHUMSS los instrumentos presentados en este trabajo (texto estudiante, ayudas visuales, programas computacionales, texto guía de laboratorio), el estudiante será capaz de adquirir mayor conocimiento de manera autodidacta.
- Con el empleo del material de apoyo presentado, el estudiante al finalizar el semestre será capaz de realizar un proyecto de hidráulica de canales, en caso de ponerse en práctica el Plan Global propuesto.

RECOMENDACIONES

➤ El estudiante no puede considerar que este texto es suficiente. Ya que la amplitud del estudio de la Hidráulica de canales abiertos abarca temas que no fueron desarrollados a fondo en este trabajo, por lo que se recomienda la consulta en otra bibliografía.

➤ En ningún momento se ha pensado presentar “El modelo didáctico ideal” ya que este es un sistema dinámico, perfectible e incluso susceptible a renovación; por lo que se sugiere la actualización permanente de los productos presentados en este trabajo en base a la modernización pedagógica, académica y científica.

ANEXO A

A 1. Elementos geométricos de secciones de canales circulares (*Adaptado de: V. T. Chow*)

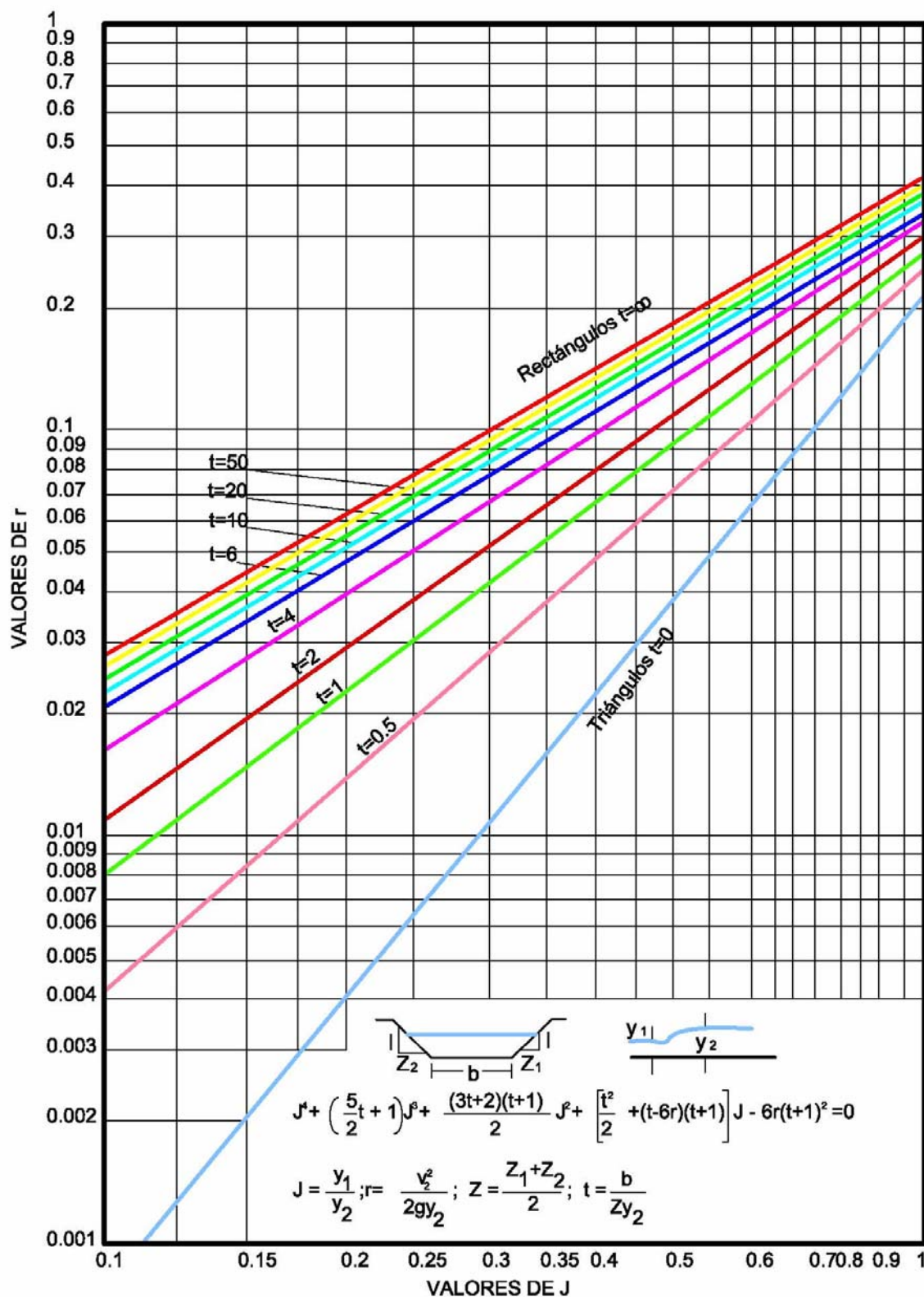
$\frac{y}{\phi}$	$\frac{A}{\phi^2}$	$\frac{P}{\phi}$	$\frac{R}{\phi}$	$\frac{T}{\phi}$	$\frac{D}{\phi}$	$\frac{Z}{\phi^{2.5}}$	$\frac{A \cdot R^{2/3}}{\phi^{8/3}}$	$\frac{A}{A_o}$	$\frac{P}{P_o}$	$\frac{R}{R_o}$
0,010	0,001	0,200	0,007	0,199	0,007	0,000	0,000	0,002	0,064	0,027
0,020	0,004	0,284	0,013	0,280	0,013	0,000	0,000	0,005	0,090	0,053
0,030	0,007	0,348	0,020	0,341	0,020	0,001	0,001	0,009	0,111	0,079
0,040	0,011	0,403	0,026	0,392	0,027	0,002	0,001	0,013	0,128	0,105
0,050	0,015	0,451	0,033	0,436	0,034	0,003	0,001	0,019	0,144	0,130
0,060	0,019	0,495	0,039	0,475	0,041	0,004	0,002	0,024	0,158	0,155
0,070	0,024	0,536	0,045	0,510	0,047	0,005	0,003	0,031	0,170	0,181
0,080	0,029	0,574	0,051	0,543	0,054	0,007	0,004	0,037	0,183	0,205
0,090	0,035	0,609	0,057	0,572	0,061	0,009	0,005	0,045	0,194	0,230
0,100	0,041	0,644	0,064	0,600	0,068	0,011	0,007	0,052	0,205	0,254
0,110	0,047	0,676	0,070	0,626	0,075	0,013	0,008	0,060	0,215	0,278
0,120	0,053	0,707	0,075	0,650	0,082	0,015	0,010	0,068	0,225	0,302
0,130	0,060	0,738	0,081	0,673	0,089	0,018	0,011	0,076	0,235	0,325
0,140	0,067	0,767	0,087	0,694	0,096	0,021	0,013	0,085	0,244	0,349
0,150	0,074	0,795	0,093	0,714	0,103	0,024	0,015	0,094	0,253	0,372
0,160	0,081	0,823	0,099	0,733	0,111	0,027	0,017	0,103	0,262	0,394
0,170	0,089	0,850	0,104	0,751	0,118	0,030	0,020	0,113	0,271	0,417
0,180	0,096	0,876	0,110	0,768	0,125	0,034	0,022	0,122	0,279	0,439
0,190	0,104	0,902	0,115	0,785	0,132	0,038	0,025	0,132	0,287	0,461
0,200	0,112	0,927	0,121	0,800	0,140	0,042	0,027	0,142	0,295	0,482
0,210	0,120	0,952	0,126	0,815	0,147	0,046	0,030	0,153	0,303	0,504
0,220	0,128	0,976	0,131	0,828	0,155	0,050	0,033	0,163	0,311	0,525
0,230	0,136	1,000	0,136	0,842	0,162	0,055	0,036	0,174	0,318	0,546
0,240	0,145	1,024	0,142	0,854	0,170	0,060	0,039	0,185	0,326	0,566
0,250	0,154	1,047	0,147	0,866	0,177	0,065	0,043	0,196	0,333	0,587
0,260	0,162	1,070	0,152	0,877	0,185	0,070	0,046	0,207	0,341	0,607
0,270	0,171	1,093	0,157	0,888	0,193	0,075	0,050	0,218	0,348	0,626
0,280	0,180	1,115	0,161	0,898	0,200	0,081	0,053	0,229	0,355	0,646
0,290	0,189	1,137	0,166	0,908	0,208	0,086	0,057	0,241	0,362	0,665
0,300	0,198	1,159	0,171	0,917	0,216	0,092	0,061	0,252	0,369	0,684
0,310	0,207	1,181	0,176	0,925	0,224	0,098	0,065	0,264	0,376	0,702
0,320	0,217	1,203	0,180	0,933	0,232	0,104	0,069	0,276	0,383	0,721
0,330	0,226	1,224	0,185	0,940	0,240	0,111	0,073	0,288	0,390	0,739
0,340	0,235	1,245	0,189	0,947	0,249	0,117	0,078	0,300	0,396	0,757
0,350	0,245	1,266	0,193	0,954	0,257	0,124	0,082	0,312	0,403	0,774
0,360	0,255	1,287	0,198	0,960	0,265	0,131	0,086	0,324	0,410	0,791
0,370	0,264	1,308	0,202	0,966	0,274	0,138	0,091	0,336	0,416	0,808
0,380	0,274	1,328	0,206	0,971	0,282	0,145	0,096	0,349	0,423	0,825
0,390	0,284	1,349	0,210	0,975	0,291	0,153	0,100	0,361	0,429	0,841
0,400	0,293	1,369	0,214	0,980	0,299	0,161	0,105	0,374	0,436	0,857
0,410	0,303	1,390	0,218	0,984	0,308	0,168	0,110	0,386	0,442	0,873
0,420	0,313	1,410	0,222	0,987	0,317	0,176	0,115	0,399	0,449	0,888
0,430	0,323	1,430	0,226	0,990	0,326	0,184	0,120	0,411	0,455	0,903
0,440	0,333	1,451	0,229	0,993	0,335	0,193	0,125	0,424	0,462	0,918
0,450	0,343	1,471	0,233	0,995	0,345	0,201	0,130	0,436	0,468	0,932
0,460	0,353	1,491	0,237	0,997	0,354	0,210	0,135	0,449	0,475	0,947
0,470	0,363	1,511	0,240	0,998	0,363	0,219	0,140	0,462	0,481	0,960
0,480	0,373	1,531	0,243	0,999	0,373	0,228	0,145	0,475	0,487	0,974
0,490	0,383	1,551	0,247	1,000	0,383	0,237	0,151	0,487	0,494	0,987
0,500	0,393	1,571	0,250	1,000	0,393	0,246	0,156	0,500	0,500	1,000

A 1. Elementos geométricos de secciones de canales circulares (continuación)

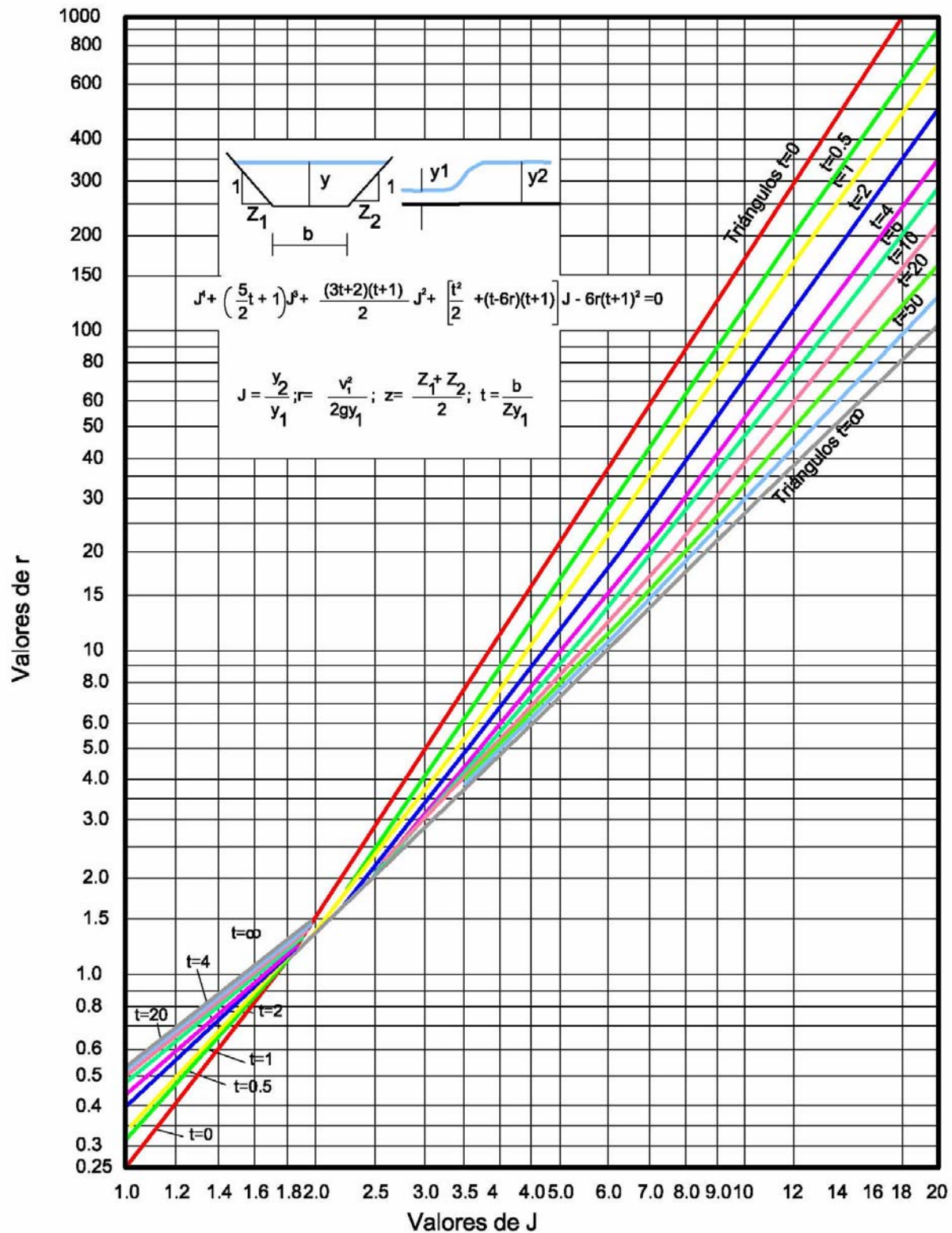
$\frac{y}{\phi}$	$\frac{A}{\phi^2}$	$\frac{P}{\phi}$	$\frac{R}{\phi}$	$\frac{T}{\phi}$	$\frac{D}{\phi}$	$\frac{Z}{\phi^{2.5}}$	$\frac{A \cdot R^{2/3}}{\phi^{8/3}}$	$\frac{A}{A_c}$	$\frac{P}{P_c}$	$\frac{R}{R_c}$
0,510	0,403	1,591	0,253	1,000	0,403	0,256	0,161	0,513	0,506	1,013
0,520	0,413	1,611	0,256	0,999	0,413	0,265	0,166	0,525	0,513	1,025
0,530	0,423	1,631	0,259	0,998	0,423	0,275	0,172	0,538	0,519	1,037
0,540	0,433	1,651	0,262	0,997	0,434	0,285	0,177	0,551	0,525	1,048
0,550	0,443	1,671	0,265	0,995	0,445	0,295	0,183	0,564	0,532	1,060
0,560	0,453	1,691	0,268	0,993	0,456	0,306	0,188	0,576	0,538	1,070
0,570	0,462	1,711	0,270	0,990	0,467	0,316	0,193	0,589	0,545	1,081
0,580	0,472	1,731	0,273	0,987	0,479	0,327	0,199	0,601	0,551	1,091
0,590	0,482	1,752	0,275	0,984	0,490	0,338	0,204	0,614	0,558	1,101
0,600	0,492	1,772	0,278	0,980	0,502	0,349	0,209	0,626	0,564	1,111
0,610	0,502	1,793	0,280	0,975	0,514	0,360	0,215	0,639	0,571	1,120
0,620	0,512	1,813	0,282	0,971	0,527	0,371	0,220	0,651	0,577	1,128
0,630	0,521	1,834	0,284	0,966	0,540	0,383	0,225	0,664	0,584	1,137
0,640	0,531	1,855	0,286	0,960	0,553	0,395	0,231	0,676	0,590	1,145
0,650	0,540	1,875	0,288	0,954	0,567	0,407	0,236	0,688	0,597	1,153
0,660	0,550	1,897	0,290	0,947	0,580	0,419	0,241	0,700	0,604	1,160
0,670	0,559	1,918	0,292	0,940	0,595	0,431	0,246	0,712	0,610	1,167
0,680	0,569	1,939	0,293	0,933	0,610	0,444	0,251	0,724	0,617	1,173
0,690	0,578	1,961	0,295	0,925	0,625	0,457	0,256	0,736	0,624	1,179
0,700	0,587	1,982	0,296	0,917	0,641	0,470	0,261	0,748	0,631	1,185
0,710	0,596	2,004	0,298	0,908	0,657	0,483	0,266	0,759	0,638	1,190
0,720	0,605	2,026	0,299	0,898	0,674	0,497	0,271	0,771	0,645	1,195
0,730	0,614	2,049	0,300	0,888	0,692	0,511	0,275	0,782	0,652	1,199
0,740	0,623	2,071	0,301	0,877	0,710	0,525	0,280	0,793	0,659	1,203
0,750	0,632	2,094	0,302	0,866	0,730	0,540	0,284	0,804	0,667	1,207
0,760	0,640	2,118	0,302	0,854	0,750	0,555	0,289	0,815	0,674	1,210
0,770	0,649	2,141	0,303	0,842	0,771	0,570	0,293	0,826	0,682	1,212
0,780	0,657	2,165	0,304	0,828	0,793	0,585	0,297	0,837	0,689	1,214
0,790	0,666	2,190	0,304	0,815	0,817	0,602	0,301	0,847	0,697	1,216
0,800	0,674	2,214	0,304	0,800	0,842	0,618	0,305	0,858	0,705	1,217
0,810	0,681	2,240	0,304	0,785	0,869	0,635	0,308	0,868	0,713	1,217
0,820	0,689	2,265	0,304	0,768	0,897	0,653	0,312	0,878	0,721	1,217
0,830	0,697	2,292	0,304	0,751	0,928	0,671	0,315	0,887	0,729	1,216
0,840	0,704	2,319	0,304	0,733	0,961	0,690	0,318	0,897	0,738	1,215
0,850	0,712	2,346	0,303	0,714	0,996	0,710	0,321	0,906	0,747	1,213
0,860	0,719	2,375	0,303	0,694	1,035	0,731	0,324	0,915	0,756	1,210
0,870	0,725	2,404	0,302	0,673	1,078	0,753	0,326	0,924	0,765	1,207
0,880	0,732	2,434	0,301	0,650	1,126	0,777	0,329	0,932	0,775	1,203
0,890	0,738	2,465	0,299	0,626	1,180	0,802	0,331	0,940	0,785	1,198
0,900	0,745	2,498	0,298	0,600	1,241	0,829	0,332	0,948	0,795	1,192
0,910	0,750	2,532	0,296	0,572	1,311	0,859	0,334	0,955	0,806	1,185
0,920	0,756	2,568	0,294	0,543	1,393	0,892	0,335	0,963	0,817	1,177
0,930	0,761	2,606	0,292	0,510	1,492	0,930	0,335	0,969	0,830	1,168
0,940	0,766	2,647	0,289	0,475	1,613	0,973	0,335	0,976	0,842	1,158
0,950	0,771	2,691	0,286	0,436	1,768	1,025	0,335	0,981	0,856	1,146
0,960	0,775	2,739	0,283	0,392	1,977	1,090	0,334	0,987	0,872	1,132
0,970	0,779	2,793	0,279	0,341	2,282	1,176	0,332	0,991	0,889	1,115
0,980	0,782	2,858	0,274	0,280	2,792	1,306	0,329	0,995	0,910	1,094
0,990	0,784	2,941	0,267	0,199	3,940	1,556	0,325	0,998	0,936	1,066
1,000	0,785	3,142	0,250	0,000	∞	∞	0,312	1,000	1,000	1,000

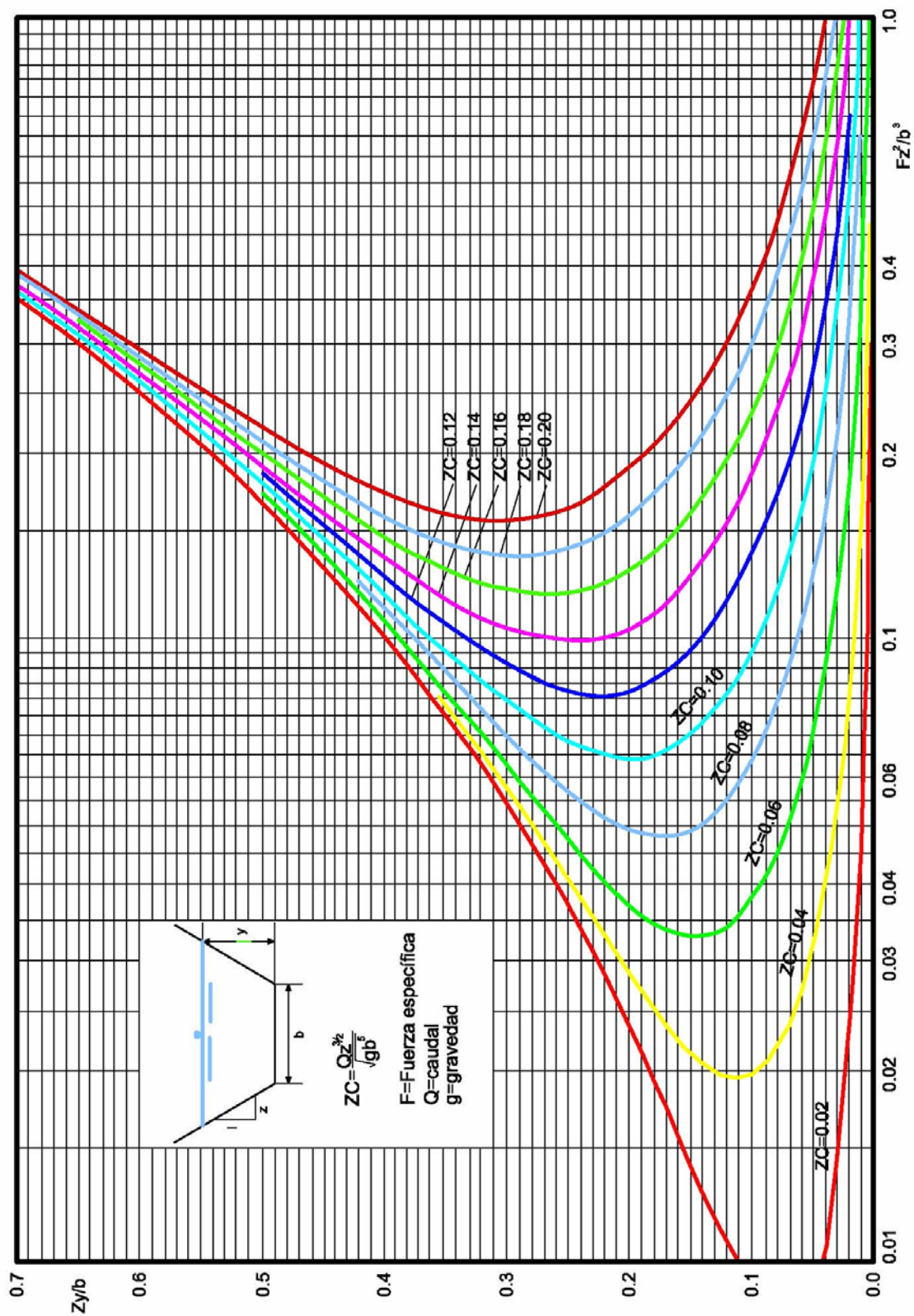
ANEXO B

B1. Curvas para el cálculo del tirante supercrítico, conocido el régimen subcrítico en el resalto hidráulico para una sección trapezoidal. (Adaptado de: M. Villón)

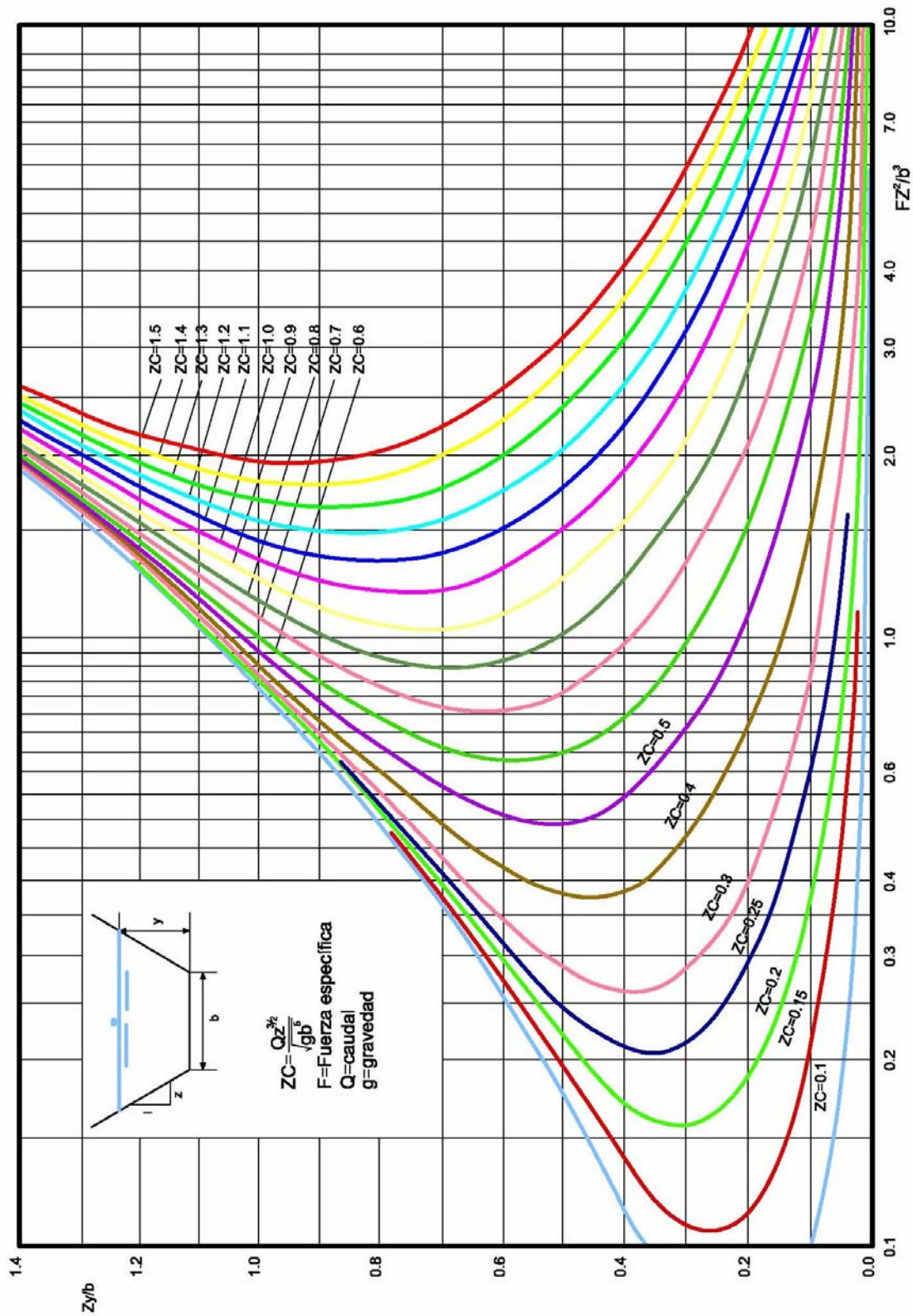


B2. Curvas para el cálculo del tirante subcrítico, conocido el régimen supercrítico en el resalto hidráulico para una sección trapezoidal. (Adaptado de: M. Villón)

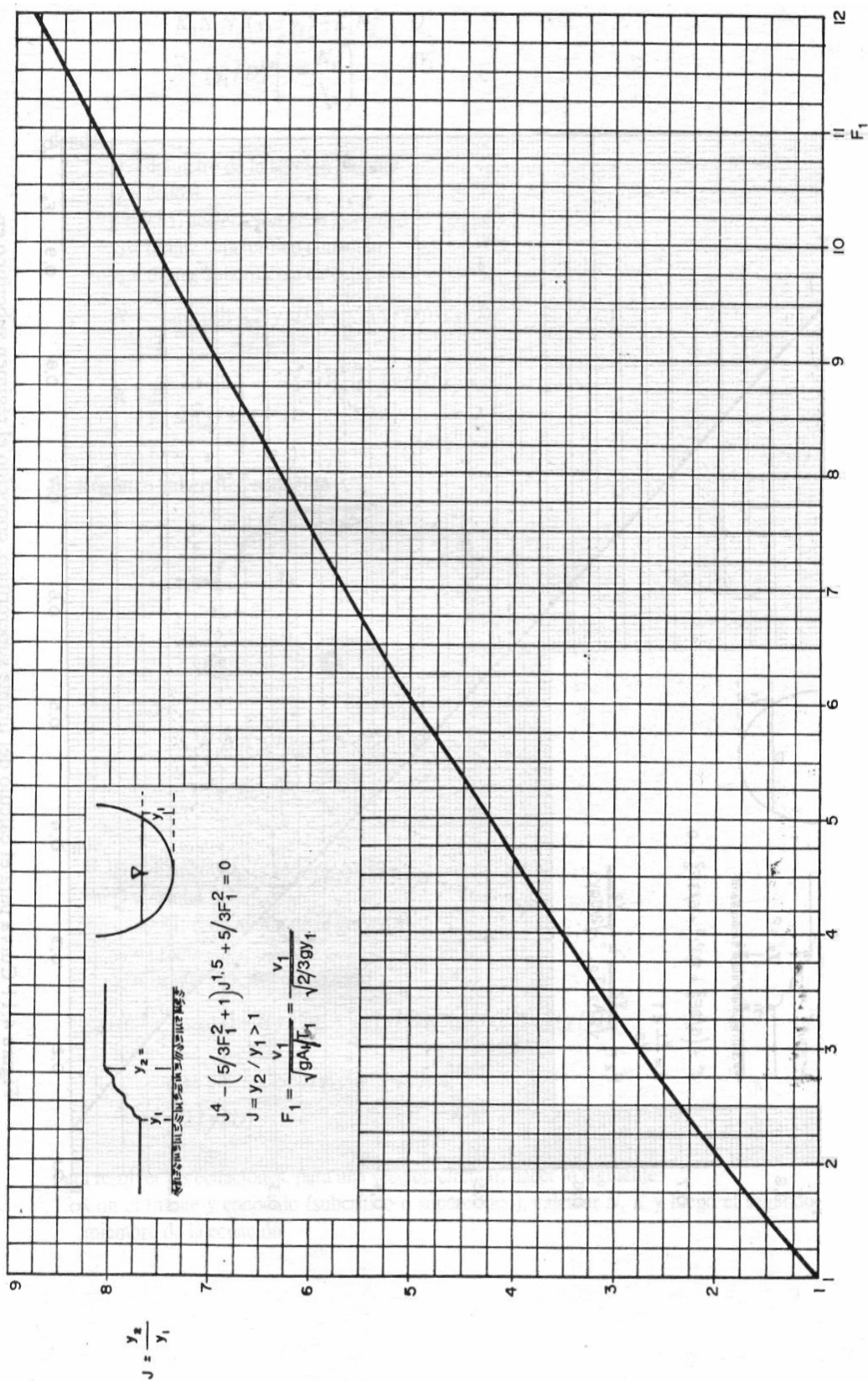




B3. Representación adimensional de la fuerza específica, para canales trapecoidales. (Adaptado de: M. Villón)



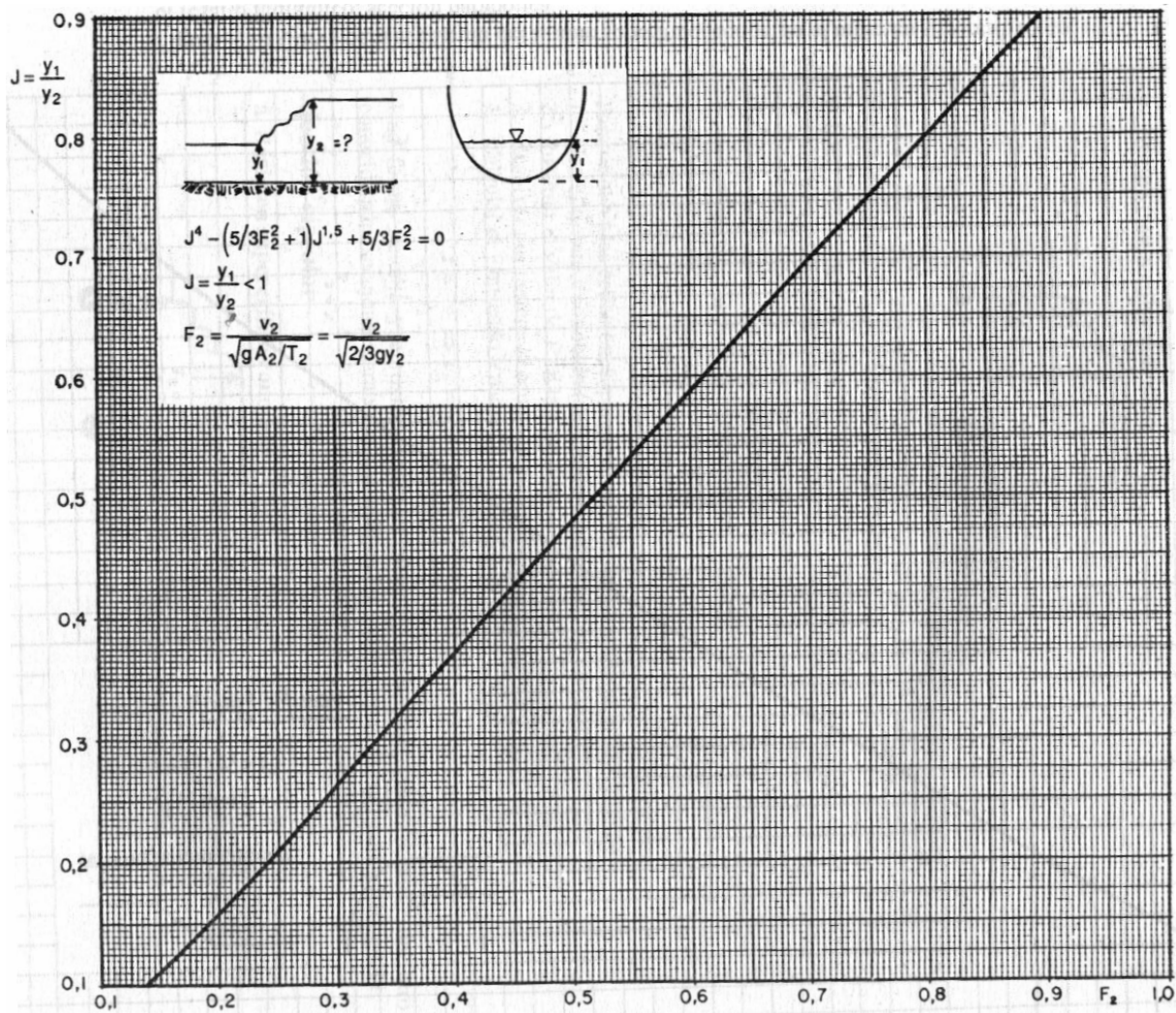
B4. Representación adimensional de la fuerza específica, para canales trapezoidales. (Adaptado de: M. Villón)

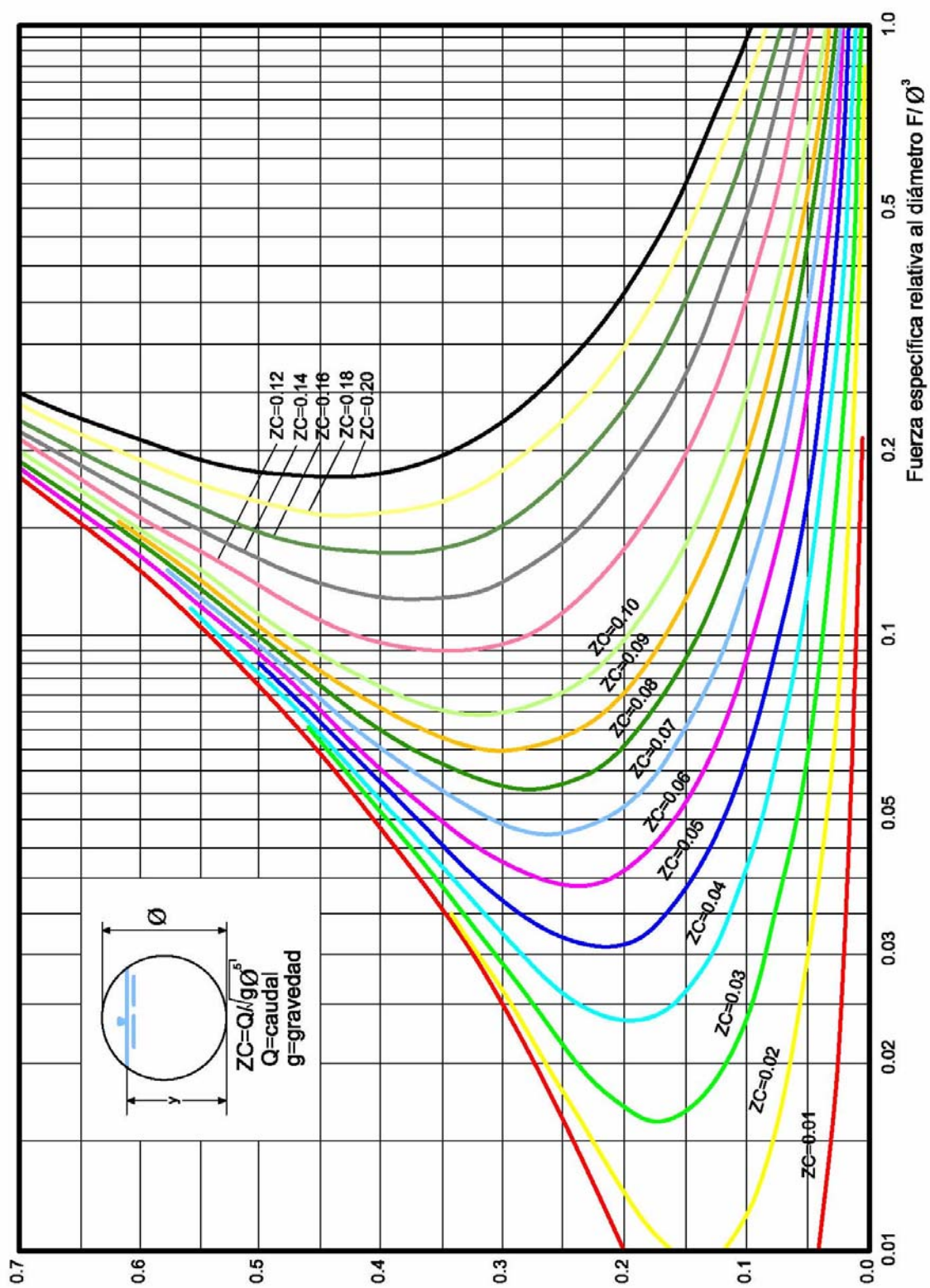


B5. Curva para el cálculo del tirante subcrítico conocido el régimen supercrítico en el resalto hidráulico, para una sección parabólica. (Adaptado de: M. Villón)

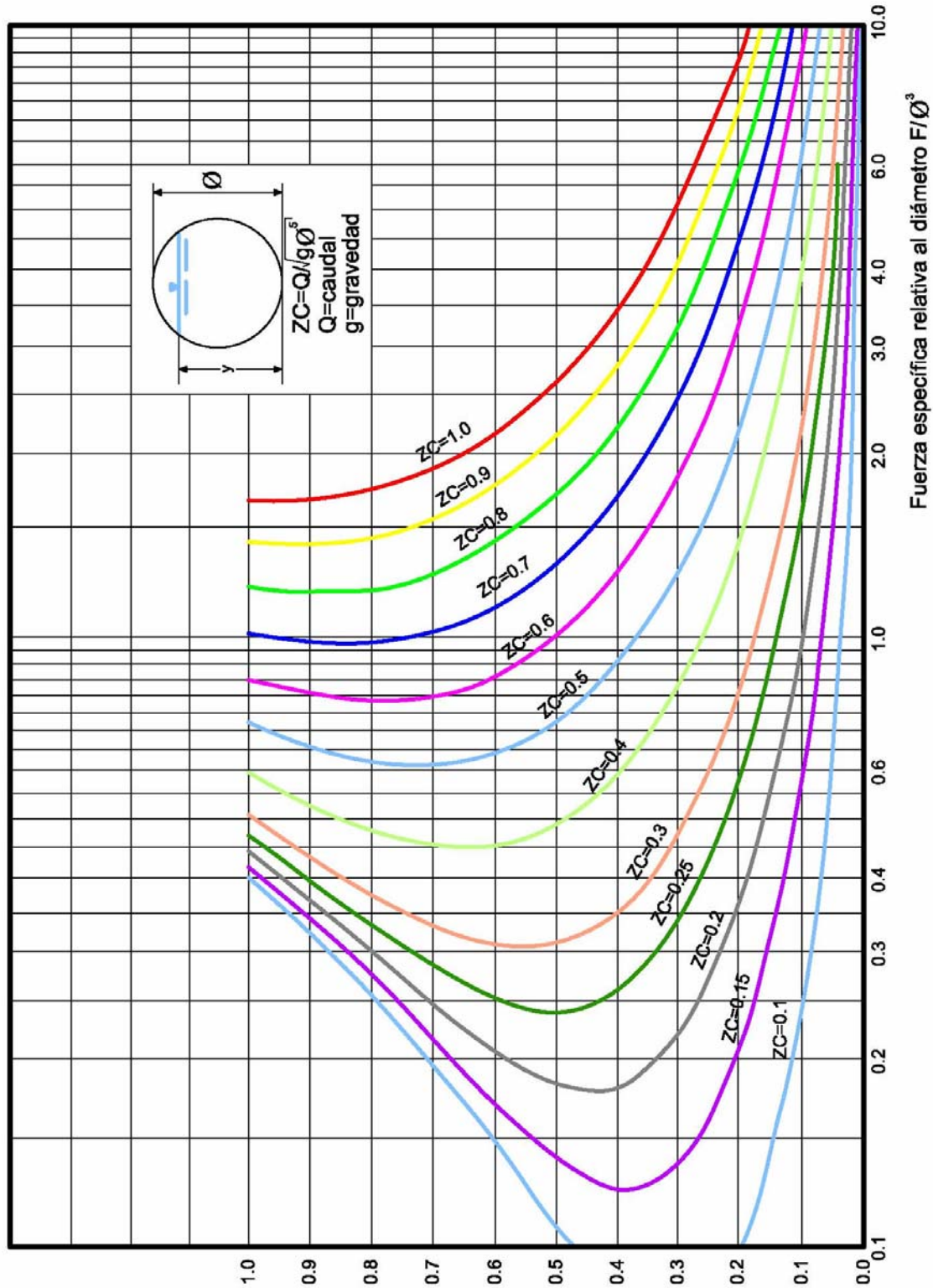
B6. Curva para el cálculo del tirante supercrítico, conocido el régimen subcrítico en el resalto hidráulico, para una sección parabólica.

(Adaptado de: M. Villón)





B7. Representación adimensional de la fuerza específica, para canales circulares. (Adaptado de: M. Villón)

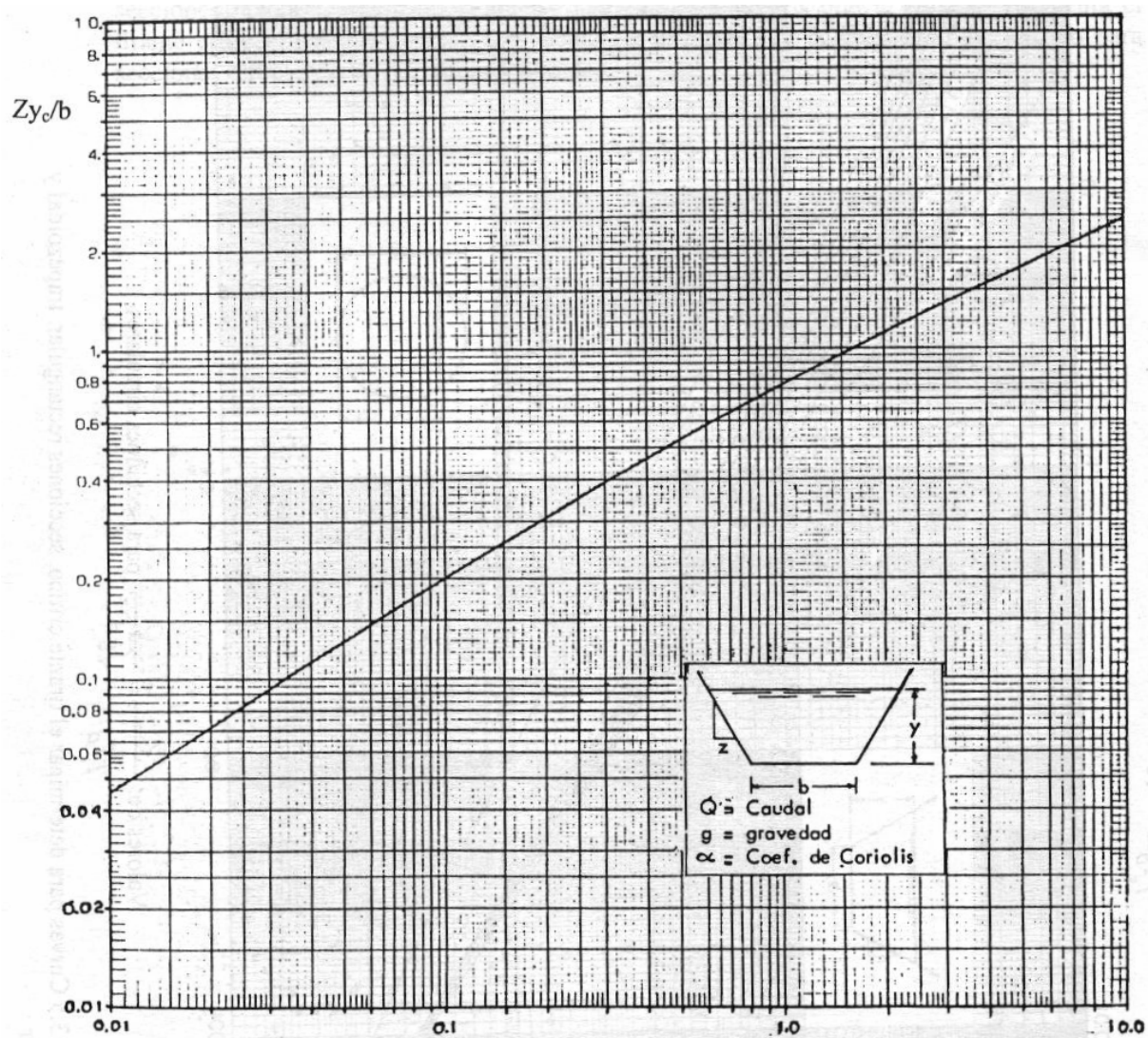


B8. Representación adimensional de la fuerza específica, para canales circulares. (Adaptado de: M. Villón)

ANEXO C

C 1. Curva para determinar el tirante crítico, para una sección trapezoidal.

(Fuente: M. Villón)



C 2. Dimensiones y capacidades de las canaletas de medición Parshall, para varios anchos de garganta, W (Las dimensiones correspondientes a cada letra se muestran en la Figura 5-10)

(Adaptado de: V. T. Chow)

W	A	$\frac{2}{3}A$	B	C	D	E	F	G	K	N	R	M	P	X	Y	Capacidad a flujo libre	
																Min	Max
Pie Pulg.	Pie Pulg.	Pie Pulg.	Pie Pulg.	Pie Pulg.	Pie Pulg.	Pie Pulg.	Pie Pulg.	Pie Pulg.	Pulg.	Pulg.	Pie Pulg.	Pie Pulg.	Pie Pulg.	Pulg.	Pulg.	Pie³/s	Pie³/s
0 3	1 6 $\frac{3}{8}$	1 $\frac{1}{4}$	1 6	0 7	0 10 $\frac{3}{16}$	2 0	0 6	1 0	1	2 $\frac{1}{4}$	1 4	1 0	2 6 $\frac{1}{4}$	1	1 $\frac{1}{2}$	0,03	1,90
0 6	2 7/16	1 4 $\frac{5}{16}$	2 0	1 3 $\frac{1}{2}$	1 3 $\frac{5}{8}$	2 0	1 0	2 0	3	4 $\frac{1}{2}$	1 4	1 0	2 11 $\frac{1}{2}$	2	3	0,05	3,90
0 9	2 10 $\frac{5}{8}$	1 11 $\frac{1}{8}$	2 10	1 3	1 10 $\frac{5}{8}$	2 0	1 0	1 6	3	4 $\frac{1}{2}$	1 4	1 0	3 6 $\frac{1}{2}$	2	3	0,09	8,90
1 0	4 6	3 0	4 4 $\frac{7}{8}$	2 0	2 9 $\frac{1}{4}$	3 0	2 0	3 0	3	9	1 8	1 3	4 10 $\frac{3}{4}$	2	3	0,11	16,10
1 6	4 9	3 2	4 7 $\frac{7}{8}$	2 6	3 4 $\frac{3}{8}$	3 0	2 0	3 0	3	9	1 8	1 3	5 6	2	3	0,15	24,60
2 0	5 0	3 4	4 10 $\frac{7}{8}$	3 0	3 11 $\frac{1}{2}$	3 0	2 0	3 0	3	9	1 8	1 3	6 1	2	3	0,42	33,10
3 0	5 6	3 8	5 4 $\frac{3}{4}$	4 0	5 1 $\frac{7}{8}$	3 0	2 0	3 0	3	9	1 8	1 3	7 3 $\frac{1}{2}$	2	3	0,61	50,40
4 0	6 0	4 0	5 10 $\frac{5}{8}$	5 0	6 4 $\frac{1}{4}$	3 0	2 0	3 0	3	9	2 0	1 6	8 10 $\frac{3}{4}$	2	3	1,30	67,90
5 0	6 6	4 4	6 4 $\frac{1}{2}$	6 0	7 6 $\frac{5}{8}$	3 0	2 0	3 0	3	9	2 0	1 6	10 1 $\frac{1}{4}$	2	3	1,60	85,60
6 0	7 0	4 8	6 10 $\frac{3}{8}$	7 0	8 9	3 0	2 0	3 0	3	9	2 0	1 6	11 3 $\frac{1}{2}$	2	3	2,60	103,50
7 0	7 6	5 0	7 4 $\frac{1}{4}$	8 0	9 11 $\frac{3}{8}$	3 0	2 0	3 0	3	9	2 0	1 6	12 6	2	3	3,00	121,40
8 0	8 0	5 4	7 10 $\frac{1}{8}$	9 0	11 1 $\frac{3}{4}$	3 0	2 0	3 0	3	9	2 0	1 6	13 8 $\frac{1}{4}$	2	3	3,50	139,50

ANEXO D

Río Columbia en Vernita Washington.

(Fuente: Barnes, H. H. Jr. *Roughness Characteristics of Natural Channels*, U.S. Geological Survey, 1967)

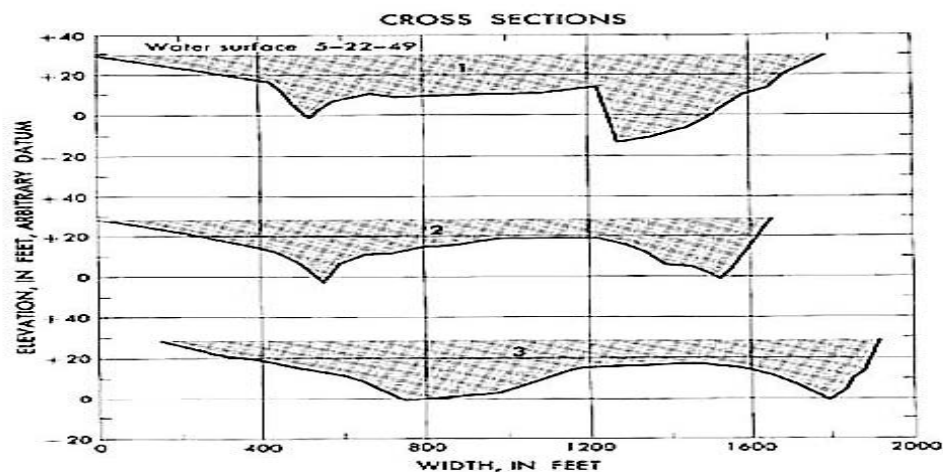
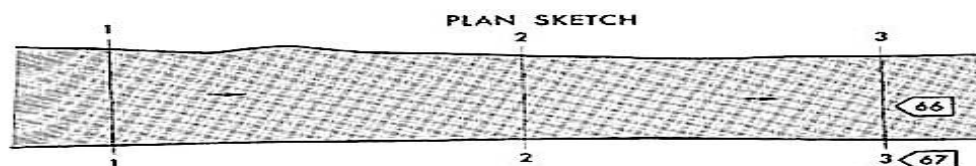
Área de drenaje: 232.000 Km²

Fecha de avenida: Mayo 22, 1949

Caudal pico: 11.500 m³/s

Coeficiente de rugosidad estimado: $n = 0.024$

Descripción del canal: fondo consistente de canto rodado y grava cubiertas de limo. La recta y el paso del borde izquierdo está compuesto de canto rodado cementado y grava. La pendiente suave del bordo derecho consiste de cantos rodados arreglados con grava y está libre de vegetación.



Clark Fork at St. Regis, Montana.

(Fuente: Barnes, H. H. Jr. *Roughness Characteristics of Natural Channels*, U.S. Geological Survey, 1967)

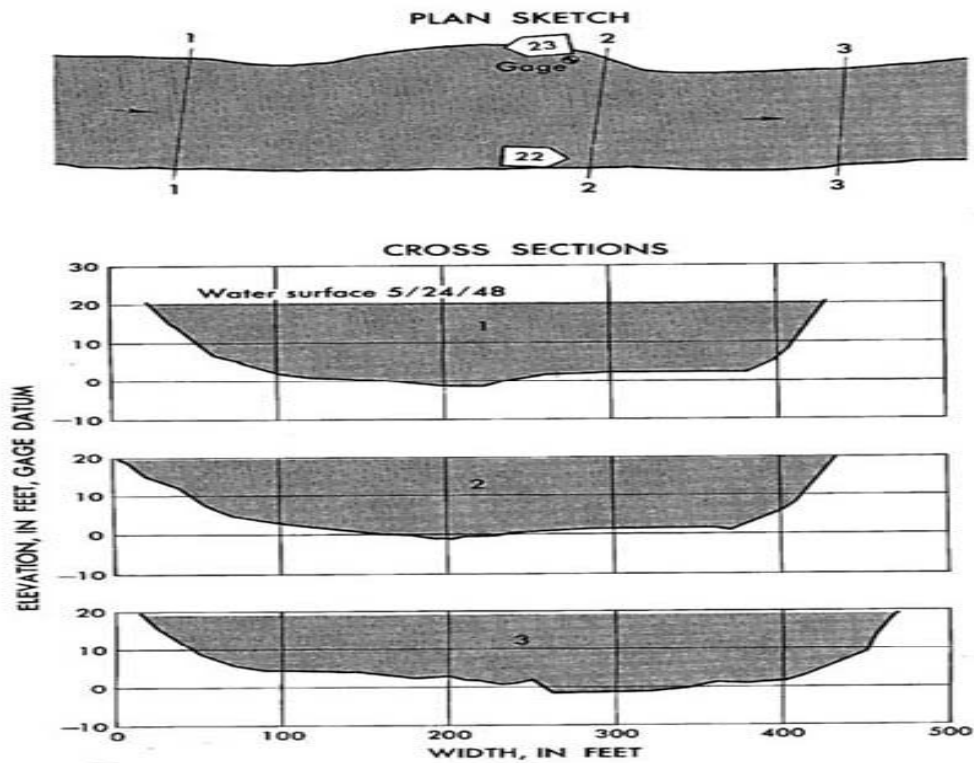
Área de drenaje: 27750 Km²

Fecha de avenida: Mayo 24, 1948

Caudal pico: 1960 m³/s

Coefficiente de rugosidad estimado: $n = 0.028$

Descripción del canal: El fondo consiste en cantos rodados; el $d_{50} = 135$ mm, $d_{84} = 205$ mm. Los bordos están compuestos de arena gruesa y cantos rodados, y árboles.



Río Salt debajo de la presa Stewart Mountain, Arizona.

(Fuente: Barnes, H. H. Jr. *Roughness Characteristics of Natural Channels*, U.S. Geological Survey, 1967)

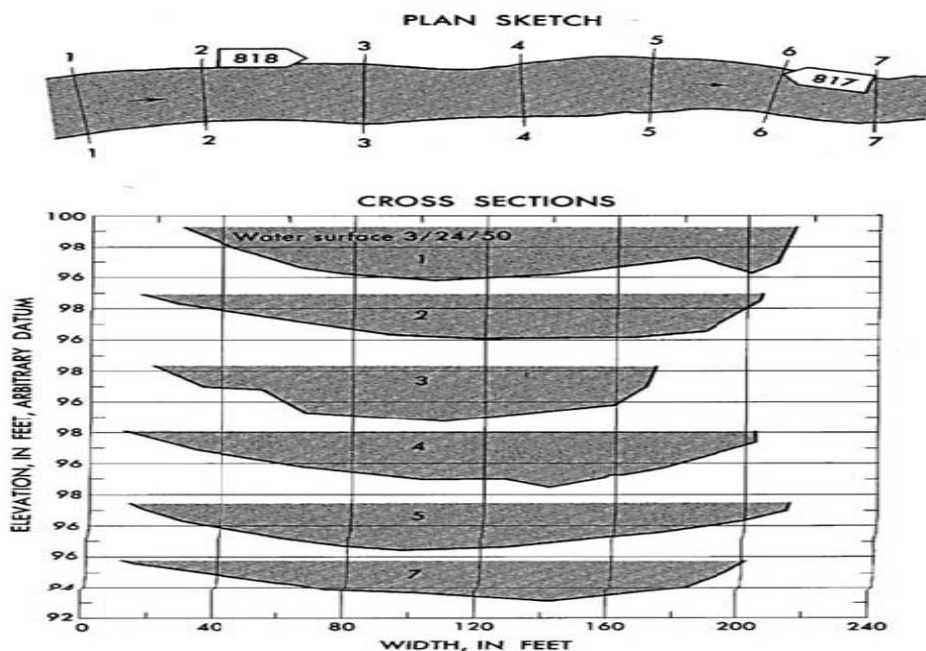
Área de drenaje: 16.000 Km²

Fecha de avenida: Marzo 24, 1950

Caudal pico: 36.2 m³/s

Coefficiente de rugosidad estimado: $n = 0.032$

Descripción del canal: fondo y bordos consistentes de cantos rodados lisos (10 – 25 cm) de diámetro, diámetro medio (15 cm). Unas cuantas piedras grandes de diámetro máximo (46 cm).



West Fork Bitterroot River near Conner, Montana.

(Fuente: Barnes, H. H. Jr. *Roughness Characteristics of Natural Channels*, U.S. Geological Survey, 1967)

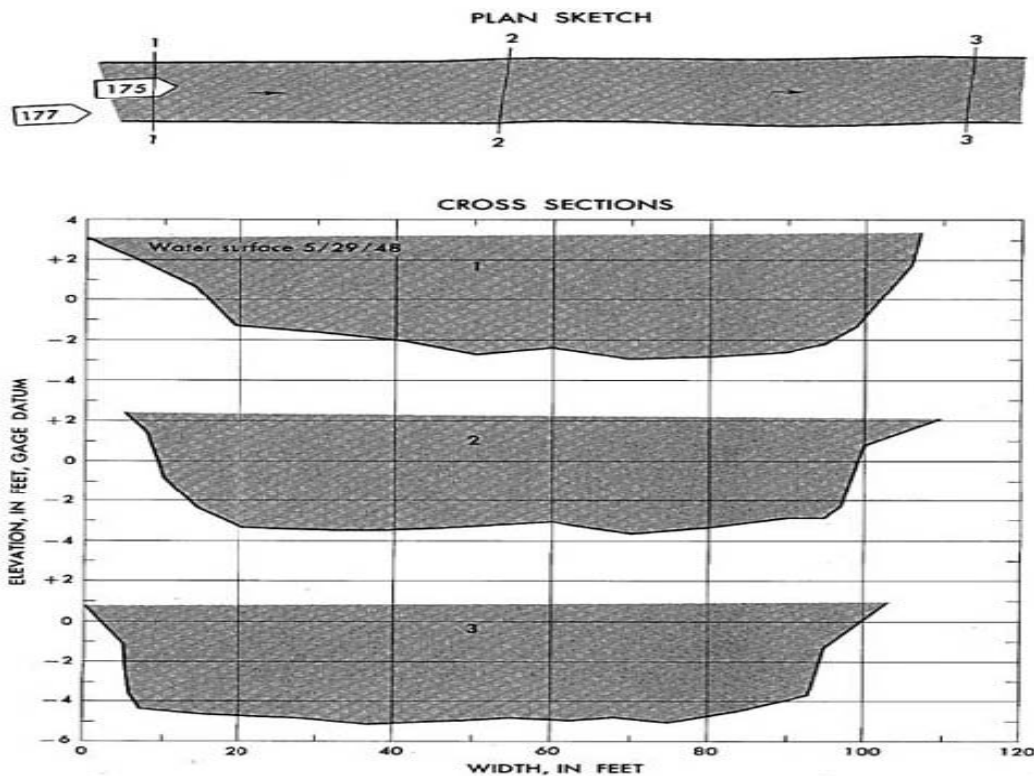
Área de drenaje: 820 Km²

Fecha de avenida: Mayo 29, 1948

Caudal pico: 110 m³/s

Coefficiente de rugosidad estimado: $n = 0.036$

Descripción del canal: El fondo esta compuesto por arena gruesa y cantos rodados; el $d_{50} = 172$ mm, el $d_{84} = 265$ mm. El bordo izquierdo presenta arbustos colgando. El bordo derecho presenta árboles.



Middle Fork Flathead River near Essex, Montana.

(Fuente: Barnes, H. H. Jr. *Roughness Characteristics of Natural Channels*, U.S. Geological Survey, 1967)

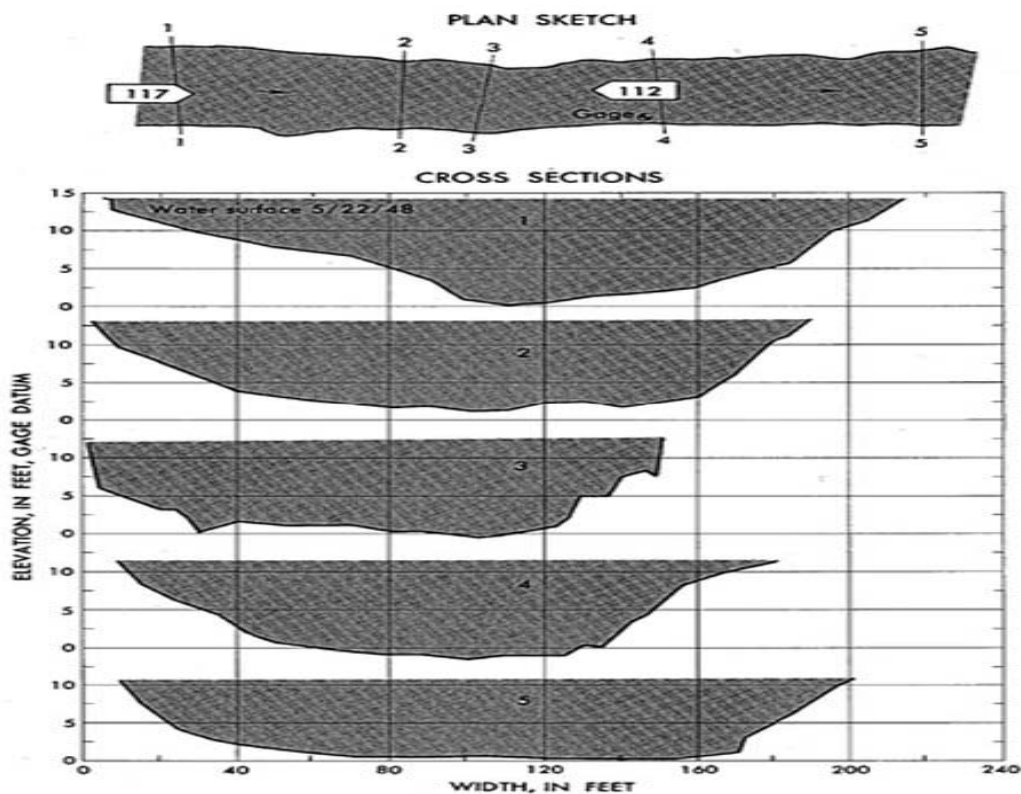
Área de drenaje: 1060 Km²

Fecha de avenida: Mayo 22, 1948

Caudal pico: 410 m³/s

Coefficiente de rugosidad estimado: $n = 0.041$

Descripción del canal: El fondo está compuesto por cantos rodados; el $d_{50} = 142$ mm, el $d_{84} = 285$ mm. Las bancas están compuestas de arena gruesa y cantos rodados, y tienen árboles.



Río Provo cerca de Hailstone, Utah.

(Fuente: Barnes, H. H. Jr. *Roughness Characteristics of Natural Channels*, U.S. Geological Survey, 1967)

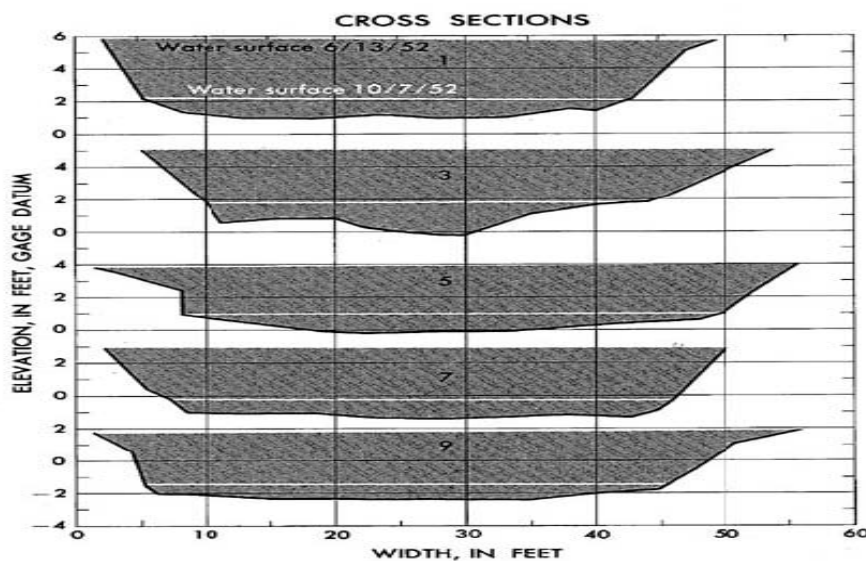
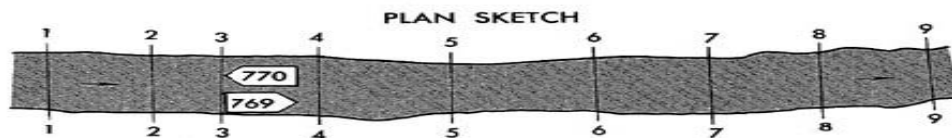
Área de drenaje: 604 Km²

Fecha de avenida: 13 de Junio; 7 de Octubre de 1952

Caudal pico: 34 m³/s; 1.83 m³/s

Coeficiente de rugosidad estimado: $n = 0.045$; $n = 0.073$

Descripción del canal: fondo y bordos consistentes de rocas lisas y redondeadas del orden de 0.305 m de diámetro. Algo de maleza se encontró debajo de las elevaciones del agua en Junio 13 de 1952.



Riachuelo limpio cerca de Goleen, Colorado.

(Fuente: Barnes, H. H. Jr. *Roughness Characteristics of Natural Channels*, U.S. Geological Survey, 1967)

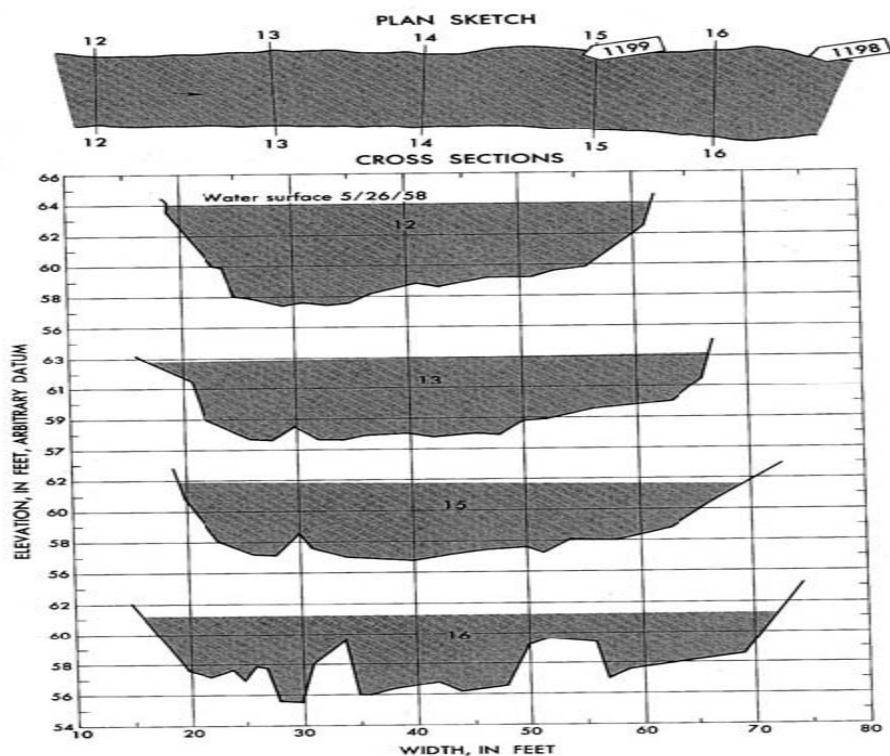
Área de drenaje: 1030 Km²

Fecha de avenida: 26 de Mayo de 1958

Caudal pico: 39.1 m³/s

Coefficiente de rugosidad estimado: $n = 0.050$

Descripción del canal: fondo y bordos están compuestos de piedras angulares del orden de 0.61 m de diámetro.



Riachuelo Cache cerca de Lower Lake, California.

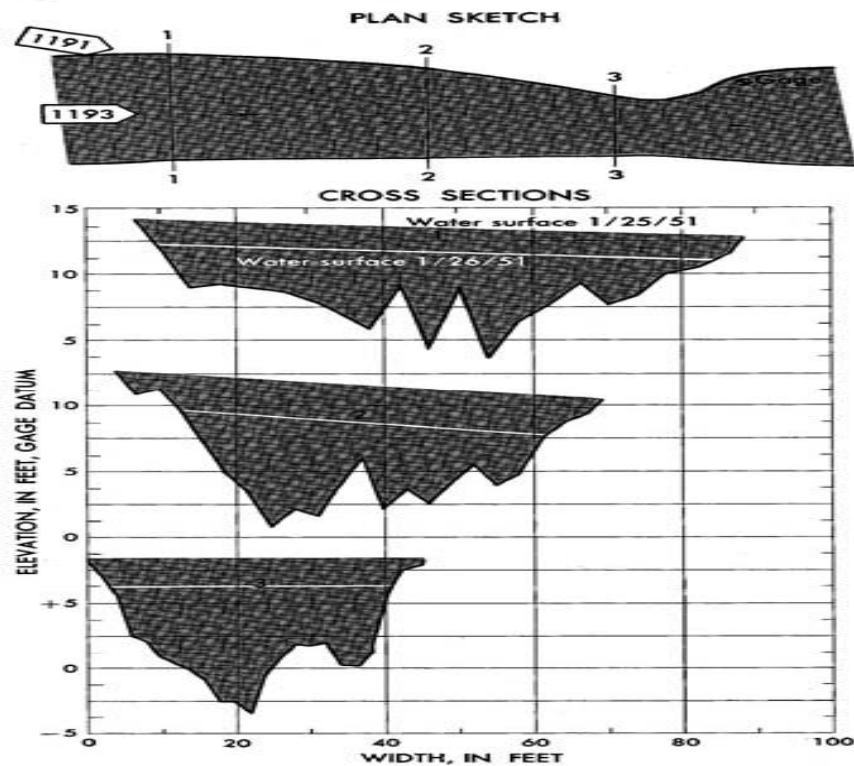
Área de drenaje: 1370 Km²

Fecha de avenida: 24 de Julio; 25 de Julio de 1951

Caudal pico: 109 m³/s; 51.8 m³/s

Coeficiente de rugosidad estimado: $n = 0.053$; $n = 0.079$

Descripción del canal: fondo compuesto de grandes piedras angulares. Bordes consistentes de roca expuesta, piedras y algunos árboles.



Mission Creek near Cashmere, Washington.

(Fuente: Barnes, H. H. Jr. *Roughness Characteristics of Natural Channels*, U.S. Geological Survey, 1967)

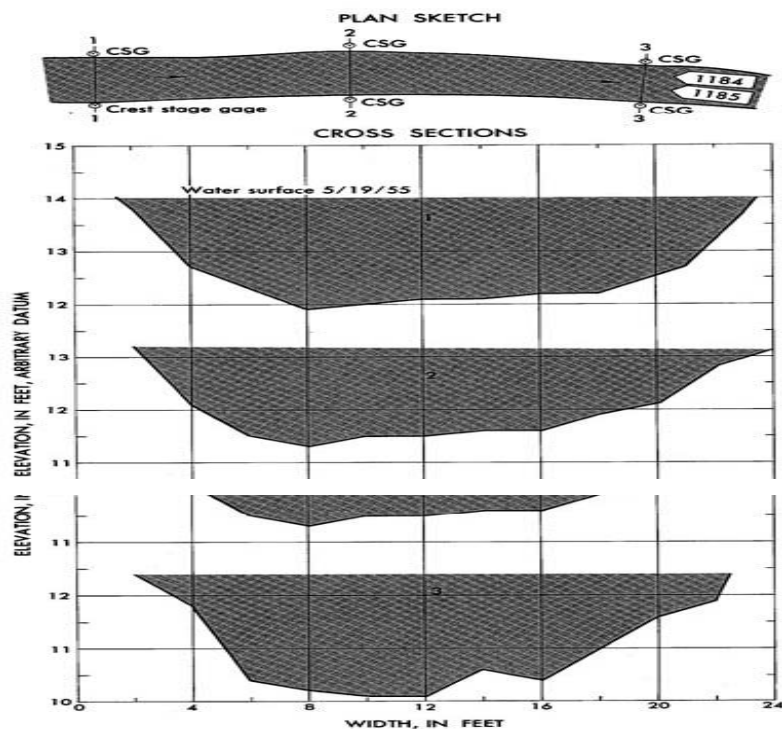
Área de drenaje: 205 Km²

Fecha de avenida: 19 de Mayo de 1955

Caudal pico: 3.5 m³/s

Coeficiente de rugosidad estimado: $n = 0.057$

Descripción del canal: El fondo esta formado por cantos rodados y rocas angulares con un diámetro máximo de 30 cm. Ambos bancas están compuestas por arbustos colgando.



Río Merced en Happy Isles Bridge, cerca de Yosemite, California.

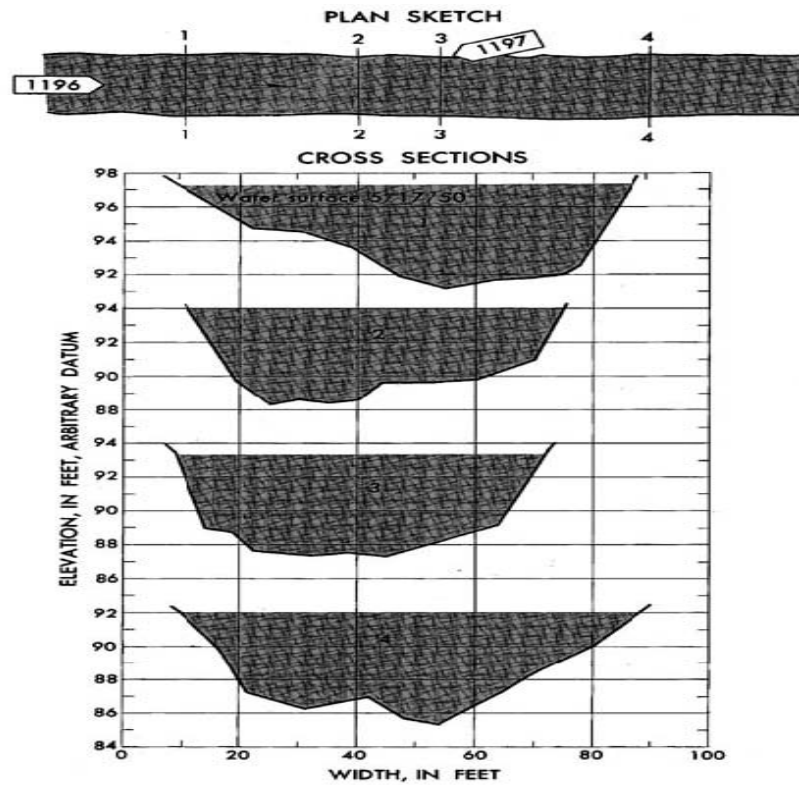
Área de drenaje: 469 Km²

Fecha de avenida: 17 de Mayo de 1950

Caudal pico: 55.2 m³/s

Coeficiente de rugosidad estimado: $n = 0.065$

Descripción del canal: Canal totalmente recto compuesto de piedras grandes con árboles alo largo de la parte superior de los bordos.



ANEXO E

E 1. Funciones del flujo variado para pendientes positivas.

(Fuente: M. Villón)

$$F(u, N) = \int_0^N \frac{du}{1 - u^N}$$

$u \backslash N$	2,2	2,4	2,6	2,8	3,0	3,2	3,4	3,6	3,8	4,0
0,00	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,02	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020
0,04	0,040	0,040	0,040	0,040	0,040	0,040	0,040	0,040	0,040	0,040
0,06	0,060	0,060	0,060	0,060	0,060	0,060	0,060	0,060	0,060	0,060
0,08	0,080	0,080	0,080	0,080	0,080	0,080	0,080	0,080	0,080	0,080
0,10	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100
0,12	0,120	0,120	0,120	0,120	0,120	0,120	0,120	0,120	0,120	0,120
0,14	0,141	0,140	0,140	0,140	0,140	0,140	0,140	0,140	0,140	0,140
0,16	0,161	0,161	0,160	0,160	0,160	0,160	0,160	0,160	0,160	0,160
0,18	0,181	0,181	0,181	0,180	0,180	0,180	0,180	0,180	0,180	0,180
0,20	0,202	0,201	0,201	0,201	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200
0,22	0,223	0,222	0,221	0,221	0,221	0,220	0,220	0,220	0,220	0,220
0,24	0,243	0,242	0,242	0,241	0,241	0,241	0,240	0,240	0,240	0,240
0,26	0,264	0,263	0,262	0,262	0,261	0,261	0,261	0,260	0,260	0,260
0,28	0,286	0,284	0,283	0,282	0,282	0,281	0,281	0,281	0,280	0,280
0,30	0,307	0,305	0,304	0,303	0,302	0,302	0,301	0,301	0,301	0,300
0,32	0,329	0,326	0,325	0,324	0,323	0,322	0,322	0,321	0,321	0,321
0,34	0,350	0,348	0,346	0,344	0,343	0,343	0,342	0,342	0,341	0,341
0,36	0,373	0,370	0,367	0,366	0,364	0,363	0,363	0,362	0,362	0,361
0,38	0,395	0,392	0,389	0,387	0,385	0,384	0,383	0,383	0,382	0,382
0,40	0,418	0,414	0,411	0,408	0,407	0,405	0,404	0,403	0,403	0,402
0,42	0,441	0,437	0,433	0,430	0,428	0,426	0,425	0,424	0,423	0,423
0,44	0,465	0,460	0,456	0,452	0,450	0,448	0,446	0,445	0,444	0,443
0,46	0,489	0,483	0,478	0,475	0,472	0,470	0,468	0,466	0,465	0,464
0,48	0,514	0,507	0,502	0,497	0,494	0,492	0,489	0,488	0,486	0,485
0,50	0,539	0,531	0,525	0,521	0,517	0,514	0,511	0,509	0,508	0,506
0,52	0,565	0,556	0,550	0,544	0,540	0,536	0,534	0,531	0,529	0,528
0,54	0,592	0,582	0,574	0,568	0,563	0,559	0,556	0,554	0,551	0,550
0,56	0,619	0,608	0,600	0,593	0,587	0,583	0,579	0,576	0,574	0,572
0,58	0,647	0,635	0,626	0,618	0,612	0,607	0,603	0,599	0,596	0,594

E 1. Funciones del flujo variado para pendientes positivas (continuación).

$u \backslash N$	2,2	2,4	2,6	2,8	3,0	3,2	3,4	3,6	3,8	4,0
0,60	0,676	0,663	0,653	0,644	0,637	0,631	0,627	0,623	0,620	0,617
0,61	0,691	0,677	0,666	0,657	0,650	0,644	0,639	0,635	0,631	0,628
0,62	0,707	0,692	0,680	0,671	0,663	0,657	0,651	0,647	0,643	0,640
0,63	0,722	0,707	0,694	0,684	0,676	0,669	0,664	0,659	0,655	0,652
0,64	0,738	0,722	0,709	0,698	0,690	0,683	0,677	0,672	0,667	0,664
0,65	0,754	0,737	0,724	0,712	0,703	0,696	0,689	0,684	0,680	0,676
0,66	0,771	0,753	0,739	0,727	0,717	0,709	0,703	0,697	0,692	0,688
0,67	0,787	0,769	0,754	0,742	0,731	0,723	0,716	0,710	0,705	0,701
0,68	0,805	0,785	0,769	0,757	0,746	0,737	0,729	0,723	0,718	0,713
0,69	0,822	0,802	0,785	0,772	0,761	0,751	0,743	0,737	0,731	0,726
0,70	0,841	0,819	0,802	0,787	0,776	0,766	0,757	0,750	0,744	0,739
0,71	0,859	0,837	0,819	0,804	0,791	0,781	0,772	0,764	0,758	0,752
0,72	0,878	0,855	0,836	0,820	0,807	0,796	0,786	0,779	0,772	0,766
0,73	0,898	0,874	0,853	0,837	0,823	0,811	0,802	0,793	0,786	0,780
0,74	0,918	0,893	0,871	0,854	0,840	0,827	0,817	0,808	0,800	0,794
0,75	0,939	0,912	0,890	0,872	0,857	0,844	0,833	0,823	0,815	0,808
0,76	0,961	0,933	0,909	0,890	0,874	0,861	0,849	0,839	0,830	0,823
0,77	0,984	0,954	0,929	0,909	0,892	0,878	0,866	0,855	0,846	0,838
0,78	1,007	0,976	0,950	0,929	0,911	0,896	0,883	0,872	0,862	0,854
0,79	1,031	0,998	0,971	0,949	0,930	0,914	0,901	0,889	0,879	0,870
0,80	1,056	1,022	0,994	0,970	0,950	0,934	0,919	0,907	0,896	0,887
0,81	1,083	1,047	1,017	0,992	0,971	0,954	0,938	0,925	0,914	0,904
0,82	1,110	1,072	1,041	1,015	0,993	0,974	0,958	0,945	0,932	0,922
0,83	1,139	1,099	1,067	1,039	1,016	0,996	0,979	0,965	0,952	0,940
0,84	1,170	1,128	1,093	1,064	1,040	1,019	1,001	0,985	0,972	0,960
0,85	1,202	1,158	1,122	1,091	1,065	1,043	1,024	1,007	0,993	0,980
0,86	1,236	1,190	1,151	1,119	1,092	1,068	1,048	1,031	1,015	1,002
0,87	1,273	1,224	1,183	1,149	1,120	1,095	1,074	1,055	1,039	1,025
0,88	1,312	1,260	1,217	1,181	1,151	1,124	1,101	1,081	1,064	1,049
0,89	1,355	1,300	1,254	1,216	1,183	1,155	1,131	1,110	1,091	1,075
0,90	1,401	1,343	1,294	1,253	1,218	1,189	1,163	1,140	1,120	1,103
0,91	1,452	1,390	1,338	1,294	1,257	<,225	1,197	1,173	1,152	1,133
0,92	1,508	1,442	1,386	1,340	1,300	1,266	1,236	1,210	1,187	1,166
0,93	1,572	1,500	1,441	1,391	1,348	1,311	1,279	1,251	1,226	1,204
0,94	1,645	1,568	1,503	1,449	1,403	1,363	1,328	1,297	1,270	1,246

E 1. Funciones del flujo variado para pendientes positivas (continuación).

$u \backslash N$	2,2	2,4	2,6	2,8	3,0	3,2	3,4	3,6	3,8	4,0
0,950	1,730	1,647	1,577	1,518	1,467	1,423	1,385	1,352	1,322	1,296
0,960	1,834	1,743	1,666	1,601	1,545	1,497	1,454	1,417	1,385	1,355
0,970	1,968	1,865	1,780	1,707	1,644	1,590	1,543	1,501	1,464	1,431
0,975	2,052	1,943	1,851	1,773	1,707	1,649	1,598	1,553	1,514	1,479
0,980	2,155	2,040	1,936	1,855	1,783	1,720	1,666	1,617	1,575	1,536
0,985	2,294	2,165	2,056	1,959	1,880	1,812	1,752	1,699	1,652	1,610
0,990	2,477	2,333	2,212	2,106	2,017	1,940	1,873	1,814	1,761	1,714
0,995	2,792	2,621	2,478	2,355	2,250	2,159	2,079	2,008	1,945	1,889
0,999	3,523	3,292	3,097	2,931	2,788	2,663	2,554	2,457	2,370	2,293
1,000	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
1,001	3,317	2,931	2,640	2,339	2,184	2,008	1,856	1,725	1,610	1,508
1,005	2,587	2,272	2,021	1,818	1,649	1,506	1,384	1,279	1,188	1,107
1,010	2,273	1,984	1,756	1,572	1,419	1,291	1,182	1,089	1,007	0,936
1,015	2,090	1,817	1,602	1,428	1,286	1,166	1,065	0,978	0,902	0,836
1,020	1,961	1,698	1,493	1,327	1,191	1,078	0,982	0,900	0,828	0,766
1,03	1,779	1,532	1,340	1,186	1,060	0,955	0,866	0,790	0,725	0,668
1,04	1,651	1,415	1,232	1,086	0,967	0,868	0,785	0,714	0,653	0,600
1,05	1,552	1,325	1,149	1,010	0,896	0,802	0,723	0,656	0,598	0,548
1,06	13472	1,252	1,082	0,947	0,838	0,748	0,672	0,608	0,553	0,506
1,07	1,404	1,191	1,026	0,895	0,790	0,703	0,630	0,569	0,516	0,471
1,08	1,346	1,138	0,977	0,851	0,749	0,665	0,595	0,535	0,485	0,441
1,09	1,296	1,091	0,935	0,812	0,713	0,631	0,563	0,506	0,457	0,415
1,10	1,250	1,050	0,897	0,777	0,681	0,601	0,536	0,480	0,433	0,392
1,11	1,210	1,013	0,864	0,746	0,652	0,575	0,511	0,457	0,411	0,372
1,12	1,173	0,980	0,833	0,718	0,626	0,551	0,488	0,436	0,392	0,354
1,13	1,139	0,949	0,805	0,693	0,602	0,529	0,468	0,417	0,374	0,337
1,14	1,108	0,921	0,780	0,669	0,581	0,509	0,450	0,400	0,358	0,322
1,15	1,079	0,895	0,756	0,647	0,561	0,490	0,432	0,384	0,343	0,308
1,16	1,052	0,871	0,734	0,627	0,542	0,473	0,417	0,369	0,329	0,295
1,17	1,027	0,848	0,713	0,608	0,525	0,458	0,402	0,355	0,316	0,283
1,18	1,003	0,827	0,694	0,591	0,509	0,443	0,388	0,343	0,305	0,272
1,19	0,981	0,807	0,676	0,574	0,494	0,429	0,375	0,331	0,294	0,262
1,20	0,960	0,788	0,659	0,559	0,480	0,416	0,363	0,320	0,283	0,252
1,22	0,922	0,754	0,628	0,531	0,454	0,392	0,341	0,299	0,264	0,235
1,24	0,887	0,723	0,600	0,505	0,431	0,371	0,322	0,281	0,248	0,219
1,26	0,856	0,694	0,574	0,482	0,410	0,351	0,304	0,265	0,233	0,205
1,28	0,827	0,669	0,551	0,461	0,391	0,334	0,288	0,250	0,219	0,193
1,30	0,800	0,645	0,530	0,442	0,373	0,318	0,274	0,237	0,207	0,181
1,32	0,776	0,623	0,510	0,424	0,357	0,304	0,260	0,225	0,196	0,171
1,34	0,753	0,603	0,492	0,408	0,342	0,290	0,248	0,214	0,185	0,162

E 1. Funciones del flujo variado para pendientes positivas (continuación).

$u \backslash N$	2,2	2,4	2,6	2,8	3,0	3,2	3,4	3,6	3,8	4,0
1,36	0,731	0,584	0,475	0,393	0,329	0,278	0,237	0,204	0,176	0,153
1,38	0,711	0,566	0,459	0,378	0,316	0,266	0,226	0,194	0,167	0,145
1,40	0,692	0,549	0,444	0,365	0,304	0,256	0,217	0,185	0,159	0,138
1,42	0,675	0,534	0,431	0,353	0,293	0,246	0,208	0,177	0,152	0,131
1,44	0,658	0,519	0,418	0,341	0,282	0,236	0,199	0,169	0,145	0,125
1,46	0,642	0,505	0,405	0,330	0,273	0,227	0,191	0,162	0,139	0,119
1,48	0,627	0,492	0,394	0,320	0,263	0,219	0,184	0,156	0,133	0,113
1,50	0,613	0,479	0,383	0,310	0,255	0,211	0,177	0,149	0,127	0,108
1,55	0,580	0,451	0,358	0,288	0,235	0,194	0,161	0,135	0,114	0,097
1,60	0,551	0,425	0,335	0,269	0,218	0,179	0,148	0,123	0,103	0,087
1,65	0,525	0,403	0,316	0,251	0,203	0,165	0,136	0,113	0,094	0,079
1,70	0,501	0,382	0,298	0,236	0,189	0,153	0,125	0,103	0,086	0,072
1,75	0,480	0,364	0,282	0,222	0,177	0,143	0,116	0,095	0,079	0,065
1,80	0,460	0,347	0,267	0,209	0,166	0,133	0,108	0,088	0,072	0,060
1,85	0,442	0,332	0,254	0,198	0,156	0,125	0,100	0,082	0,067	0,055
1,90	0,425	0,317	0,242	0,188	0,147	0,117	0,094	0,076	0,062	0,050
1,95	0,409	0,304	0,231	0,178	0,139	0,110	0,088	0,070	0,057	0,046
2,00	0,395	0,292	0,221	0,169	0,132	0,104	0,082	0,066	0,053	0,043
2,10	0,369	0,273	0,202	0,154	0,119	0,092	0,073	0,058	0,046	0,037
2,20	0,346	0,251	0,186	0,141	0,017	0,083	0,065	0,051	0,040	0,032
2,30	0,326	0,235	0,173	0,129	0,098	0,075	0,058	0,045	0,035	0,028
2,40	0,308	0,220	0,160	0,119	0,089	0,068	0,052	0,040	0,031	0,024
2,5	0,292	0,207	0,150	0,110	0,082	0,062	0,047	0,036	0,028	0,022
2,6	0,277	0,195	0,140	0,102	0,076	0,057	0,043	0,033	0,025	0,019
2,7	0,264	0,184	0,131	0,095	0,070	0,052	0,039	0,029	0,022	0,017
2,8	0,252	0,175	0,124	0,089	0,065	0,048	0,036	0,027	0,020	0,015
2,9	0,241	0,166	0,117	0,083	0,060	0,044	0,033	0,024	0,018	0,014
3,0	0,230	0,158	0,110	0,078	0,056	0,041	0,030	0,022	0,017	0,012
3,5	0,190	0,126	0,085	0,059	0,041	0,029	0,021	0,015	0,011	0,008
4,0	0,161	0,104	0,069	0,046	0,031	0,022	0,015	0,010	0,007	0,005
4,5	0,139	0,088	0,057	0,037	0,025	0,017	0,011	0,008	0,005	0,004
5,0	0,122	0,076	0,048	0,031	0,020	0,013	0,009	0,006	0,004	0,003
6,0	0,098	0,058	0,036	0,022	0,014	0,009	0,006	0,004	0,002	0,002
7,0	0,081	0,047	0,028	0,017	0,010	0,006	0,004	0,002	0,002	0,001
8,0	0,069	0,040	0,022	0,013	0,008	0,005	0,003	0,002	0,001	0,001
9,0	0,060	0,033	0,019	0,011	0,006	0,004	0,002	0,001	0,001	0,000
10,0	0,053	0,028	0,016	0,009	0,005	0,003	0,002	0,001	0,001	0,000
20,0	0,023	0,011	0,005	0,003	0,001	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000

E 1. Funciones del flujo variado para pendientes positivas (continuación).

$u \backslash N$	4,2	4,6	5,0	5,4	5,8	6,2	6,6	7,0	7,4	7,8
0,00	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,02	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020
0,04	0,040	0,040	0,040	0,040	0,040	0,040	0,040	0,040	0,040	0,040
0,06	0,060	0,060	0,060	0,060	0,060	0,060	0,060	0,060	0,060	0,060
0,08	0,080	0,080	0,080	0,080	0,080	0,080	0,080	0,080	0,080	0,080
0,10	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100
0,12	0,120	0,120	0,120	0,120	0,120	0,120	0,120	0,120	0,120	0,120
0,14	0,140	0,140	0,140	0,140	0,140	0,140	0,140	0,140	0,140	0,140
0,16	0,160	0,160	0,160	0,160	0,160	0,160	0,160	0,160	0,160	0,160
0,18	0,180	0,180	0,180	0,180	0,180	0,180	0,180	0,180	0,180	0,180
0,20	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200
0,22	0,220	0,220	0,220	0,220	0,220	0,220	0,220	0,220	0,220	0,220
0,24	0,240	0,240	0,240	0,240	0,240	0,240	0,240	0,240	0,240	0,240
0,26	0,260	0,260	0,260	0,260	0,260	0,260	0,260	0,260	0,260	0,260
0,28	0,280	0,280	0,280	0,280	0,280	0,280	0,280	0,280	0,280	0,280
0,30	0,300	0,300	0,300	0,300	0,300	0,300	0,300	0,300	0,300	0,300
0,32	0,321	0,320	0,320	0,320	0,320	0,320	0,320	0,320	0,320	0,320
0,34	0,341	0,340	0,340	0,340	0,340	0,340	0,340	0,340	0,340	0,340
0,36	0,361	0,361	0,360	0,360	0,360	0,360	0,360	0,360	0,360	0,360
0,38	0,381	0,381	0,381	0,380	0,380	0,380	0,380	0,380	0,380	0,380
0,40	0,402	0,401	0,401	0,400	0,400	0,400	0,400	0,400	0,400	0,400
0,42	0,422	0,421	0,421	0,421	0,420	0,420	0,420	0,420	0,420	0,420
0,44	0,443	0,442	0,441	0,441	0,441	0,441	0,441	0,440	0,440	0,440
0,46	0,463	0,462	0,462	0,461	0,461	0,461	0,461	0,460	0,460	0,460
0,48	0,484	0,483	0,482	0,481	0,481	0,481	0,481	0,480	0,480	0,480
0,50	0,505	0,504	0,503	0,502	0,501	0,501	0,501	0,500	0,500	0,500
0,52	0,527	0,525	0,523	0,522	0,522	0,521	0,521	0,521	0,520	0,520
0,54	0,548	0,546	0,544	0,543	0,542	0,542	0,542	0,541	0,541	0,541
0,56	0,570	0,567	0,565	0,564	0,563	0,562	0,562	0,561	0,561	0,561
0,58	0,592	0,589	0,587	0,585	0,584	0,582	0,583	0,582	0,581	0,581
0,60	0,614	0,611	0,608	0,606	0,605	0,604	0,604	0,602	0,602	0,601
0,61	0,626	0,622	0,619	0,617	0,615	0,614	0,614	0,612	0,621	0,611
0,62	0,637	0,633	0,630	0,628	0,626	0,625	0,625	0,623	0,622	0,622
0,63	0,649	0,644	0,641	0,638	0,636	0,635	0,635	0,633	0,632	0,632
0,64	0,661	0,656	0,652	0,649	0,647	0,646	0,646	0,644	0,643	0,642

E 1. Funciones del flujo variado para pendientes positivas (continuación).

$u \backslash N$	4,2	4,6	5,0	5,4	5,8	6,2	6,6	7,0	7,4	7,8
0,65	0,673	0,667	0,663	0,660	0,658	0,656	0,655	0,654	0,653	0,653
0,66	0,685	0,679	0,675	0,672	0,669	0,667	0,666	0,665	0,664	0,663
0,67	0,697	0,691	0,686	0,683	0,680	0,678	0,676	0,675	0,674	0,673
0,68	0,709	0,703	0,698	0,694	0,691	0,689	0,687	0,686	0,685	0,684
0,69	0,722	0,715	0,710	0,706	0,703	0,700	0,698	0,696	0,695	0,694
0,70	0,735	0,727	0,722	0,717	0,714	0,712	0,711	0,708	0,706	0,705
0,71	0,748	0,740	0,734	0,729	0,726	0,725	0,723	0,720	0,717	0,716
0,72	0,761	0,752	0,746	0,741	0,737	0,734	0,732	0,730	0,728	0,727
0,73	0,774	0,765	0,759	0,753	0,749	0,746	0,743	0,741	0,739	0,737
0,74	0,788	0,779	0,771	0,766	0,761	0,757	0,754	0,752	0,750	0,748
0,75	0,802	0,792	0,784	0,778	0,773	0,769	0,766	0,763	0,761	0,760
0,76	0,817	0,806	0,798	0,791	0,786	0,782	0,778	0,775	0,773	0,771
0,77	0,831	0,820	0,811	0,804	0,798	0,794	0,790	0,787	0,784	0,782
0,78	0,847	0,834	0,825	0,817	0,811	0,806	0,802	0,799	0,796	0,794
0,79	0,862	0,849	0,839	0,831	0,824	0,819	0,815	0,811	0,808	0,805
0,80	0,878	0,865	0,854	0,845	0,838	0,832	0,828	0,823	0,824	0,818
0,81	0,895	0,881	0,869	0,860	0,852	0,846	0,841	0,836	0,837	0,830
0,82	0,913	0,897	0,885	0,875	0,867	0,860	0,854	0,850	0,846	0,842
0,83	0,931	0,914	0,901	0,890	0,881	0,874	0,868	0,863	0,859	0,855
0,84	0,949	0,932	0,918	0,906	0,897	0,889	0,883	0,877	0,873	0,869
0,85	0,969	0,950	0,935	0,923	0,913	0,904	0,897	0,892	0,887	0,882
0,86	0,990	0,970	0,954	0,940	0,930	0,921	0,913	0,907	0,901	0,896
0,87	1,012	0,990	0,973	0,959	0,947	0,937	0,929	0,922	0,916	0,911
0,88	1,035	1,012	0,994	0,978	0,966	0,955	0,946	0,939	0,932	0,927
0,89	1,060	1,035	1,015	0,999	0,986	0,974	0,964	0,956	0,949	0,943
0,90	1,087	1,060	1,039	1,021	1,007	0,994	0,984	0,975	0,967	0,960
0,91	1,116	1,088	1,064	1,045	1,029	1,016	1,004	0,995	0,986	0,979
0,92	1,148	1,117	1,092	1,072	1,054	1,040	1,027	1,016	1,007	0,999
0,93	1,184	1,151	1,123	1,101	1,081	1,066	1,052	1,040	1,030	1,021
0,94	1,225	1,188	1,158	1,134	1,113	1,095	1,080	1,067	1,055	1,044
0,950	1,272	1,232	1,199	1,172	1,149	1,129	1,112	1,097	1,085	1,073
0,960	1,329	1,285	1,248	1,217	1,191	1,169	1,150	1,134	1,119	1,107
0,970	1,402	1,351	1,310	1,275	1,245	1,220	1,198	1,179	1,163	1,148
0,975	1,447	1,393	1,348	1,311	1,279	1,252	1,228	1,208	1,190	1,174
0,980	1,502	1,443	1,395	1,354	1,319	1,290	1,264	1,242	1,222	1,205
0,985	1,573	1,508	1,454	1,409	1,371	1,338	1,310	1,285	1,263	1,244
0,990	1,671	1,598	1,537	1,487	1,443	1,406	1,373	1,345	1,320	1,298
0,995	1,838	1,751	1,678	1,617	1,565	1,520	1,481	1,446	1,416	1,389
0,999	2,223	2,102	2,002	1,917	1,845	1,780	1,725	1,678	1,635	1,596
1,000	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞

E 1. Funciones del flujo variado para pendientes positivas (continuación).

$\begin{matrix} N \\ u \end{matrix}$	4,2	4,6	5,0	5,4	5,8	6,2	6,6	7,0	7,4	7,8
1,001	1,417	1,264	1,138	1,033	0,951	0,870	0,803	0,746	0,697	0,651
1,005	1,036	0,915	0,817	0,736	0,669	0,611	0,562	0,519	0,481	0,448
1,010	0,873	0,766	0,681	0,610	0,551	0,501	0,459	0,422	0,390	0,361
1,015	0,778	0,680	0,602	0,537	0,483	0,438	0,399	0,366	0,337	0,311
1,02	0,711	0,620	0,546	0,486	0,436	0,394	0,358	0,327	0,300	0,277
1,03	0,618	0,535	0,469	0,415	0,370	0,332	0,300	0,273	0,250	0,229
1,04	0,554	0,477	0,415	0,365	0,324	0,290	0,261	0,236	0,215	0,196
1,05	0,504	0,432	0,374	0,328	0,290	0,258	0,231	0,208	0,189	0,172
1,06	0,464	0,396	0,342	0,298	0,262	0,232	0,207	0,186	0,168	0,152
1,07	0,431	0,366	0,315	0,273	0,239	0,211	0,188	0,168	0,151	0,136
1,08	0,403	0,341	0,292	0,252	0,220	0,194	0,172	0,153	0,137	0,123
1,09	0,379	0,319	0,272	0,234	0,204	0,179	0,158	0,140	0,125	0,112
1,10	0,357	0,299	0,254	0,218	0,189	0,165	0,145	0,129	0,114	0,102
1,11	0,338	0,282	0,239	0,204	0,176	0,154	0,135	0,119	0,105	0,094
1,12	0,321	0,267	0,225	0,192	0,165	0,143	0,125	0,110	0,097	0,086
1,13	0,305	0,253	0,212	0,181	0,155	0,134	0,117	0,102	0,090	0,080
1,14	0,291	0,240	0,201	0,170	0,146	0,126	0,109	0,095	0,084	0,074
1,15	0,278	0,229	0,191	0,161	0,137	0,118	0,102	0,089	0,078	0,068
1,16	0,266	0,218	0,181	0,153	0,130	0,111	0,096	0,083	0,072	0,064
1,17	0,254	0,208	0,173	0,145	0,123	0,105	0,090	0,078	0,068	0,059
1,18	0,244	0,199	0,165	0,138	0,116	0,099	0,085	0,073	0,063	0,055
1,19	0,235	0,191	0,157	0,131	0,110	0,093	0,080	0,069	0,059	0,052
1,20	0,226	0,183	0,150	0,215	0,105	0,089	0,076	0,065	0,056	0,048
1,22	0,209	0,168	0,138	0,114	0,095	0,080	0,067	0,057	0,049	0,042
1,24	0,195	0,156	0,127	0,104	0,086	0,072	0,060	0,051	0,044	0,037
1,26	0,182	0,145	0,117	0,095	0,079	0,065	0,055	0,046	0,039	0,033
1,28	0,170	0,135	0,108	0,088	0,072	0,060	0,050	0,041	0,035	0,030
1,30	0,160	0,126	0,100	0,081	0,066	0,054	0,045	0,037	0,031	0,026
1,32	0,150	0,118	0,093	0,075	0,061	0,050	0,041	0,034	0,028	0,024
1,34	0,142	0,110	0,087	0,069	0,056	0,045	0,037	0,030	0,025	0,021
1,36	0,134	0,103	0,081	0,064	0,052	0,042	0,034	0,028	0,023	0,019
1,38	0,127	0,097	0,076	0,060	0,048	0,038	0,031	0,025	0,021	0,017
1,40	0,120	0,092	0,071	0,056	0,044	0,035	0,029	0,023	0,019	0,015
1,42	0,114	0,087	0,067	0,052	0,041	0,033	0,026	0,021	0,017	0,014
1,44	0,108	0,082	0,063	0,049	0,038	0,030	0,024	0,019	0,016	0,013
1,46	0,103	0,077	0,059	0,046	0,036	0,028	0,022	0,018	0,014	0,011
1,48	0,098	0,073	0,056	0,043	0,033	0,026	0,021	0,016	0,013	0,010
1,50	0,093	0,069	0,053	0,040	0,031	0,024	0,019	0,015	0,012	0,010
1,55	0,083	0,061	0,046	0,035	0,026	0,020	0,016	0,012	0,010	0,008
1,60	0,074	0,054	0,040	0,030	0,023	0,017	0,013	0,010	0,008	0,006

E 1. Funciones del flujo variado para pendientes positivas (continuación).

$u \backslash N$	4,2	4,6	5,0	5,4	5,8	6,2	6,6	7,0	7,4	7,8
1,65	0,067	0,048	0,035	0,026	0,019	0,014	0,011	0,008	0,006	0,005
1,70	0,060	0,043	0,031	0,023	0,017	0,012	0,009	0,007	0,005	0,004
1,75	0,054	0,038	0,027	0,020	0,014	0,010	0,008	0,006	0,004	0,003
1,80	0,049	0,035	0,024	0,017	0,013	0,009	0,007	0,005	0,004	0,003
1,85	0,045	0,031	0,022	0,015	0,011	0,008	0,006	0,004	0,003	0,002
1,90	0,041	0,028	0,020	0,014	0,010	0,007	0,005	0,004	0,003	0,002
1,95	0,038	0,026	0,018	0,012	0,009	0,006	0,004	0,003	0,002	0,002
2,00	0,035	0,023	0,016	0,011	0,008	0,005	0,004	0,003	0,002	0,001
2,10	0,030	0,019	0,013	0,009	0,006	0,004	0,003	0,002	0,001	0,001
2,20	0,025	0,016	0,011	0,007	0,005	0,003	0,002	0,001	0,001	0,001
2,3	0,022	0,014	0,009	0,006	0,004	0,003	0,002	0,001	0,001	0,001
2,4	0,019	0,012	0,008	0,005	0,003	0,002	0,001	0,001	0,001	0,000
2,5	0,017	0,010	0,006	0,004	0,003	0,002	0,001	0,001	0,000	0,000
2,6	0,015	0,009	0,005	0,003	0,002	0,001	0,001	0,001	0,000	0,000
2,7	0,013	0,008	0,005	0,003	0,002	0,001	0,001	0,000	0,000	0,000
2,8	0,012	0,007	0,004	0,002	0,001	0,001	0,001	0,000	0,000	0,000
2,9	0,010	0,006	0,004	0,002	0,001	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000
3,0	0,009	0,005	0,003	0,002	0,001	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000
3,5	0,006	0,003	0,002	0,001	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
4,0	0,004	0,002	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
4,5	0,003	0,001	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
5,0	0,002	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
6,0	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
7,0	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
8,0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
9,0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
10,0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
20,0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

E 1. Funciones del flujo variado para pendientes positivas (continuación).

$u \backslash N$	8,2	8,6	9,0	9,4	9,8
0,00	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
0,02	0,020	0,020	0,020	0,020	0,020
0,04	0,040	0,040	0,040	0,040	0,040
0,06	0,060	0,060	0,060	0,060	0,060
0,08	0,080	0,080	0,080	0,080	0,080
0,10	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100
0,12	0,120	0,120	0,120	0,120	0,120
0,14	0,140	0,140	0,140	0,140	0,140
0,16	0,160	0,160	0,160	0,160	0,160
0,18	0,180	0,180	0,180	0,180	0,180
0,20	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200
0,22	0,220	0,220	0,220	0,220	0,220
0,24	0,240	0,240	0,240	0,240	0,240
0,26	0,260	0,260	0,260	0,260	0,260
0,28	0,280	0,280	0,280	0,280	0,280
0,30	0,300	0,300	0,300	0,300	0,300
0,32	0,320	0,320	0,320	0,320	0,320
0,34	0,340	0,340	0,340	0,340	0,340
0,36	0,360	0,360	0,360	0,360	0,360
0,38	0,380	0,380	0,380	0,380	0,380
0,40	0,400	0,400	0,400	0,400	0,400
0,42	0,420	0,420	0,420	0,420	0,420
0,44	0,440	0,440	0,440	0,440	0,440
0,46	0,460	0,460	0,460	0,460	0,460
0,48	0,480	0,480	0,480	0,480	0,480
0,50	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500
0,52	0,520	0,520	0,520	0,520	0,520
0,54	0,540	0,540	0,540	0,540	0,540
0,56	0,561	0,560	0,560	0,560	0,560
0,58	0,581	0,581	0,580	0,580	0,580
0,60	0,601	0,601	0,601	0,600	0,600
0,61	0,611	0,611	0,611	0,611	0,610
0,62	0,621	0,621	0,621	0,621	0,621
0,63	0,632	0,631	0,631	0,631	0,631
0,64	0,642	0,641	0,641	0,641	0,641

E 1. Funciones del flujo variado para pendientes positivas (continuación).

$u \backslash N$	8,2	8,6	9,0	9,4	9,8
0,65	0,652	0,652	0,651	0,651	0,651
0,66	0,662	0,662	0,662	0,661	0,661
0,67	0,673	0,672	0,672	0,672	0,671
0,68	0,683	0,683	0,682	0,682	0,681
0,69	0,694	0,693	0,692	0,692	0,692
0,70	0,704	0,704	0,703	0,702	0,702
0,71	0,715	0,714	0,713	0,713	0,712
0,72	0,726	0,725	0,724	0,723	0,723
0,73	0,736	0,735	0,734	0,734	0,733
0,74	0,747	0,746	0,745	0,744	0,744
0,75	0,758	0,757	0,756	0,755	0,754
0,76	0,769	0,768	0,767	0,766	0,765
0,77	0,780	0,779	0,778	0,777	0,776
0,78	0,792	0,790	0,789	0,788	0,787
0,79	0,804	0,802	0,800	0,799	0,798
0,80	0,815	0,813	0,811	0,810	0,809
0,81	0,827	0,825	0,823	0,822	0,820
0,82	0,839	0,837	0,835	0,833	0,831
0,83	0,852	0,849	0,847	0,845	0,844
0,84	0,865	0,862	0,860	0,858	0,856
0,85	0,878	0,875	0,873	0,87	0,868
0,86	0,892	0,889	0,886	0,883	0,881
0,87	0,907	0,903	0,900	0,897	0,894
0,88	0,921	0,918	0,914	0,911	0,908
0,89	0,937	0,933	0,929	0,925	0,922
0,90	0,954	0,949	0,944	0,940	0,937
0,91	0,972	0,967	0,961	0,957	0,953
0,92	0,991	0,986	0,980	0,975	0,970
0,93	1,012	1,006	0,999	0,994	0,989
0,94	1,036	1,029	1,022	1,016	1,010
0,950	1,062	1,055	1,047	1,040	1,033
0,960	1,097	1,085	1,074	1,063	1,053
0,970	1,136	1,124	1,112	1,100	1,087
0,975	1,157	1,147	1,134	1,122	1,108
0,980	1,187	1,175	1,160	1,150	1,132

E 1. Funciones del flujo variado para pendientes positivas (continuación).

$u \backslash N$	8,2	8,6	9,0	9,4	9,8
0,985	1,224	1,210	1,196	1,183	1,165
0,990	1,275	1,260	1,243	1,228	1,208
0,995	1,363	1,342	1,320	1,302	1,280
0,999	1,560	1,530	1,500	1,476	1,447
1,000	∞	∞	∞	∞	∞
1,001	0,614	0,577	0,546	0,519	0,494
1,005	0,420	0,391	0,368	0,350	0,331
1,010	0,337	0,313	0,294	0,278	0,262
1,015	0,289	0,269	0,255	0,237	0,223
1,020	0,257	0,237	0,221	0,209	0,196
1,03	0,212	0,195	0,181	0,170	0,159
1,04	0,173	0,165	0,152	0,143	0,134
1,05	0,158	0,143	0,132	0,124	0,115
1,06	0,140	0,127	0,116	0,106	0,098
1,07	0,123	0,112	0,102	0,094	0,086
1,08	0,111	0,101	0,092	0,084	0,077
1,09	0,101	0,091	0,082	0,075	0,069
1,10	0,092	0,083	0,074	0,067	0,062
1,11	0,084	0,075	0,067	0,060	0,055
1,12	0,077	0,069	0,062	0,055	0,050
1,13	0,071	0,063	0,056	0,050	0,045
1,14	0,065	0,058	0,052	0,046	0,041
1,15	0,061	0,054	0,048	0,043	0,038
1,16	0,056	0,050	0,045	0,040	0,035
1,17	0,052	0,046	0,041	0,036	0,032
1,18	0,048	0,042	0,037	0,033	0,029
1,19	0,045	0,039	0,034	0,030	0,027
1,20	0,043	0,037	0,032	0,028	0,025
1,22	0,037	0,032	0,028	0,024	0,021
1,24	0,032	0,028	0,024	0,021	0,018
1,26	0,028	0,024	0,021	0,018	0,016
1,28	0,025	0,021	0,018	0,016	0,014
1,30	0,022	0,019	0,016	0,014	0,012
1,32	0,020	0,017	0,014	0,012	0,010
1,34	0,018	0,015	0,012	0,010	0,009

E 1. Funciones del flujo variado para pendientes positivas (continuación).

$u \backslash N$	8,2	8,6	9,0	9,4	9,8
1,36	0,016	0,013	0,011	0,009	0,008
1,38	0,014	0,012	0,010	0,008	0,007
1,40	0,013	0,011	0,009	0,007	0,006
1,42	0,011	0,009	0,008	0,006	0,005
1,44	0,010	0,008	0,007	0,006	0,005
1,46	0,009	0,008	0,006	0,005	0,004
1,48	0,009	0,007	0,005	0,004	0,004
1,50	0,008	0,006	0,005	0,004	0,003
1,55	0,006	0,005	0,004	0,003	0,003
1,60	0,005	0,004	0,003	0,002	0,002
1,65	0,004	0,003	0,002	0,002	0,001
1,70	0,003	0,002	0,002	0,001	0,001
1,75	0,002	0,002	0,002	0,001	0,001
1,80	0,002	0,001	0,001	0,001	0,001
1,85	0,002	0,001	0,001	0,001	0,001
1,90	0,001	0,001	0,001	0,001	0,000
1,95	0,001	0,001	0,001	0,000	0,000
2,00	0,001	0,001	0,000	0,000	0,000
2,10	0,001	0,000	0,000	0,000	0,000
2,20	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
2,3	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
2,4	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
2,5	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
2,6	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
2,7	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
2,8	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
2,9	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
3,0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
3,5	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
4,0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
4,5	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
5,0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
6,0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
7,0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
8,0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
9,0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
10,0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
20,0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000